

CALCUL SCIENTIFIQUE

GROUPE AS2 2018

PROJET 1 (binôme)

Soient U un ouvert non vide de \mathbb{R} et $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe $C^1(U)$. On considère la méthode itérative \mathcal{I} associée à la fonction d'itération F définie par :

$$\begin{cases} y(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \\ F(x) = x - \frac{f(x)}{2} \left[\frac{1}{f'(x)} + \frac{1}{f'(y(x))} \right] \end{cases}$$

1. Comparer l'ensemble des zéros de f avec celui des points fixes de F .
2. On se place dans le plan complexe et on utilise la méthode itérative \mathcal{I} pour calculer par approximations successives les zéros de l'équation (1) :

$$x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0 \tag{1}$$

3. Comparer ces résultats numériques avec les zéros que l'on obtient par la méthode de Tartaglia-Cardan.
4. Déterminer numériquement, dans des zones bien choisies du plan complexe, les bassins d'attraction de la méthode itérative \mathcal{I} appliquée à (1).
5. Lorsque f est une fonction suffisamment régulière sur U qui admet un zéro simple dans U , calculer l'ordre de convergence de la méthode itérative \mathcal{I} .
6. Calculer l'indice d'efficacité de cette méthode.
7. En utilisant suffisamment de décimales, vérifier numériquement, pour chacun des zéros de (1), que le comportement observé est compatible avec l'ordre théorique calculé précédemment.

CALCUL SCIENTIFIQUE

GROUPE AS2 2018

PROJET 2

Soient U un ouvert non vide de \mathbb{R} et $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe $\mathcal{C}^1(U)$. On considère la méthode itérative \mathcal{I} associée à la fonction d'itération F définie par :

$$\begin{cases} y(x) = x - \frac{2f(x)}{3f'(x)} \\ F(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \left[1 - \frac{3f'(y(x)) - f'(x)}{2(3f'(y(x)) - f'(x))} \right] \end{cases}$$

1. Comparer l'ensemble des zéros de f avec celui des points fixes de F .
2. On se place dans le plan complexe et on utilise la méthode itérative \mathcal{I} pour calculer par approximations successives les zéros de l'équation (1) :

$$x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0 \quad (1)$$

3. Comparer ces résultats numériques avec les zéros que l'on obtient par la méthode de Tartaglia-Cardan.
4. Déterminer numériquement, dans des zones bien choisies du plan complexe, les bassins d'attraction de la méthode itérative \mathcal{I} appliquée à (1).
5. Lorsque f est une fonction suffisamment régulière sur U qui admet un zéro simple dans U , calculer l'ordre de convergence de la méthode itérative \mathcal{I} .
6. Calculer l'indice d'efficacité de cette méthode.
7. En utilisant suffisamment de décimales, vérifier numériquement, pour chacun des zéros de (1), que le comportement observé est compatible avec l'ordre théorique calculé précédemment.

CALCUL SCIENTIFIQUE

GROUPE AS2 2018

PROJET 3

Soient U un ouvert non vide de \mathbb{R} et $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe $C^1(U)$. On considère la méthode itérative \mathcal{I} associée à la fonction d'itération F définie par :

$$\begin{cases} y(x) = x - \frac{1}{2} \frac{f(x)}{f'(x)} \\ F(x) = x - \frac{f(x)}{f'(y(x))} \end{cases}$$

1. Comparer l'ensemble des zéros de f avec celui des points fixes de F .
2. On se place dans le plan complexe et on utilise la méthode itérative \mathcal{I} pour calculer par approximations successives les zéros de l'équation (1) :

$$x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0 \tag{1}$$

3. Comparer ces résultats numériques avec les zéros que l'on obtient par la méthode de Tartaglia-Cardan.
4. Déterminer numériquement, dans des zones bien choisies du plan complexe, les bassins d'attraction de la méthode itérative \mathcal{I} appliquée à (1).
5. Lorsque f est une fonction suffisamment régulière sur U qui admet un zéro simple dans U , calculer l'ordre de convergence de la méthode itérative \mathcal{I} .
6. Calculer l'indice d'efficacité de cette méthode.
7. En utilisant suffisamment de décimales, vérifier numériquement, pour chacun des zéros de (1), que le comportement observé est compatible avec l'ordre théorique calculé précédemment.

CALCUL SCIENTIFIQUE

GROUPE AS2 2018

PROJET 4

Soient U un ouvert non vide de \mathbb{R} et $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe $\mathcal{C}^1(U)$. On considère la méthode itérative \mathcal{I} associée à la fonction d'itération F définie par :

$$\begin{cases} y(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \\ F(x) = x - \frac{f(x) [2 + 3 (f'(x))^2 - f'(x)f'(y(x))]}{f'(x) + f'(y(x)) + 2 (f'(x))^3} \end{cases}$$

1. Comparer l'ensemble des zéros de f avec celui des points fixes de F .
2. On se place dans le plan complexe et on utilise la méthode itérative \mathcal{I} pour calculer par approximations successives les zéros de l'équation (1) :

$$x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0 \quad (1)$$

3. Comparer ces résultats numériques avec les zéros que l'on obtient par la méthode de Tartaglia-Cardan.
4. Déterminer numériquement, dans des zones bien choisies du plan complexe, les bassins d'attraction de la méthode itérative \mathcal{I} appliquée à (1).
5. Lorsque f est une fonction suffisamment régulière sur U qui admet un zéro simple dans U , calculer l'ordre de convergence de la méthode itérative \mathcal{I} .
6. Calculer l'indice d'efficacité de cette méthode.
7. En utilisant suffisamment de décimales, vérifier numériquement, pour chacun des zéros de (1), que le comportement observé est compatible avec l'ordre théorique calculé précédemment.

CALCUL SCIENTIFIQUE

GROUPE AS2 2018

PROJET 5

Soient U un ouvert non vide de \mathbb{R} et $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe $C^1(U)$. On considère la méthode itérative \mathcal{I} associée à la fonction d'itération F définie par :

$$\begin{cases} y(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \\ F(x) = y(x) - \frac{f(x)f(y(x))}{f'(x)[f(x) - 2f(y(x))]} \end{cases}$$

1. Comparer l'ensemble des zéros de f avec celui des points fixes de F .
2. On se place dans le plan complexe et on utilise la méthode itérative \mathcal{I} pour calculer par approximations successives les zéros de l'équation (1) :

$$x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0 \tag{1}$$

3. Comparer ces résultats numériques avec les zéros que l'on obtient par la méthode de Tartaglia-Cardan.
4. Déterminer numériquement, dans des zones bien choisies du plan complexe, les bassins d'attraction de la méthode itérative \mathcal{I} appliquée à (1).
5. Lorsque f est une fonction suffisamment régulière sur U qui admet un zéro simple dans U , calculer l'ordre de convergence de la méthode itérative \mathcal{I} .
6. Calculer l'indice d'efficacité de cette méthode.
7. En utilisant suffisamment de décimales, vérifier numériquement, pour chacun des zéros de (1), que le comportement observé est compatible avec l'ordre théorique calculé précédemment.

CALCUL SCIENTIFIQUE

GROUPE AS2 2018

PROJET 6

Soient U un ouvert non vide de \mathbb{R} et $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe $\mathcal{C}^1(U)$. On considère la méthode itérative \mathcal{I} associée à la fonction d'itération F définie par :

$$\begin{cases} y(x) = x - \frac{2}{3} \frac{f(x)}{f'(x)} \\ F(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} - \frac{3}{2} \frac{f(x)}{f'(y(x))} + \frac{3f(x)}{f'(x) + f'(y(x))} \end{cases}$$

1. Comparer l'ensemble des zéros de f avec celui des points fixes de F .
2. On se place dans le plan complexe et on utilise la méthode itérative \mathcal{I} pour calculer par approximations successives les zéros de l'équation (1) :

$$x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0 \tag{1}$$

3. Comparer ces résultats numériques avec les zéros que l'on obtient par la méthode de Tartaglia-Cardan.
4. Déterminer numériquement, dans des zones bien choisies du plan complexe, les bassins d'attraction de la méthode itérative \mathcal{I} appliquée à (1).
5. Lorsque f est une fonction suffisamment régulière sur U qui admet un zéro simple dans U , calculer l'ordre de convergence de la méthode itérative \mathcal{I} .
6. Calculer l'indice d'efficacité de cette méthode.
7. En utilisant suffisamment de décimales, vérifier numériquement, pour chacun des zéros de (1), que le comportement observé est compatible avec l'ordre théorique calculé précédemment.

CALCUL SCIENTIFIQUE

GROUPE AS2 2018

PROJET 7

Soient U un ouvert non vide de \mathbb{R} et $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe $\mathcal{C}^1(U)$. On considère la méthode itérative \mathcal{I} associée à la fonction d'itération F définie par :

$$\begin{cases} y(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \\ F(x) = x - \frac{3f(x)}{2f'(x)} + \frac{1}{2} \frac{f(x)f'(y(x))}{f'^2(x)} \end{cases}$$

1. Comparer l'ensemble des zéros de f avec celui des points fixes de F .
2. On se place dans le plan complexe et on utilise la méthode itérative \mathcal{I} pour calculer par approximations successives les zéros de l'équation (1) :

$$x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0 \tag{1}$$

3. Comparer ces résultats numériques avec les zéros que l'on obtient par la méthode de Tartaglia-Cardan.
4. Déterminer numériquement, dans des zones bien choisies du plan complexe, les bassins d'attraction de la méthode itérative \mathcal{I} appliquée à (1).
5. Lorsque f est une fonction suffisamment régulière sur U qui admet un zéro simple dans U , calculer l'ordre de convergence de la méthode itérative \mathcal{I} .
6. Calculer l'indice d'efficacité de cette méthode.
7. En utilisant suffisamment de décimales, vérifier numériquement, pour chacun des zéros de (1), que le comportement observé est compatible avec l'ordre théorique calculé précédemment.

CALCUL SCIENTIFIQUE

GROUPE AS2 2018

PROJET 8

Soient U un ouvert non vide de \mathbb{R} et $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe $C^1(U)$. On considère la méthode itérative \mathcal{I} associée à la fonction d'itération F définie par :

$$\begin{cases} y(x) = x - \frac{f(x)f'(x)}{f^2(x) + f'^2(x)} \\ F(x) = x - \frac{3}{2} \frac{f(x)}{f'(x)} + \frac{1}{2} \frac{f(x)f'(y(x))}{f'^2(x)} \end{cases}$$

1. Comparer l'ensemble des zéros de f avec celui des points fixes de F .
2. On se place dans le plan complexe et on utilise la méthode itérative \mathcal{I} pour calculer par approximations successives les zéros de l'équation (1) :

$$x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0 \tag{1}$$

3. Comparer ces résultats numériques avec les zéros que l'on obtient par la méthode de Tartaglia-Cardan.
4. Déterminer numériquement, dans des zones bien choisies du plan complexe, les bassins d'attraction de la méthode itérative \mathcal{I} appliquée à (1).
5. Lorsque f est une fonction suffisamment régulière sur U qui admet un zéro simple dans U , calculer l'ordre de convergence de la méthode itérative \mathcal{I} .
6. Calculer l'indice d'efficacité de cette méthode.
7. En utilisant suffisamment de décimales, vérifier numériquement, pour chacun des zéros de (1), que le comportement observé est compatible avec l'ordre théorique calculé précédemment.