Transfert de chaleur par rayonnement

Séance n°3

Facteurs de forme / échanges entre surfaces noires

Plan de la séance n°3

- Echange par rayonnement entre deux surfaces
  - La notion de facteur de forme
  - Relations fondamentales entre facteurs de forme
  - Bilan de l'échange entre surfaces noires
- Exercices d'application
  - Manipulation des abaques de facteurs de forme
  - Relation analytique pour les facteurs de forme
  - Manipulation des règles de combinaison pour l'estimation des facteurs de forme

Facteurs de forme

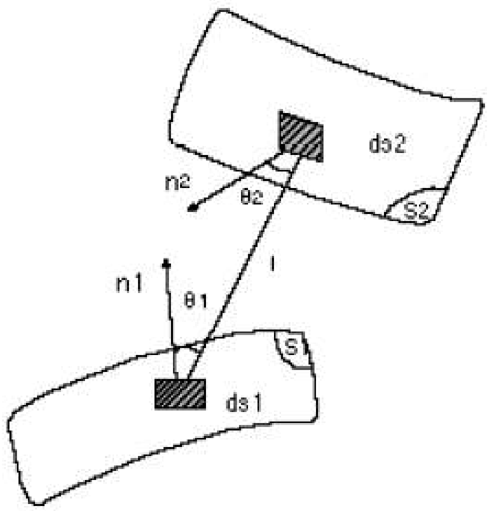
A retenir!

- Le facteur de forme F_{12} entre deux surfaces S_1 et S_2 représente **la fraction du rayonnement hémisphérique émis par S_1 qui est interceptée par S_2**.
- Quantités purement géométriques, sans dimension et toujours comprises entre 0 et 1.

$$F_{12} = \frac{\Phi_{1\to2}}{\Phi_1} = \frac{1}{\pi S_1} G_{S_1\to S_2}$$

$$F_{21} = \frac{\Phi_{2\to1}}{\Phi_2} = \frac{1}{\pi S_2} G_{S_2\to S_1}$$

En général $F_{12} \neq F_{21}$



Evaluation intuitive du facteur de forme

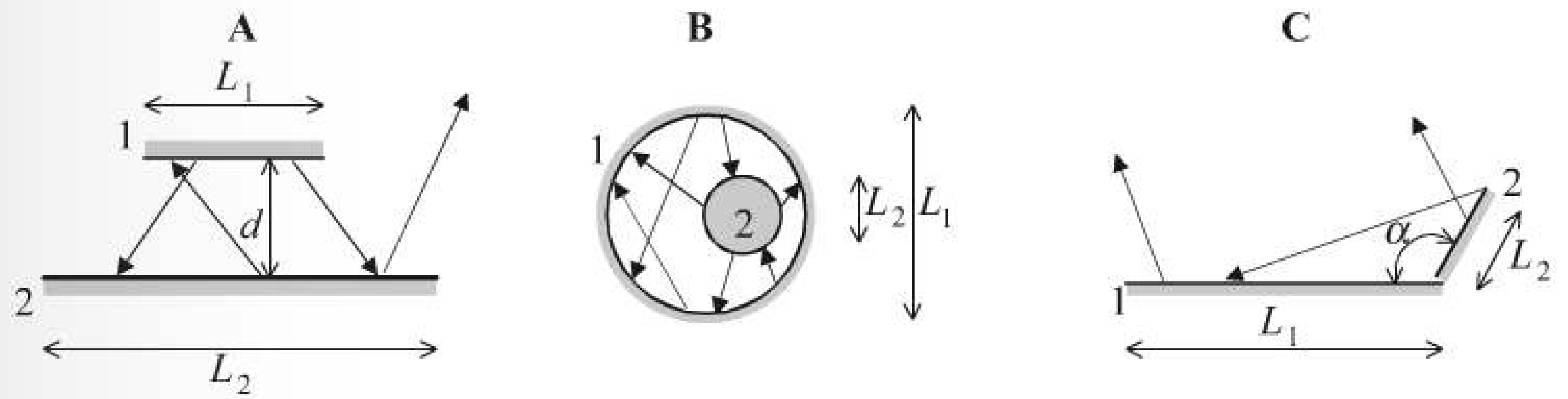


Figure 5.2 Quelques configurations où l'on peut évaluer intuitivement les variations des facteurs de forme en fonction des paramètres géométriques

- A: Plus d augmente plus F21 diminue / Plus L2 grand devant L1 plus F21 est petit devant F12
- B: Dans ce cas F11 ≠0 alors que F22=0 ⇒Impact de la concavité/convexité
- C: Plus α est petit plus F21 et F12 sont grands / Pour L1 donné plus L2 est grand et plus F12 sera grand

Relations fondamentales entre facteurs de forme noirs

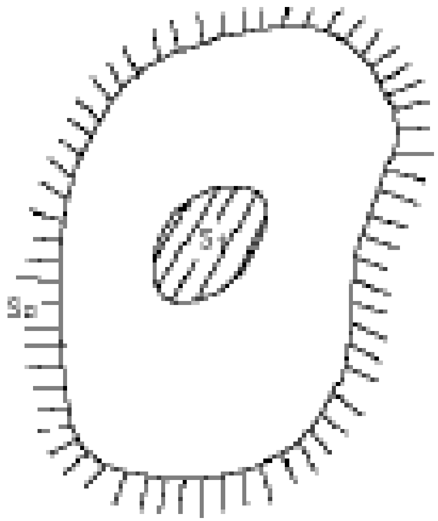
- Relation de réciprocité:

$$F_{12} = \frac{\Phi_{1\to 2}}{\Phi_1} = \frac{1}{\pi S_1} G_{S_1\to S_2}$$
$$F_{21} = \frac{\Phi_{2\to 1}}{\Phi_2} = \frac{1}{\pi S_2} G_{S_2\to S_1}$$

A retenir!

$$\boxed{S_1 F_{12} = S_2 F_{21} \qquad S_i F_{ij} = S_j F_{ji}}$$

$$F_{21} = \frac{S_1}{S_2} F_{12}$$

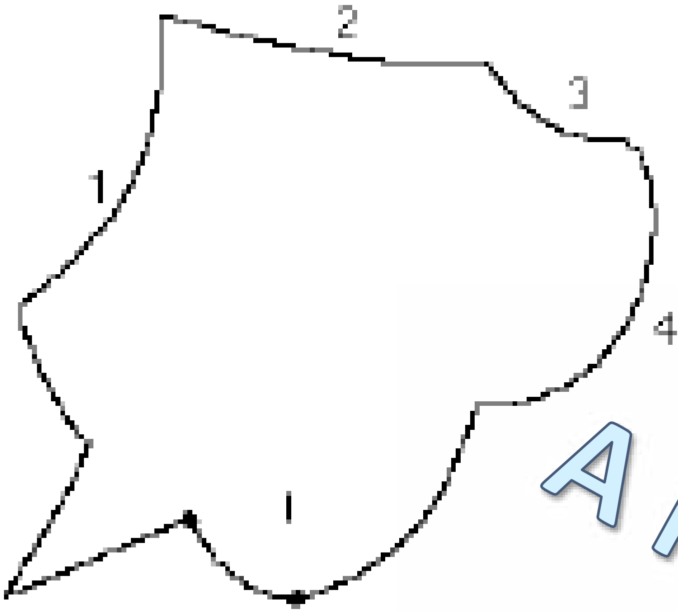


Pour le cas d'une corps convexe S_1 à l'intérieur d'un corps concave S_2:

$$F_{21} = \frac{S_1}{S_2} F_{12} = \frac{S_1}{S_2}$$

Relations fondamentales entre facteurs de forme noirs

- Propriétés d'addition : dans le cas d'une enceinte fermée composée de n surfaces noirs



$$\sum_{j=1}^{n} \Phi_{i\to j} = \sum_{j=1}^{n} \Phi_i F_{ij} = \Phi_i \sum_{j=1}^{n} F_{ij}$$

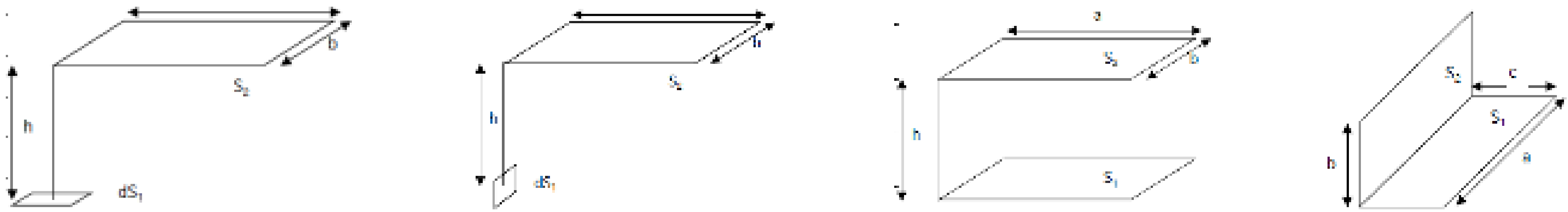
Avec $\sum_{j=1}^{n} \Phi_{i\to j} = \Phi_i$

A retenir!

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} F_{ij} = 1}$$

Calcul à partir des abaques

- Les facteurs de formes sont donnés dans des abaques pour des géométries prédéfinies



- Pour des géométries plus compliquées, les facteurs de forme peuvent être calculés par simple **addition et soustraction** à partir de cas élémentaires.

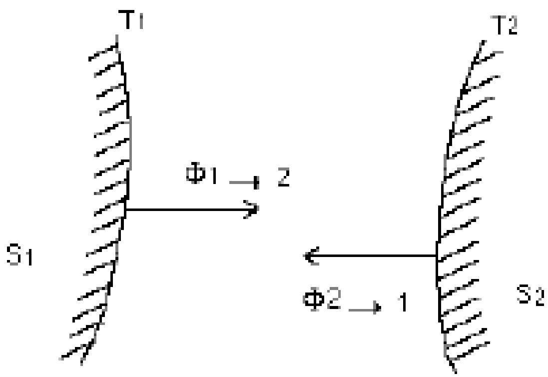
Bilan de l'échange de chaleur entre surfaces noires

- Par définition:

$$F_{12} = \frac{\Phi_{1\rightarrow 2}}{\Phi_1} \; et \; F_{21} = \frac{\Phi_{2\rightarrow 1}}{\Phi_2}$$

- L'échange entre deux surfaces est donc:

$$\Phi = \Phi_{1\rightarrow 2} - \Phi_{2\rightarrow 1}$$
$$\Phi = F_{12}\Phi_1 - F_{21}\Phi_2$$



- Avec:

$$\Phi_1 = S_1 M_1 = \sigma S_1 T_1^4 \qquad \Phi_2 = S_2 M_2 = \sigma S_2 T_2^4$$

A retenir!

- Et donc:

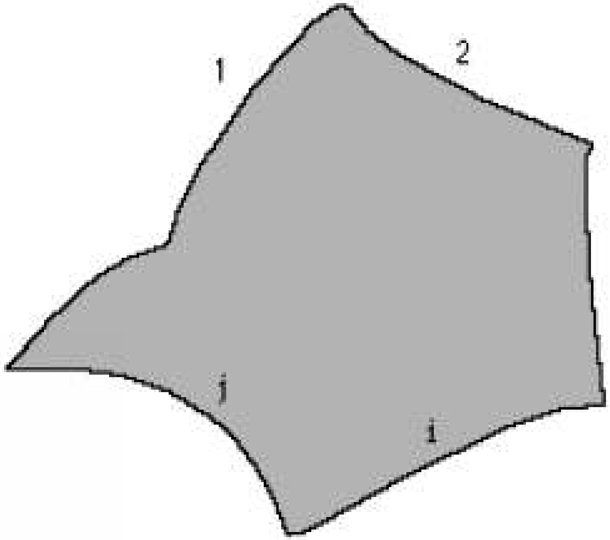
$$\Phi 12\mathrm{net} = F_{12}S_1M_1 - F_{21}S_2M_2 = F_{12}S_1(M_1 - M_2)$$
$$= \sigma F_{12} S_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

On calcule F_{12} ou F_{21}… le plus simple des deux!

Bilan de l'échange de chaleur entre surfaces noires

- Extension à une enceinte fermée constituée de plusieurs surfaces noires concaves:

$$\Phi\mathbf{inet} = S_i \sum_{j=1}^{n} F_{ij}(M_i^0 - M_j^0)$$



A retenir!

Exercices d'application

Echanges dans une zone urbaine

- On assimile une ville à une surface plane circulaire de rayon R = 10 km. L'atmosphère urbaine est modélisée par un ellipsoïde de révolution, s'appuyant sur cette surface circulaire, de paramètres R et h = 1 km. Les températures d'équilibre sont T_{ville} = 34 °C et $T_{atmosphère}$ = 19 °C. Cette deux surfaces sont noires. L'aire de l'atmosphère urbaine surplombant la ville est donnée par :

$$S_{atmosphère} = \pi R^2 \left[1 + \frac{h}{2\sqrt{R^2 - h^2}} Ln\left(\frac{R + \sqrt{R^2 - h^2}}{R - \sqrt{R^2 - h^2}} \right) \right]$$

- Calculez le flux $\Phi_{V\_A\ net}$ échangé entre les deux corps.

Echanges dans une zone urbaine

$$\Phi_{vanet} = S_v \cdot F_{va} \cdot \sigma_0 \cdot \left(T_v^4 - T_a^4\right)$$

$F_{va} = 1$ (influence totale)

$$S_v = \pi \cdot 10^8 \ m^2$$

$$\Phi_{vanet} = 2{,}87 \cdot 10^{10} \ W$$

Echanges au sein d'un local

- ✓ Une pièce d'habitation (dimensions L = 4,8 m, l = 3,6 m, h = 2,4 m) est constituée de parois assimilées à des corps noirs.
- ✓ Cette pièce est chauffée par un plafond rayonnant. On a :
  - $T_{plafond}$ = 43 °C
  - $T_{plancher}$ = 27 °C

1. Calculez la densité de flux échangée par rayonnement entre un petit élément de surface dS_1, situé dans un coin du local, et le plafond S_2.
2. Calculez cette densité de flux lorsque dS_1 est situé au centre du plancher.

Echanges au sein d'un local

1. Calculez la densité de flux échangée par rayonnement entre un petit élément de surface dS_1, situé dans un coin du local, et le plafond S_2.

a=4,8 b=3,6 h=2,4 F_{12}=0,195

$$\varphi = F_{12}\sigma_0\left(T_{plancher}^4 - T_{plafond}^4\right) = -20{,}7\ W.m^{-2}$$

2. Calculez cette densité de flux lorsque dS_1 est situé au centre du plancher.

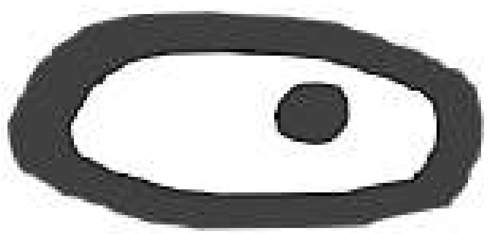
Plafond divisé en 4 surfaces identiques

a=2,4 b=1,8 h=2,4 F_{12}=0,12

$$\varphi = 4F_{12}\sigma_0\left(T_{plancher}^4 - T_{plafond}^4\right) = -50{,}9\ W.m^{-2}$$

Enceinte fermée

- Un corps convexe S 1 est placé à l'intérieur d'un corps concave S 2 . Les deux surfaces sont noires et constituent une enceinte fermée.
  - Les aires sont A 1 = 1 m 2 et A 2 = 10 m 2
  - Les températures d'équilibre sont T 1 = 17 °C et T 2 = 37 °C.
- Calculez le flux échangé par rayonnement entre les deux corps



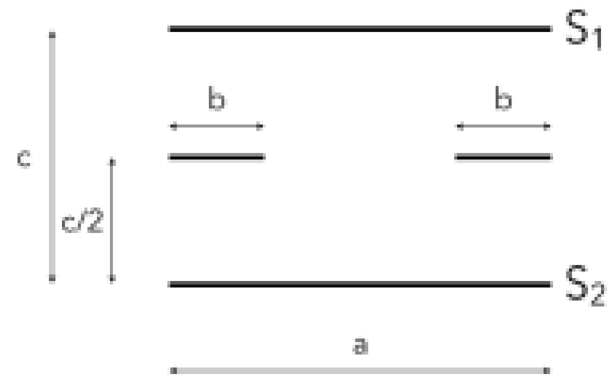
Enceinte fermée

- $\Phi 12 = F_{12} S_1 M_1 - F_{21} S_2 M_2 = F_{12} S_1 (M_1 - M_2) = \sigma F_{12} S_1 (T_1^4 - T_2^4)$
- *F12=1*
- $\Phi 12 =$ *-122,6 W=-* $\Phi 21$

Echange entre surfaces

- Deux surfaces noires S 1 et S 2 sont placées dans la configuration ci-contre. Les caractéristiques de la configuration sont :
  - a = 10 m, b = 2 m, c = 5 m, T 1 = 14 °C, T 2 = 39 °C
  - Le facteur de forme F 12 est donné par :

$$F_{12} = \sqrt{1 + \left(\frac{c}{a}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{2b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2}$$



- Calculez le flux net échangé par rayonnement entre les deux corps

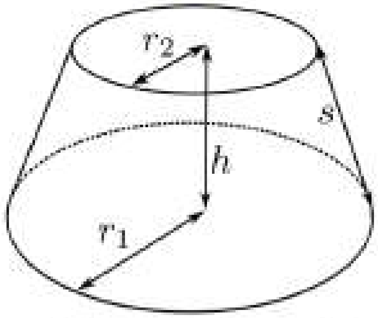
Echange entre surfaces

- $\Phi 12\mathrm{net} = \sigma F_{12} a \ \ (T_1^4 - T_2^4)$
- *F12= 0.48*
- $\Phi 12\mathrm{net} =$*-729 W/m*

Echanges dans une enceinte fermée

- Une enceinte fermée est constituée de trois surfaces noires délimitant un tronc de cône :
  - Un disque de rayon r_1 : surface inférieure S_1
  - Un disque de rayon r_2 : surface supérieure S_2
  - La surface latérale S_3 dont l'aire A_{lat} est donnée par :

$$A_{lat}=\pi(r_1+r_2)\sqrt{h^2+(r_1-r_2)^2}$$



- Dans cette configuration, le facteur de forme géométrique F_{12} est donné par :

$$F_{12}=\frac{1}{2}\left(\beta-\sqrt{\beta^2-4\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2}\right) \qquad \beta=1+\frac{1+\alpha_2^2}{\alpha_1^2} \qquad \alpha_1=\frac{r_1}{h} \qquad \alpha_2=\frac{r_2}{h}$$

- Les températures sont : T_1 = 10 °C, T_2 = 25 °C, T_3 = 15 °C.
- On a : r_1 = 12 m, r_2 = 6 m, h = 24 m.

Echanges dans une enceinte fermée

1. Calculez la surface latérale A_{lat}
2. Calculez les facteurs de forme F_{ij}
3. Calculez le flux net perdu ou gagné par la surface latérale S_3

Echanges dans une enceinte fermée

1. Calculez la surface latérale A_{lat}

$A_{lat} = 1398,9\ m^2$

2. Calculez les facteurs de forme F_{ij}

cf tableau ci-contre (lignes i ; colonnes j)

0	0,048	0,952
0,192	0	0,808
0,308	0,065	0,627

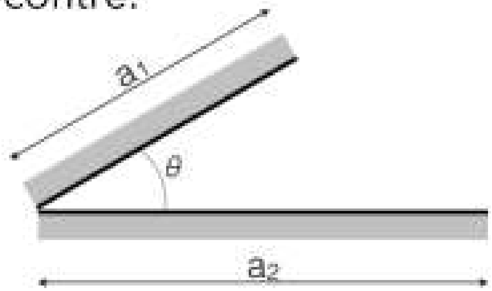
3. Calculez le flux net perdu ou gagné par la surface latérale S_3

$$\Phi_{3net} = \sum_{j=1}^{3} S_3\, F_{3j} \left(M_3^0 - M_j^0\right) = 6182\ W$$

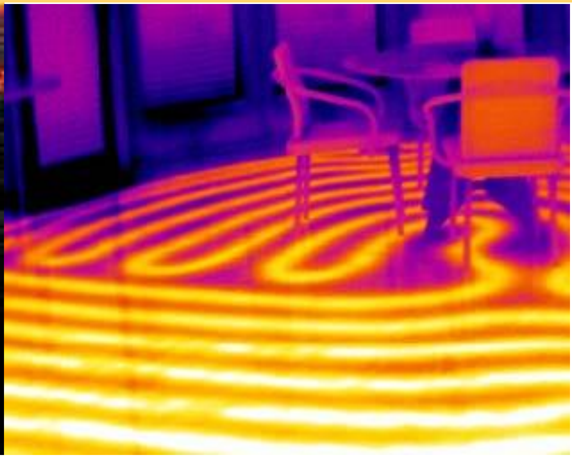
Echange entre surface

Deux surfaces noires S_1 et S_2 sont placées dans la configuration ci-contre.
Les caractéristiques de la configuration sont :
$a_1 = 10$ m, $a_2 = 15$ m, $\theta = 60°$, $T_1 = 14$ °C, $T_2 = 39$ °C
Le facteur de forme F_{12} est donné par :

$$F_{12} = \frac{1}{2a_1}\left[a_1 + a_2 - \sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 \cos\theta}\right]$$



Calculez le flux net échangé par rayonnement entre les deux corps



Transfert de chaleur par rayonnement

Séance n°4

Analogie électrique/ Radiosité/ Echanges entre surfaces grises

Plan de la séance n°4

- Echange par rayonnement entre deux surfaces
  - L'analogie électrique
  - Echange entre corps gris
  - La notion de radiosité

- Exercices d'application
  - Four fermé
  - Echange dans une enceinte fermée
  - Echanges au sein d'une avenue urbaine

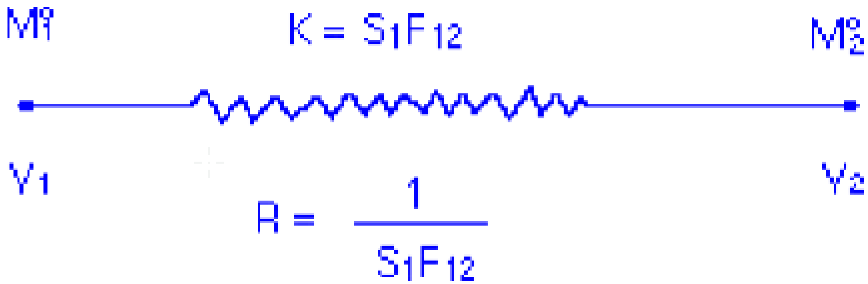
L’analogie électrique

Rayonnement thermique	Electricité
Flux échangé par rayonnement : Φ	Intensité du courant électrique : I
Différence entre les émittances de deux surfaces noires : $M_1^0 - M_2^0$	Différence de potentiel entre deux nœuds du réseau : $V_1 - V_2$
Produit Surface * Facteur de forme: S_1F_{12}	Conductance K entre nœuds aux deux potentiels: K=1/R, avec R=résistance

A retenir!

L’analogie électrique

$$\Phi_{1net} = S_1 F_{12}\left(M_1^0 - M_2^0\right) \qquad I = K(V_1 - V_2) \qquad K = 1/R$$



L'analogie électrique

- De même avec 3 ou 4 surfaces noires, cela donne…

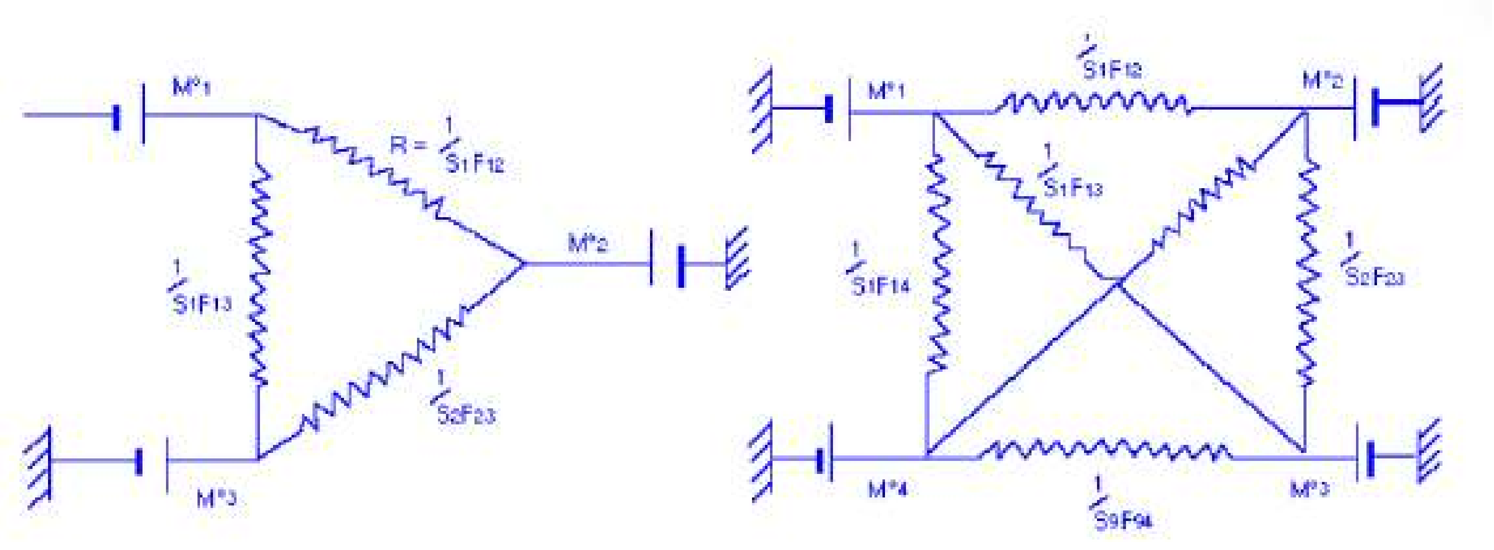


Figure 2.36

Radiosité d'une surface grise

- La radiosité J est la puissance totale sortant par unité de surface, c'est-à-dire la puissance émise plus la puissance réfléchie par unité de surface

$$J = \varepsilon M_0 + \rho E \qquad (W/m^2)$$

- Avec
  - εM_0 émittance vraie de la surface grise
  - E éclairement de la surface Φ/S

A retenir!

Rappel pour une surface grise $\alpha=\varepsilon$ et $\rho=1-\alpha=1-\varepsilon$

Radiosité d'une surface grise

- La puissance calorifique gagné ou perdue par unité de surface radiante est égale à :

$$\varphi_{net} = \Phi_e/S - \Phi_a/S = \varepsilon M_0 - \alpha E$$

- Si le corps est à l'équilibre (température constante)
  - Soit $\varphi_{net}=0$: puissance gagnée par absorption=puissance perdue par émission
  - Soit $\varphi_{net}>0$: puissance émise > puissance absorbée=> il y a forcément une source interne pour compenser les pertes (ex. résistance chauffante)
  - Soit $\varphi_{net}<0$: puissance émise < puissance absorbée => le corps gagne de la chaleur par rayonnement, si sa température de surface ne change pas, il évacue la chaleur par un autre mode de transmission (convection, conduction)

Radiosité d'une surface grise

- La puissance calorifique gagné ou perdue par unité de surface radiante est égale à :

$$\varphi_{net} = \Phi_e/S - \Phi_a/S = \varepsilon M_0 - \alpha E$$

- Si le corps est à l'équilibre (température constante)
  - Soit $\varphi_{net}=0$: puissance gagnée par absorption=puissance perdue par émission
  - Soit $\varphi_{net}>0$: puissance émise > puissance absorbée=> il y a forcément une source interne pour compenser les pertes (ex. résistance chauffante)
  - Soit $\varphi_{net}<0$: puissance émise < puissance absorbée => le corps gagne de la chaleur par rayonnement, si sa température de surface ne change pas, il évacue la chaleur par un autre mode de transmission (convection, conduction)

Radiosité d'une surface grise

- On a évidement :

$$\varphi_{net} = J - E$$

- Et fonction de l'émittance et de la radiosité :

$$\varphi_{net} = \frac{\epsilon}{\rho}(M_0 - J)$$

- Si l'on suppose le flux uniformément réparti sur toute la surface S :

$$\Phi_{net} = S * \varphi_{net} = \frac{\epsilon S}{1-\epsilon}(M_0 - J)$$

A retenir!

Enceinte de n surfaces

- Pour la surface S_i :

Radiosité de S_i	J_i
Emittance propre de S_i	$\varepsilon_i M_i^0$
Flux incident sur S_i	$\sum_{j=1}^{n} S_j F_{ji} J_j = S_i \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j$
Flux incident sur l'unité de surface de S_i	$\sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j$
Flux réfléchi par unité de surface S_i	$\rho_i \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j$
Donc la radiosité	$J_i = \varepsilon_i M_i + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j$

Radiosité d'une surface grise

- Pour les surfaces ayant une température imposée:

$$\varepsilon_i \sigma_0 T_i^4 = \varepsilon_i M_i = J_i - (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j$$

$$\varepsilon_i \sigma_0 T_i^4 = \varepsilon_i M_i = \sum_{j=1}^{n} (\delta_{ij} - (1 - \varepsilon_i) F_{ij}) J_j$$

- Avec δ_{ij} symbole de Kronecker :
  - =1 si i=j
  - et =0 sinon

Radiosité d'une surface grise

- Pour les surfaces ayant un flux net imposé, le bilan s'écrit donc:

$$\varphi_{inet} = \frac{\Phi_{inet}}{S_i} = J_i - \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} (\delta_{ij} - F_{ij}) J_j = \varphi_{inet}$$

- Avec δ_{ij} symbole de Kronecker :
  - =1 si i=j
  - et =0 sinon

Radiosité d'une surface grise : Résolution d'un système linéaire

Dans le cas général de n surfaces S_1, S_i $i = 1$ à n formant une enceinte on est donc ramené à la résolution d'un système linéaire de n équations aux n inconnues J_i fourni dans le tableau 2.5

$$\sum_{j=1}^{n} A_{ij} J_j = B_i \text{ pour } i = 1 \text{ à } n$$

A retenir

Avec :

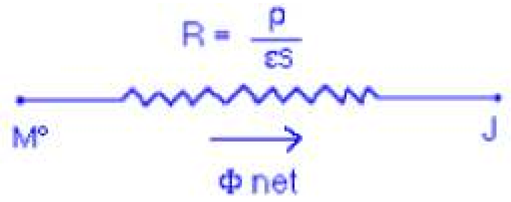
	Pour les surfaces S_i de température T_i imposée :	Pour les surfaces S_i à densité de flux net $\phi_{i_{net}}$ imposée :
A_{ij}	$\delta_{ij} - (1-\varepsilon_i)F_{ij}$	$\delta_{ij} - F_{ij}$
B_i	$\varepsilon_i \sigma_0 T_i^4$	$\phi_{i_{net}}$

- On résout pour obtenir tous les Ji puis on détermine les flux net et les Températures avec

$$\varphi_{i,net} = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(\left(\sigma T_i^4\right) - J_i\right)$$

Analogie électrique

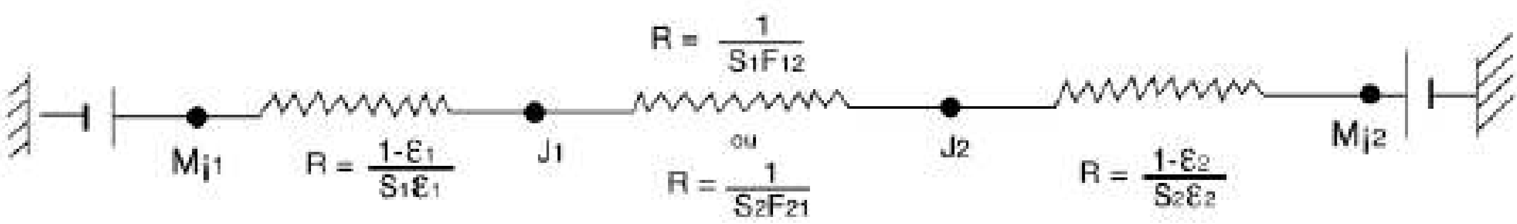
$$\Phi_{net} = \frac{\varepsilon S}{(1-\varepsilon)}\left(M^0 - J\right)$$



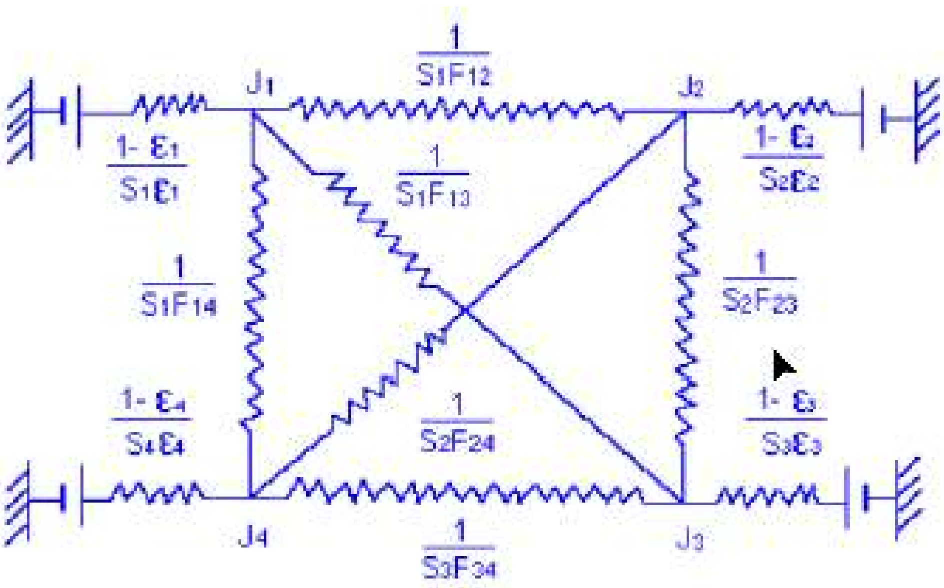
Rayonnement thermique	Electricité
Flux échangé par rayonnement : Φ	Intensité du courant électrique : I
$M_1^0 - M_2^0\ ;\ M_1^0 - J$	Différence de potentiel entre deux nœuds du réseau : $V_1 - V_2$
$S_1F_{12}\ ;\frac{\varepsilon S}{\rho}$	Conductance K entre nœuds aux deux potentiels: K=1/R, avec R=résistance

Plusieurs surfaces grises

- 2 surfaces grises :



- 4 surfaces grises :



Exercices d'application

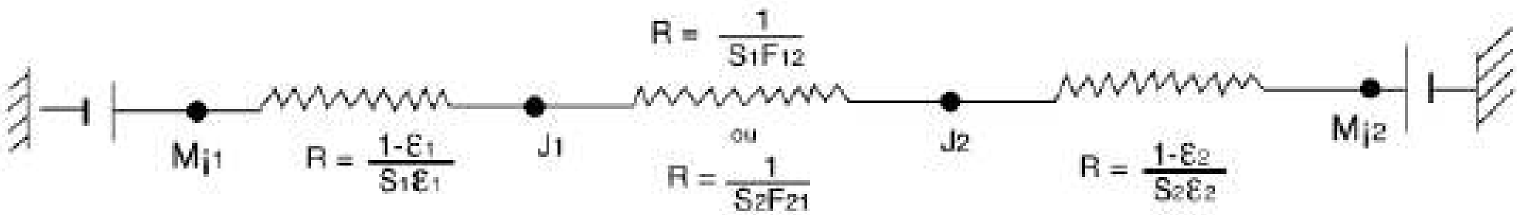
Enceinte fermée

- Une sphère opaque S1 est placée à l’intérieur d’une sphère opaque S2 . Les deux sphères sont concentriques,
  - de rayons respectifs R 1 = 1 m et R 2 = 2 m,
  - De températures d’équilibre respectivement T 1 = 212 °C et T 2 = 24 °C.
- Calculez les facteurs de forme F 11 , F 12 , F 21 et F 22 .
- Calculez le flux Φ12net échangé par rayonnement entre les deux corps, supposés opaques et diffusants, dans les cas suivants :
  - S 1 et S 2 sont noires
  - S 1 et S 2 sont grises, d’émissivités respectives $\varepsilon 1$ = 0,93 et $\varepsilon 2$ = 0,79

Enceinte fermée

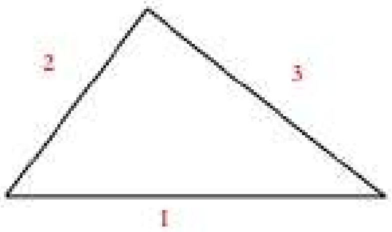
Fij (ligne i, colonne j)	1	2
1	0	1
2	=S1F12/S2= 0.25	0.75

- Surface noires
  - $\Phi 12 = F_{12}S_1M_1 - F_{21}S_2M_2 = \sigma F_{12}S_1(T_1^4 - T_2^4)$
  - $F12=1$
  - $\Phi 12 = 3.4*10^4\ W = -\Phi 21$
- Surface grises
  - Rtot=0.09
  - $\Phi 12$=(M10-M20)/Rtot= 2.9 *10^4W



Échanges dans une enceinte fermée

- ✓ Une enceinte fermée est constituée de trois surfaces S_1, S_2 et S_3 de largeur infinie :
  - S_1 : longueur : l_1 = 5 m
  - S_2 : longueur : l_2 = 3 m émissivité : e_2 = 0,6 (grise)
  - S_3 : longueur : l_3 = 4 m émissivité : e_3 = 0,7 (grise)



- ✓ Dans cette configuration, le facteur de forme géométrique F_{12} est donné par :

$$F_{12} = \frac{l_1 + l_2 - l_3}{2 l_1}$$

- ✓ On a : $\phi_{1net} = 0$, T_2 = 12 °C, T_3 = 28 °C

- Calculez les facteurs de forme F ij
- Calculez les termes B i de la matrice B.
- Calculez les termes A ij de la matrice A
- Calculez les radiosités J i
- Calculez la température T 1 de la surface S 1 et les flux Φ2net et Φ3net

Échanges dans une enceinte fermée

1. Calculez les facteurs de forme F_{ij}

cf tableau ci-contre (lignes i ; colonnes j)

0	0,4	0,6
0,667	0	0,333
0,75	0,25	0

2. Appliquez la méthode des radiosités. Calculez les termes A_{ij} et B_i, et les radiosités J_i

B_i [W.m^{-2}] :

0
224,4
325,8

A_{ij} [W.m^{-2}] :

1	-0,4	-0,6
-0,267	1	-0,133
-0,225	-0,075	1

J_i [W.m^{-2}] :

431,8
400
452,9

3. Calculez la température T_1 et les flux nets pour les surfaces S_2 et S_3

T_1=295,4 K

ϕ_{2net}=-116,5 W.m^{-1}=-38,8 W.m^{-2}

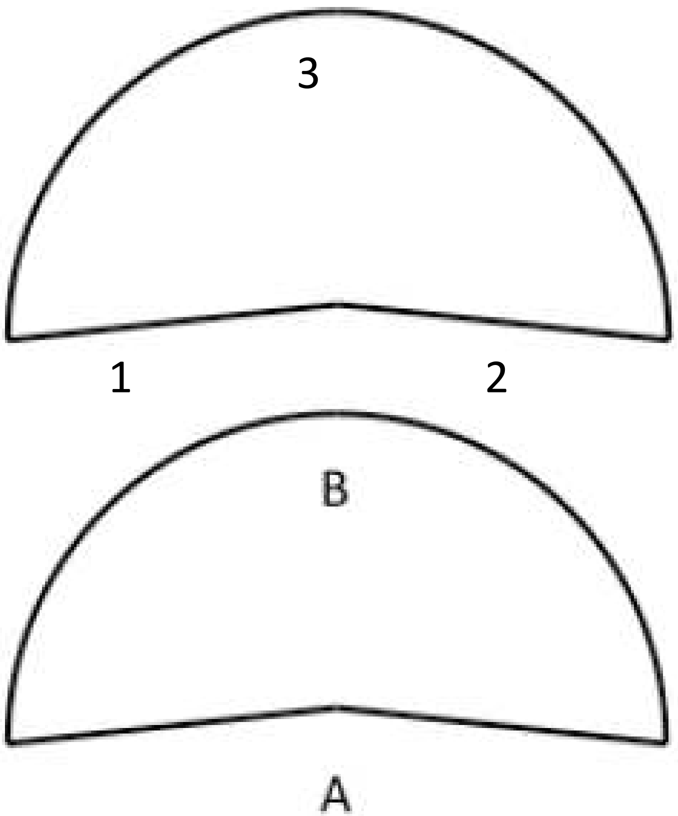
ϕ_{3net}=+116,5 W.m^{-1}

Tunnel

I. L'illustration ci-contre représente la coupe transversale d'un tunnel routier rectiligne. Cet ouvrage, de section semi-circulaire (diamètre D), sera supposé de longueur L très grande devant D.

Il abrite une voie de circulation composée de deux chaussées présentant chacune un dévers de 1,5 ° (par rapport à l'horizontale). Chaque chaussée a une largeur de 10 m.

On désignera par (1) et (2) les surfaces de chaussée et par (3) la surface de voûte circulaire.



I.1. Le tunnel est supposé composé de 2 surfaces noires. Les deux chaussées sont à température identique T_A. La voûte est à température T_B.

Calcul des facteurs de forme géométriques du problème. Calcul du flux net (perdu ou gagné) pour chacune des surfaces du problème.

Calcul de chacun des flux nets (par unité de longueur) lorsque $T_A = 15$ °C et $T_B = 10$ °C.

Corrigé tunnel

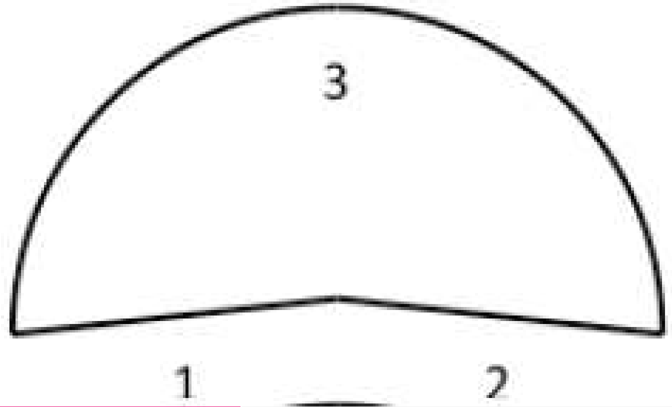
- $FAB=1$ donc $FBA=SA/SB$ $SA=20*L$
- $D=2*10*\cos(\alpha)$ avec $\alpha=1.5°$ $D\approx 20$ $SB=\pi D/2*L$, $FBA=2/\pi$
- $FAA=0$, $FBB=1-2/\pi$
- $\Phi Anet=SA(MA^0-MB^0)=527{,}8$ W/m
- $\Phi Bnet=SB(MB^0-MA^0)=-527{,}8$ W/m

Tunnel

I.2. Les deux chaussées sont maintenant supposées à des températures T_1 et T_2 ($T_1 \neq T_2$). La voûte est à température T_3. Toutes les surfaces sont noires.

Calcul des facteurs de forme géométriques du problème. Calcul du flux net (perdu ou gagné) pour chacune des surfaces du problème.

Calcul de chacun des flux nets (par unité de longueur) lorsque $T_1 = 15$ °C, $T_2 = 20$ °C et $T_3 = 10$ °C.



Corrigé tunnel

- F11=0, F12=0, F13=1, F21=0, F22=0, F23=1
- S3= πD/2, S1=S2=D/2,
- F31=S1/S3=F32, F31=F32=1/(π), F33=1-(2/ π)
- Φ1net= S1F13($M1^0$-$M3^0$)=263,9 W/m (car F12=0)
- Φ2net= S1F23($M2^0$-$M3^0$)=541.9 W/m (car F21=0)

I.2. $F_{11}=0$ $F_{12}=0$ $F_{13}=1$ $F_{21}=0$ $F_{22}=0$ $F_{23}=1$

$S_3=\pi D$ $S_1=S_2=\frac{D}{2}$ $F_{31}=\frac{S_1}{S_3}=F_{32}$ $F_{31}=F_{32}=\frac{1}{2\pi}$ $F_{33}=1-\frac{1}{\pi}$

$\Phi_{1net}=S_1\sum_j F_{1j}(M_1^\circ-M_j^\circ)=S_1F_{13}(M_1^\circ-M_3^\circ)=263,9$ W/m

$\Phi_{2net}=S_2F_{23}(M_2^\circ-M_3^\circ)=541,9$ W/m

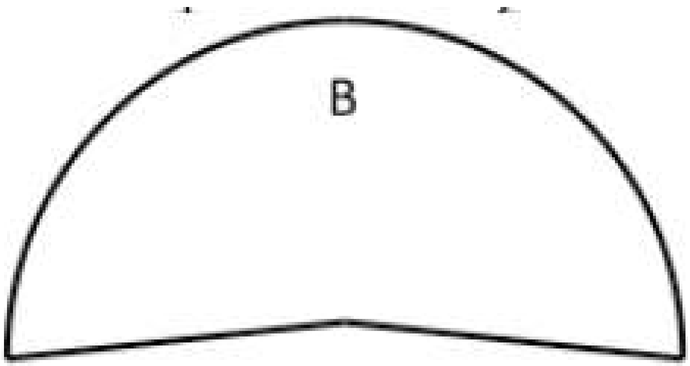
$\Phi_{3net}=S_3\sum_j F_{3j}(M_3^\circ-M_j^\circ)=S_3F_{31}(M_3^\circ-M_1^\circ)+S_3F_{32}(M_3^\circ-M_2^\circ)$

$=\frac{D}{2}(2M_3^\circ-M_1^\circ-M_2^\circ)=-805,8$ W/m $=-(\Phi_{1net}+\Phi_{2net})$

Tunnel

I.3. Le tunnel est supposé composé de 2 surfaces grises. Les deux chaussées sont à température identique T_A. La voûte est à température T_B.

Calcul du facteur de forme gris entre les deux surfaces A et B. Calcul du flux net (par unité de longueur) échangé entre les deux surfaces A et B lorsque $T_A = 15$ °C et $T_B = 10$ °C, si $\varepsilon_A = 0{,}9$ et $\varepsilon_B = 0{,}8$.



Corrigé exercice 3

I.3. $\frac{1}{S_A \mathfrak{F}_{AB}} = \frac{1-\varepsilon_A}{\varepsilon_A S_A} + \frac{1}{S_A F_{AB}} + \frac{1-\varepsilon_B}{\varepsilon_B S_B}$ $F_{AB} = 1$ $S_B = \pi D$ $S_A \simeq D$

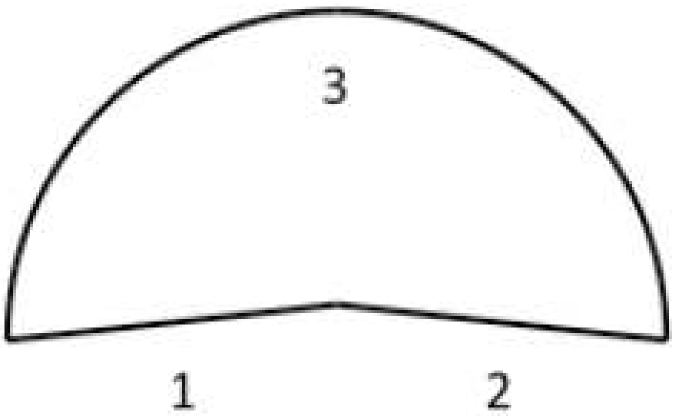
$\frac{1}{S_A \mathfrak{F}_{AB}} = \frac{1}{D}\left[\frac{1-\varepsilon_A}{\varepsilon_A} + 1 + \frac{1-\varepsilon_B}{\pi \varepsilon_B}\right]$ $S_A \mathfrak{F}_{AB} \simeq 16{,}8\ m^2/m$

$\Phi_{AB\,net} = S_A \mathfrak{F}_{AB} (M_A^0 - M_B^0) = 443{,}4$ W/m

I.4. Le tunnel est supposé composé de 3 surfaces grises. Les deux chaussées sont maintenant supposées à des températures T_1 et T_2 ($T_1 \neq T_2$). La voûte est à température T_3.

Calcul de la radiosité de chacune des surfaces du problème lorsque
$T_1 = 15$ °C, $T_2 = 20$ °C et $T_3 = 10$ °C, si $\varepsilon_1 = 0{,}9$, $\varepsilon_2 = 0{,}7$ et $\varepsilon_3 = 0{,}8$.

Calcul de chacun des flux nets (par unité de longueur).



I.4. Facteurs de forme : cf I.2.

$J_1 - (1-\varepsilon_1) J_3 = B_1 \qquad B_i = \varepsilon_i \sigma_0 T_i^4$

$J_2 - (1-\varepsilon_2) J_3 = B_2$

$-(1-\varepsilon_3)\frac{1}{2\pi} J_1 - (1-\varepsilon_3)\frac{1}{2\pi} J_2 + \left[1-(1-\varepsilon_3)\left(1-\frac{1}{\pi}\right)\right] J_3 = B_3$

$J_1 = (1-\varepsilon_1) J_3 + B_1 \qquad J_2 = (1-\varepsilon_2) J_3 + B_2$

$$-\frac{1}{2\pi}(1-\varepsilon_3)\left(B_1 + (1-\varepsilon_1) J_3\right) - \frac{1}{2\pi}(1-\varepsilon_3)\left(B_2 + (1-\varepsilon_2) J_3\right)$$
$$+\left[1-(1-\varepsilon_3)\left(1-\frac{1}{\pi}\right)\right] J_3 = B_3$$

$$J_3\left[-\frac{1}{2\pi}(1-\varepsilon_3)(1-\varepsilon_1) - \frac{1}{2\pi}(1-\varepsilon_3)(1-\varepsilon_2) + 1 - (1-\varepsilon_3)\left(1-\frac{1}{\pi}\right)\right] =$$
$$B_3 + \frac{1}{2\pi}(1-\varepsilon_3) B_1 + \frac{1}{2\pi}(1-\varepsilon_3) B_2$$

$J_1 = 387{,}67\ W/m^2 \qquad J_2 = 402{,}3\ W/m^2 \qquad J_3 = 365{,}98\ W/m^2$

$\Phi_{i\,net} = \frac{\varepsilon_i S_i}{1-\varepsilon_i}(M_i^0 - J_i) \qquad \Phi_{1\,net} = 216{,}8\ W/m \qquad \Phi_{2\,net} = 363{,}6\ W/m$

$\Phi_{3\,net} = -576{,}4\ W/m^2 = -(\Phi_{1\,net} + \Phi_{2\,net})$