

Projet de modélisation

Sujet environnement

-

Modélisation d'un microcosme de laboratoire

RODRIGUEZ Manuela, TEN SHONG Farah et LEBALLAIS Vaiana

Table des matières

Phase 1 : Explication du modèle et résolution du système	3
Question 1 :	3
Question 2 :	4
Question 3 :	5
Question 4 :	5
Question 5 :	6
Question 6 :	7
Lorsqu'on augmente delta, on remarque que le nombre d'algues sédimentées diminue, par conséquence le nombre d'algues ingérées au fond diminue.	15
Question 7 :	15
Phase 2 : Ouverture.....	23
Références.....	26
Annexes.....	26

Phase 1 : Explicitation du modèle et résolution du système

Question 1 :

Le système différentiel global s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \mu_1 N_1(t) \left(1 - \frac{N_1(t)}{K_1(t)}\right) - sN_1(t) - D_1(t)g_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \mu_2 N_2(t) \left(1 - \frac{N_2(t)}{K_2(t)}\right) + sN_1(t) - D_2(t)g_2(t) \\ \frac{dL(t)}{dt} = k(L_\infty - L(t)) \end{cases}$$

Avec

- $\frac{dN_1(t)}{dt}$: représente le changement de la population des microalgues en suspension.
- $\mu_1 N_1(t) \left(1 - \frac{N_1(t)}{K_1(t)}\right)$: représente la compétition entre les microalgues en suspension pour les nutriments dû à leur croissance.
- $sN_1(t)$: représente la sédimentation des microalgues en suspension.
- $D_1(t)g_1(t)$: représente les microalgues en suspension qui sont mangées par les daphnies.
- $\frac{dN_2(t)}{dt}$: représente le changement de la population des microalgues sédimentées.
- $\mu_2 N_2(t) \left(1 - \frac{N_2(t)}{K_2(t)}\right)$: représente la compétition entre les microalgues sédimentées pour les nutriments dû à leur croissance.
- $D_2(t)g_2(t)$: représente les microalgues sédimentées qui sont mangées par les daphnies.
- $\frac{dL(t)}{dt}$: représente le changement de la taille des daphnies.
- $k(L_\infty - L(t))$: représente la croissance des daphnies.

- $\frac{dN_1(t)}{dt} = \mu_1 N_1(t) \left(1 - \frac{N_1(t)}{K_1(t)}\right) - sN_1(t) - D_1(t)g_1(t)$: représente l'évolution de la population des microalgues en suspension.
- $\frac{dN_2(t)}{dt} = \mu_2 N_2(t) \left(1 - \frac{N_2(t)}{K_2(t)}\right) + sN_1(t) - D_2(t)g_2(t)$: représente l'évolution de la population des microalgues sédimentées.
- $\frac{dL(t)}{dt} = k(L_\infty - L(t))$: représente l'évolution de la population des daphnies.

Question 2 :

Paramètre	Unité	Signification
s	<i>jour</i> ⁻¹	Taux de sédimentation des microalgues
N ₁ (0)	<i>Nombre de microalgues</i>	Nombre de microalgues en suspension en t=0
μ ₁	<i>jour</i> ⁻¹	Taux de croissance des algues en suspension
μ ₂	<i>jour</i> ⁻¹	Taux de croissance des algues sédimentées
K ₁	<i>Nombre de microalgues</i>	Capacité limite des algues en suspension
K ₂	<i>Nombre de microalgues</i>	Capacité limite des algues sédimentées
k	<i>jour</i> ⁻¹	Taux de croissance des daphnies
L(0)	<i>mm</i>	Taille des daphnies à la naissance
L _∞	<i>mm</i>	Taille maximale des daphnies
V ₁ (0)	<i>mL</i>	Volume de la colonne d'eau en t=0
V ₂	<i>mL</i>	Volume d'eau occupé par les algues sédimentées
α	<i>mL.mm^{-γ}/daphnie.jour</i>	Coefficient de régression
γ	-	Coefficient de régression
D _s (0)	<i>Nombre de daphnies</i>	Nombre total de daphnies à t=0
d	<i>daphnies/jour</i>	Taux de mortalité naturelle des daphnies
δ	-	Ratio de densité des algues pour lequel la moitié des daphnies vivantes broutent dans la colonne d'eau.
E _k	<i>μg/L</i>	Concentration en Cd qui inhibe de moitié la croissance des daphnies en deux semaines
b _k	-	Pente de la relation dose-effet de la croissance des daphnies
E _μ	<i>μg/L</i>	Concentration en Cd qui inhibe de moitié la croissance des microalgues en deux semaines
b _μ	-	Pente de la relation dose-effet de la croissance des microalgues

Question 3 :

L'équation qui est découplée des autres est :

$$\frac{dL(t)}{dt} = k(L_\infty - L(t))$$

La solution analytique de cette équation est :

$$\begin{aligned}\frac{dL(t)}{dt} &= kL_\infty - kL(t) \\ L(t) &= Ce^{-kt} + \frac{kL_\infty}{k} = Ce^{-kt} + L_\infty \\ L(0) &= Ce^0 + L_\infty \\ C &= L(0) - L_\infty\end{aligned}$$

$$L(t) = (L(0) - L_\infty)e^{-kt} + L_\infty$$

Question 4 :

Pour résoudre le problème, nous avons choisi la méthode d'Euler explicite car elle est simple à programmer et elle donne un résultat approximatif qui s'approche de la solution réelle. De plus, c'est une méthode d'ordre 1, donc l'erreur sera proportionnelle à $o(h^2)$. En effet, cette méthode permet de résoudre des équations différentielles du premier ordre de la forme suivante :

$$y'(t) = f(t, y(t))$$

Avec une condition initiale $y(t_0) = y_0$ où t est la variable de temps, en utilisant la méthode des rectangles pour calculer l'intégrale de la fonction souhaitée.

Pour cela, il faut d'abord déterminer un intervalle. Ici l'intervalle est $[0 ; t_{\text{final}}]$. On discrétise cet intervalle en N sous-intervalles dont le pas de temps est $h=0,1$ jour. On obtient donc des valeurs de temps t_n où $t_n=n*h$ avec n variant de 0 à N . Pour obtenir l'approximation à l'instant t_{n+1} , on calcule alors :

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + h*f(t_n, y_n)$$

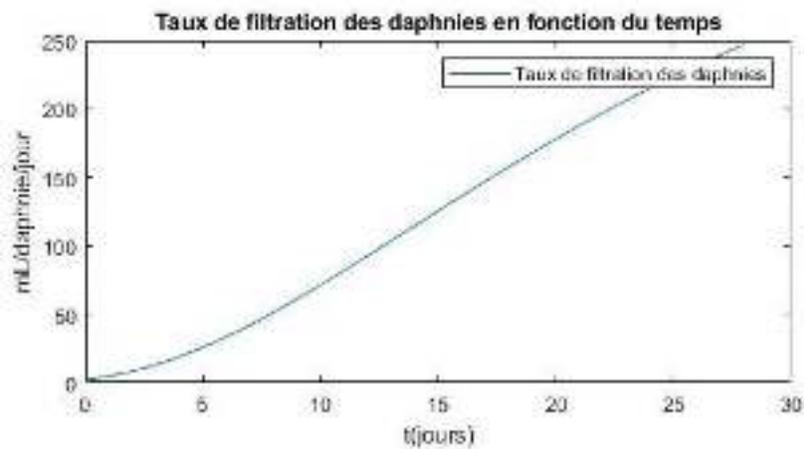
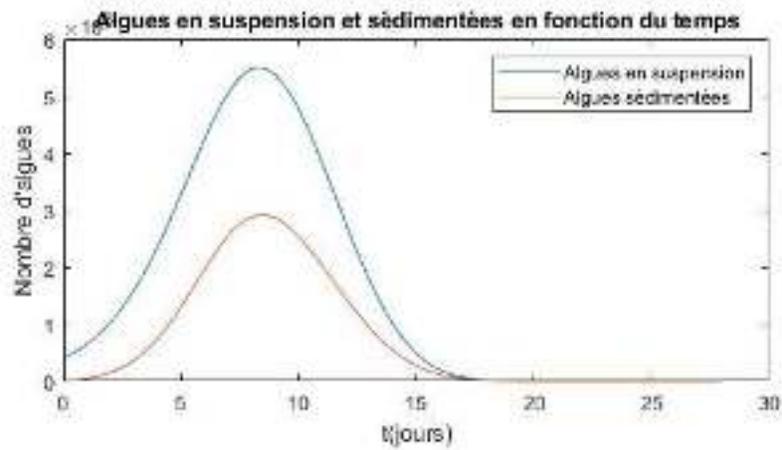
Question 5 :

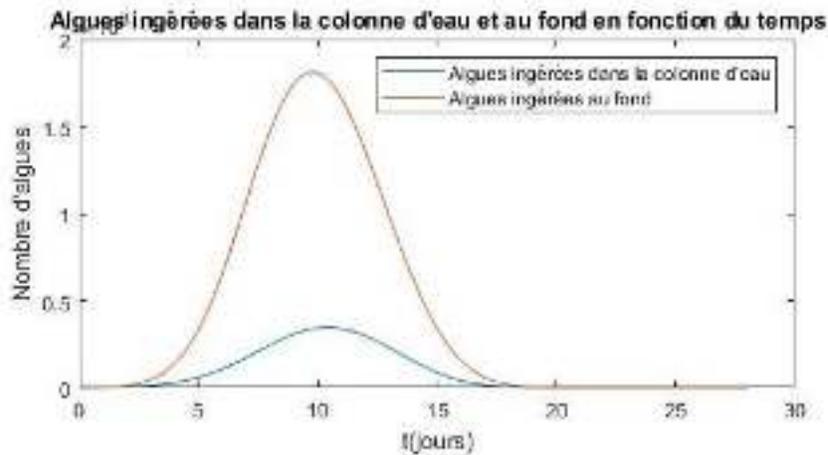
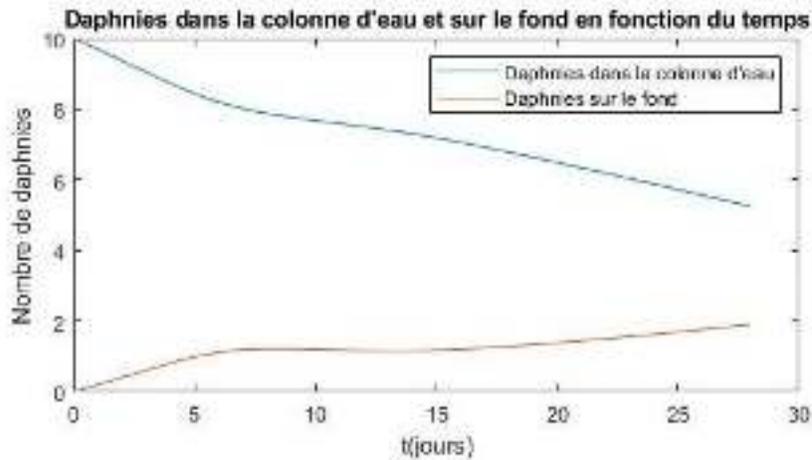
Pour les paramètres suivants:

- $\mu_1=0,5915$
- $\mu_2=0,5930$
- $k=0,0658$
- $\text{delta}=0,2926$

On obtient:

t (jours)	L(t)	D1(t)	D2(t)	g1(t)	g2(t)	N1(t)	N2(t)	f(t)
28	4.3497	5.2479	1.8983	5.4519e-08	1.8984e-07	6.2210e-08	7.6893e-08	246.8884





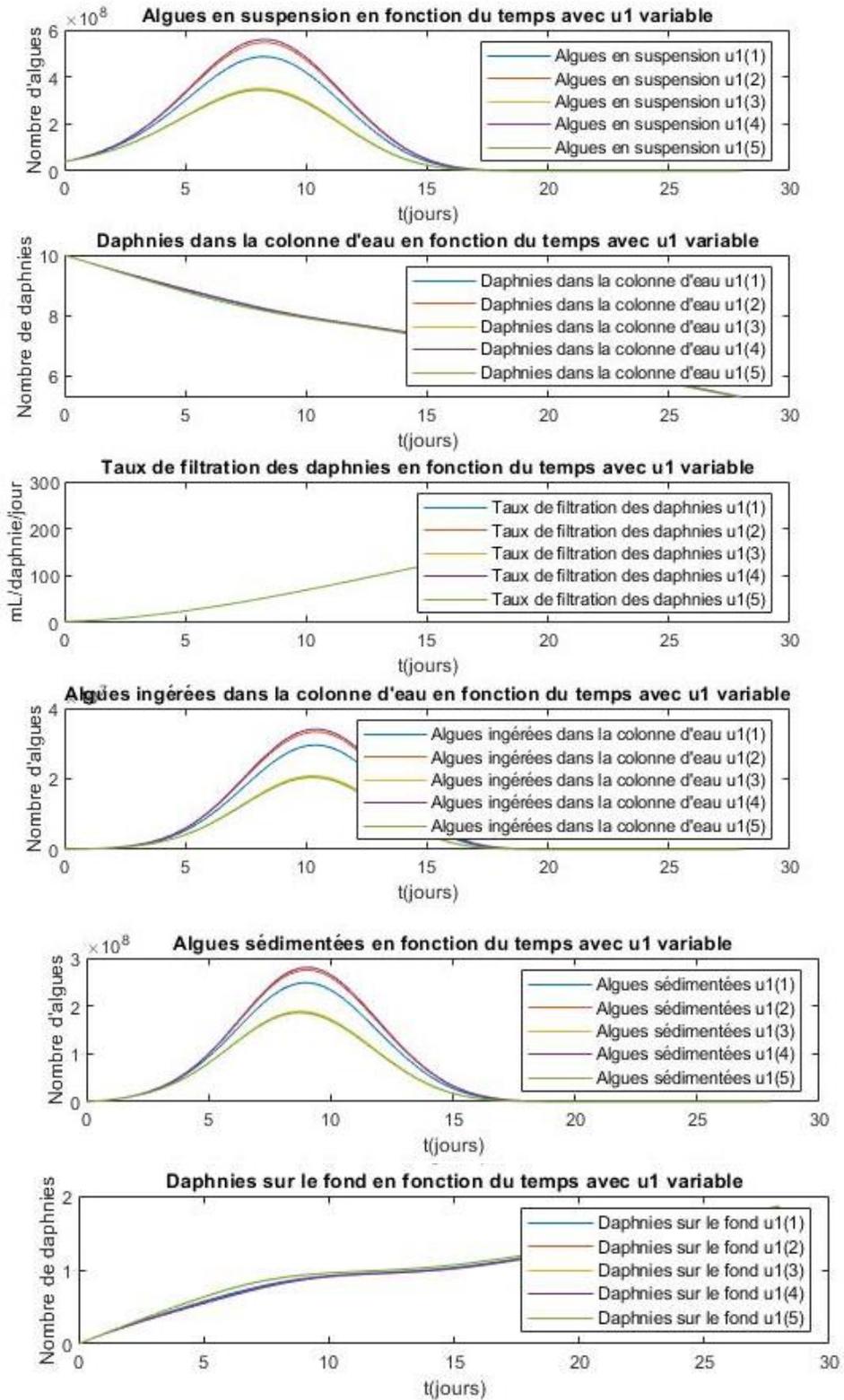
Question 6 :

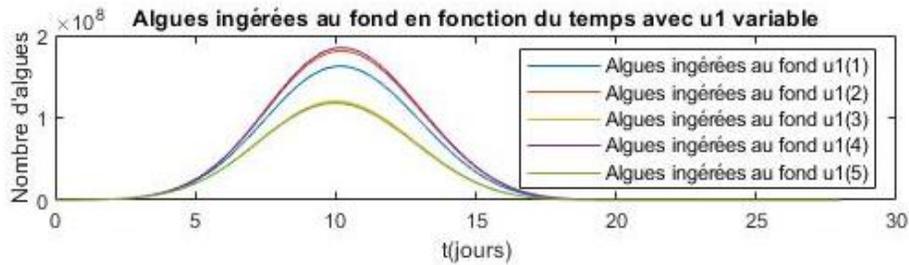
- Dans un premier temps on fixe :

μ_2	k	delta
0.524	0.131	0.055

Avec le taux de croissance des algues en suspensions μ_1 variable, on obtient les résultats suivants sur quatre semaines :

μ_1	t(jours)	L(t)	D1(t)	D2(t)	g1(t)	g2(t)	N1(t)	N2(t)	f(t)
0.572	28	4.329	5.299	1.847	4.22E-08	2.00E-07	4.89E-08	8.20E-08	243.410
0.595	28	4.329	5.306	1.840	6.82E-08	3.21E-07	7.90E-08	1.32E-07	243.410
0.514	28	4.329	5.282	1.864	1.18E-08	5.63E-08	1.36E-08	2.31E-08	243.410
0.599	28	4.329	5.308	1.838	7.49E-08	3.52E-07	8.66E-08	1.44E-07	243.410
0.511	28	4.329	5.281	1.865	1.09E-08	5.20E-08	1.26E-08	2.14E-08	243.410





On remarque que le taux de croissance des algues en suspensions μ_1 n'a pas ou peu d'influence sur les daphnies dans la colonne d'eau, le taux de filtration des daphnies, et sur les daphnies sur le fond.

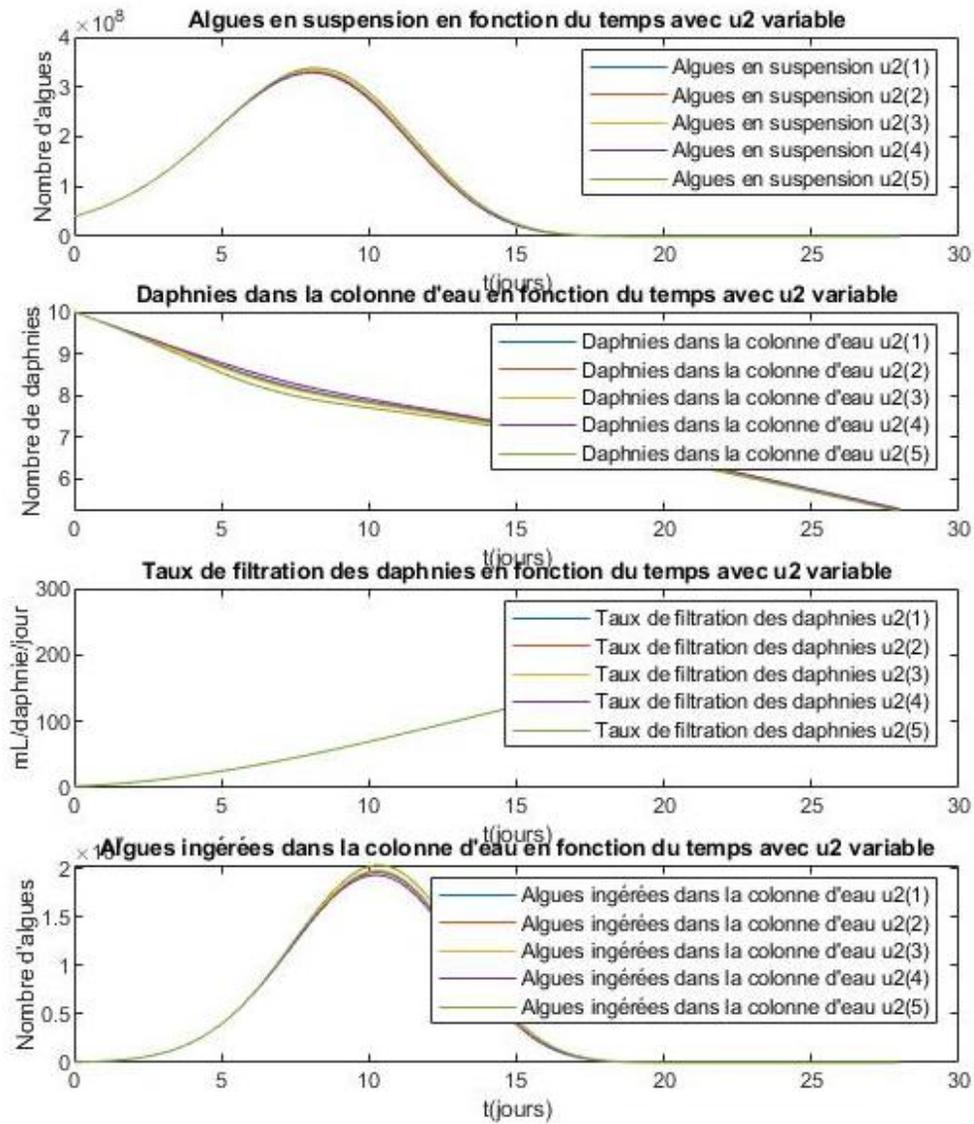
μ_1 a une influence sur les algues ingérées dans la colonne d'eau, sur les algues sédimentées et sur les algues ingérées au fond. Vers le 10-ème jour, on peut facilement observer que plus le taux de croissance des algues en suspension μ_1 augmente, et plus les algues sont nombreuses car les algues se sont développées en plus grande quantité.

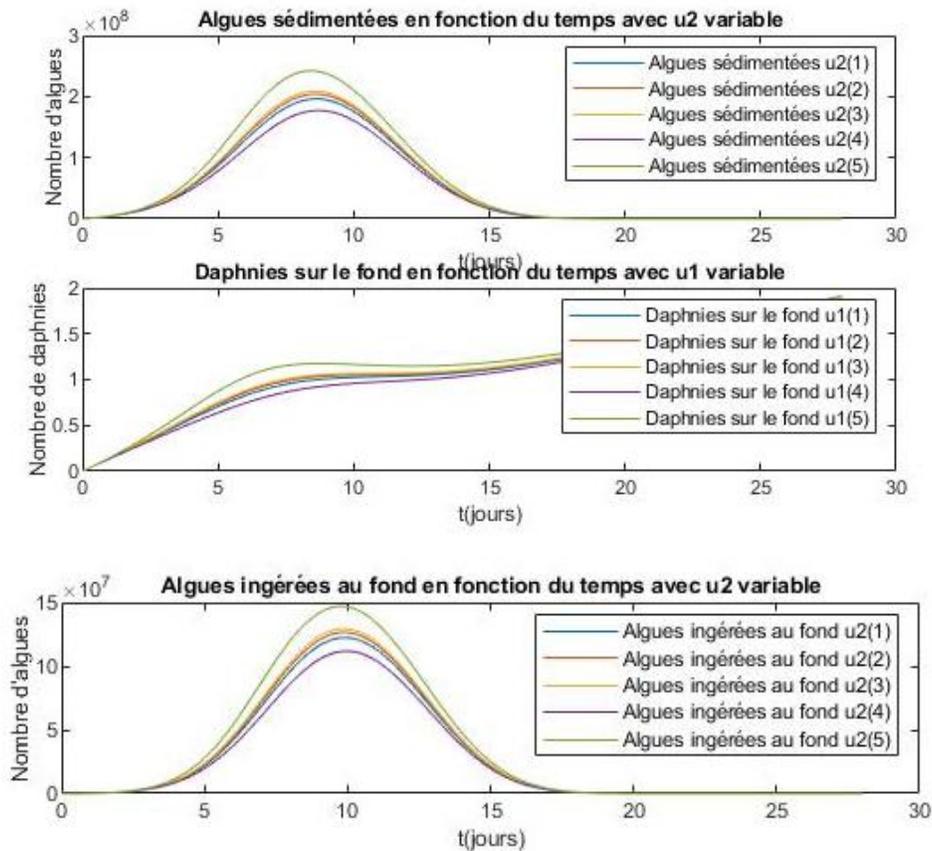
- On fixe maintenant:

μ_1	k	delta
0.503	0.065	0.208

On fait varier le taux de croissance des algues sédimentées μ_2 . On obtient les résultats suivants:

μ_2	t(jours)	L(t)	D1(t)	D2(t)	g1(t)	g2(t)	N1(t)	N2(t)	f(t)
0.466	28	4.329	5.264	1.882	1.10E-08	5.33E-08	1.27E-08	2.19E-08	243.410
0.486	28	4.329	5.258	1.888	1.19E-08	5.80E-08	1.38E-08	2.38E-08	243.410
0.498	28	4.329	5.254	1.892	1.25E-08	6.11E-08	1.45E-08	2.51E-08	243.410
0.414	28	4.329	5.280	1.866	8.91E-09	4.27E-08	1.03E-08	1.76E-08	243.410
0.578	28	4.329	5.230	1.916	1.73E-08	8.57E-08	2.00E-08	3.52E-08	243.410





Le taux de croissance des algues sédimentées μ_2 n'a pas ou peu d'influence sur les algues en suspension, sur les daphnies dans la colonne d'eau, sur le taux de filtration des daphnies et sur les algues ingérées dans la colonne d'eau. μ_2 a une influence sur les daphnies sur le fond et sur les algues ingérées au fond.

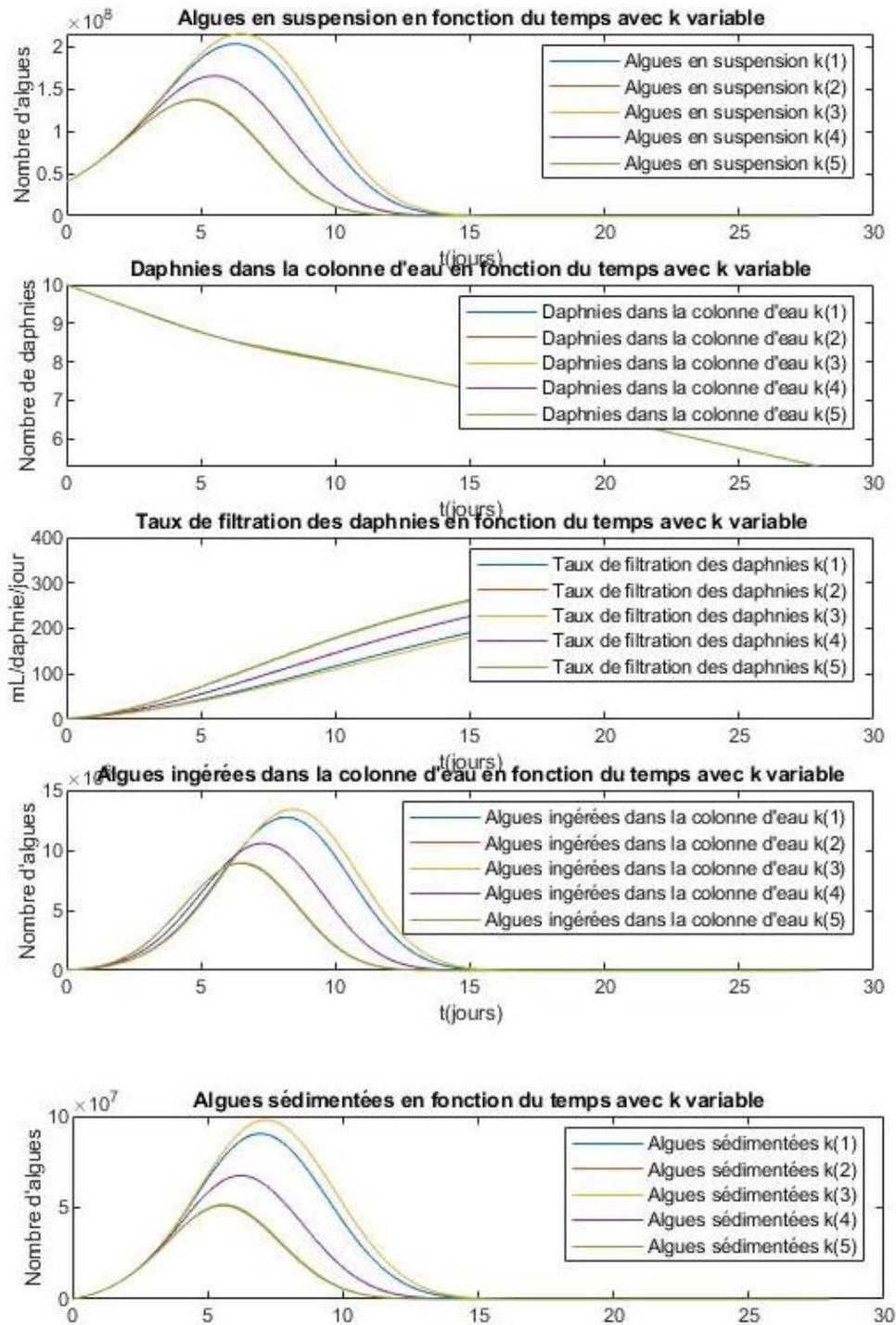
Lorsque le taux de de croissance des algues sédimentées augmente, il y a forcément plus d'algues au fond, donc les daphnies vont manger plus d'algues au fond.

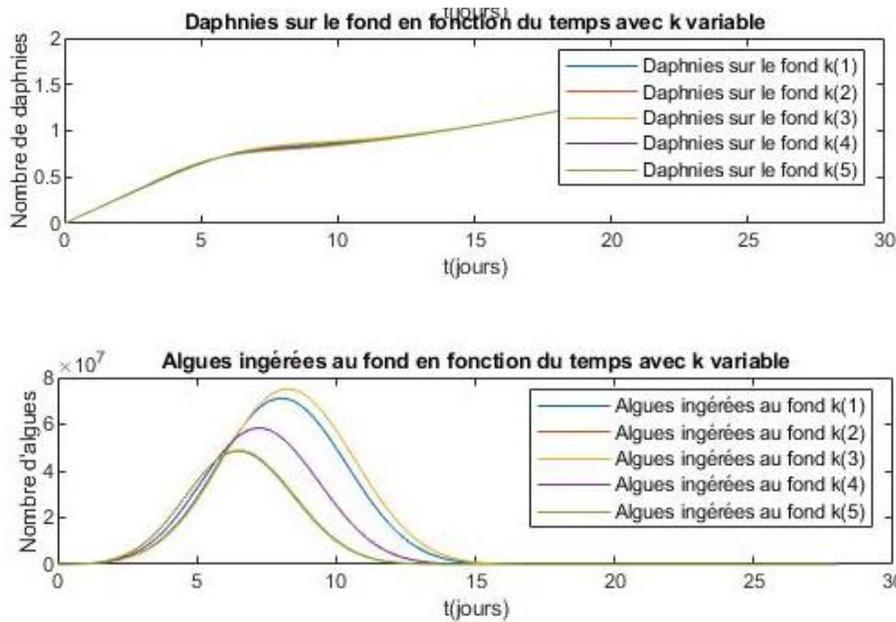
- On fixe :

μ_1	μ_2	delta
0.503	0.413	0.208

On fait varier le taux de croissance des daphnies k. On obtient les résultats suivants :

k	t(jours)	L(t)	D1(t)	D2(t)	g1(t)	g2(t)	N1(t)	N2(t)	f(t)
0.094	28	4.702	5.277	1.869	4.50E-19	2.16E-18	4.07E-19	6.93E-19	311.847
0.133	28	4.900	5.275	1.871	4.02E-29	1.93E-28	3.21E-29	5.48E-29	352.968
0.089	28	4.665	5.277	1.869	1.00E-17	4.80E-17	9.25E-18	1.58E-17	304.568
0.111	28	4.819	5.276	1.870	3.31E-24	1.59E-23	2.78E-24	4.74E-24	335.636
0.132	28	4.898	5.275	1.871	5.83E-29	2.80E-28	4.66E-29	7.96E-29	352.480





Lorsqu'on augmente le taux de croissance des daphnies k , le nombre d'algues en suspension, dans la colonne d'eau, d'algues sédimentées et d'algues ingérées diminue. On observe également que cette augmentation du taux de croissance des daphnies implique que le nombre maximum d'algues dans le microcosme est atteint plus rapidement (au bout de 6 jours contre 8 pour k élevé)

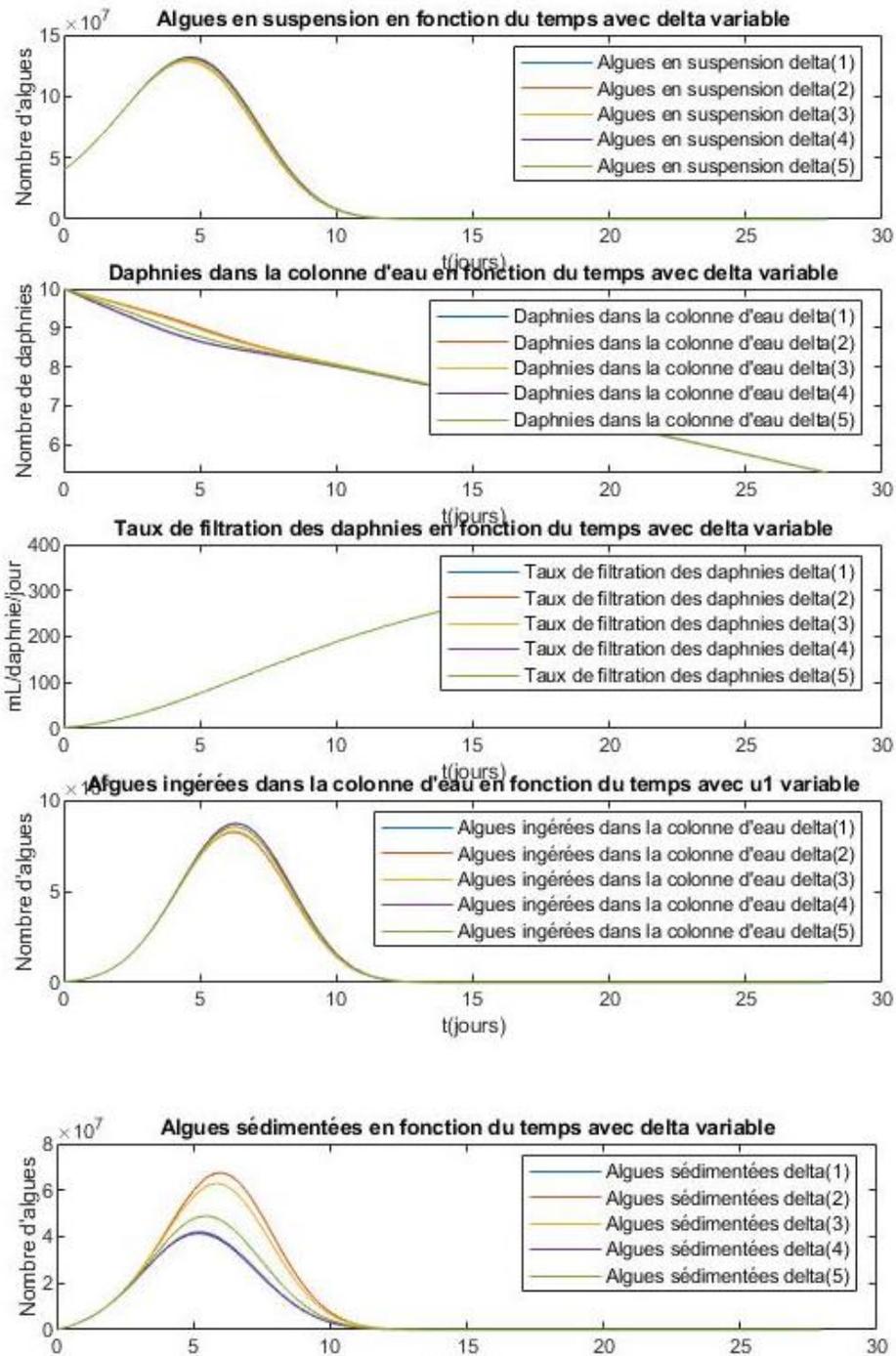
Cela s'explique par le fait que le plus il y aura de Daphnies, plus il y aura d'algues ingérées et rapidement.

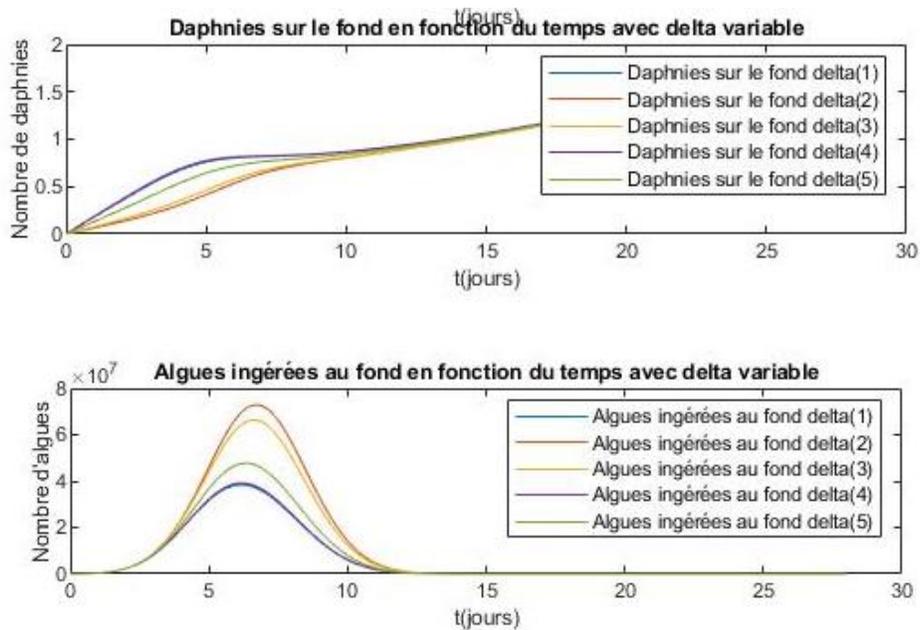
- On fixe maintenant les paramètres :

μ_1	μ_2	k
0.503	0.413	0.139

On fait varier le paramètre delta, on obtient le tableau et les graphiques suivants :

delta	t(jours)	L(t)	D1(t)	D2(t)	g1(t)	g2(t)	N1(t)	N2(t)	f(t)
0.283	28	4.915	5.272	1.874	3.34E-30	1.18E-29	2.64E-30	3.32E-30	356.297
0.098	28	4.915	5.280	1.866	2.17E-30	2.21E-29	1.71E-30	6.20E-30	356.297
0.115	28	4.915	5.279	1.867	2.27E-30	1.97E-29	1.79E-30	5.53E-30	356.297
0.274	28	4.915	5.273	1.874	3.28E-30	1.20E-29	2.60E-30	3.36E-30	356.297
0.198	28	4.915	5.276	1.871	2.78E-30	1.40E-29	2.19E-30	3.92E-30	356.297





Lorsqu'on augmente delta, on remarque que le nombre d'algues sédimentées diminue, par conséquence le nombre d'algues ingérées au fond diminue.

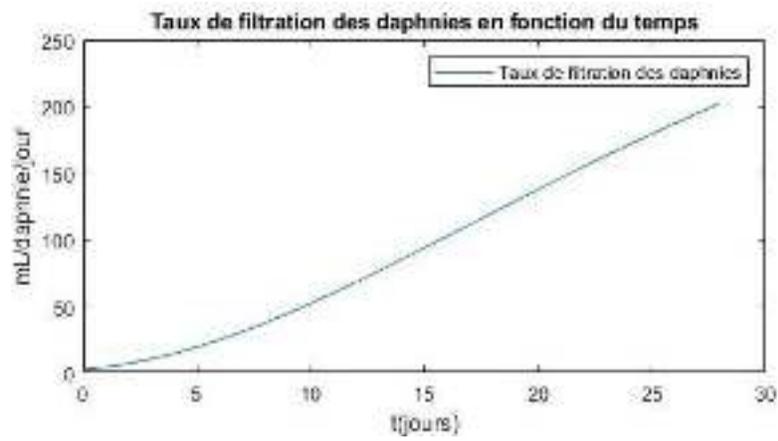
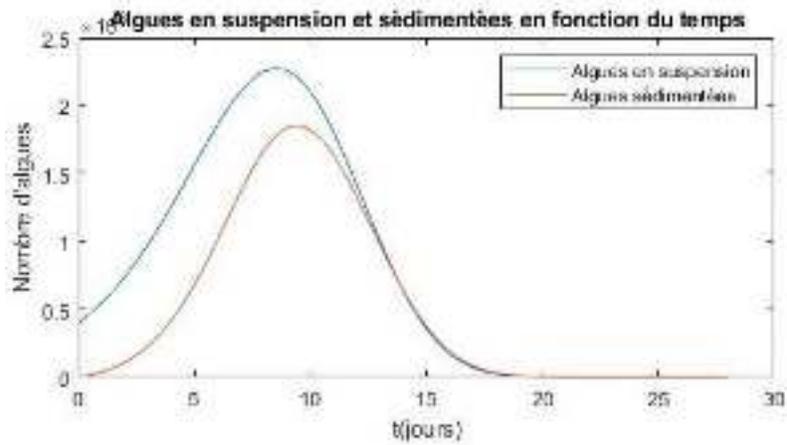
Question 7 :

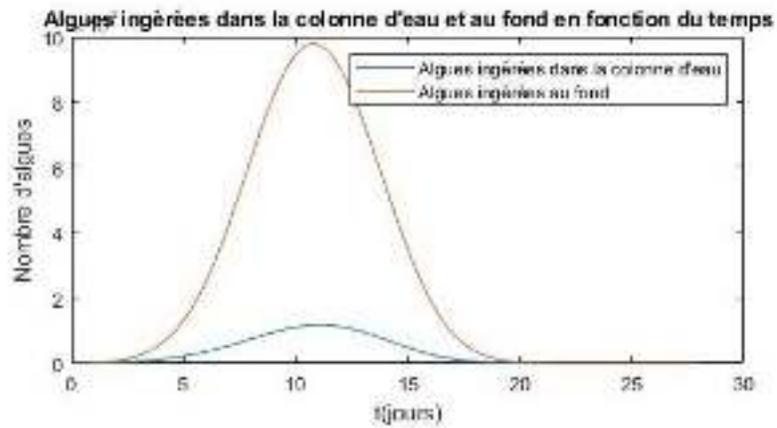
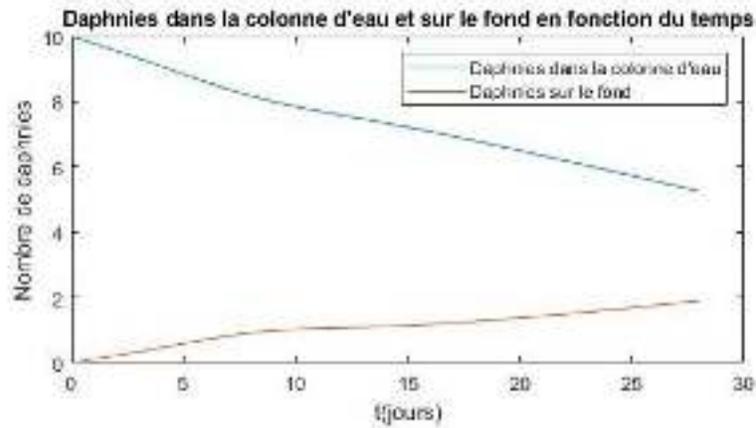
On étudie les résultats à différentes concentrations de Cadmium pour observer si celui-ci a un impact sur les algues et sur les daphnies. On montre les graphiques obtenus pour des exemples de concentration en Cadmium prises.

- Pour $C_j = 20.208 \mu g. L^{-1}$

On obtient :

t(jours)	L(t)	D1(t)	D2(t)	g1(t)	g2(t)	N1(t)	N2(t)	f(t)
28	4.070	5.254	1.892	3.32E-05	2.24E-04	4.62E-05	1.11E-04	202.226

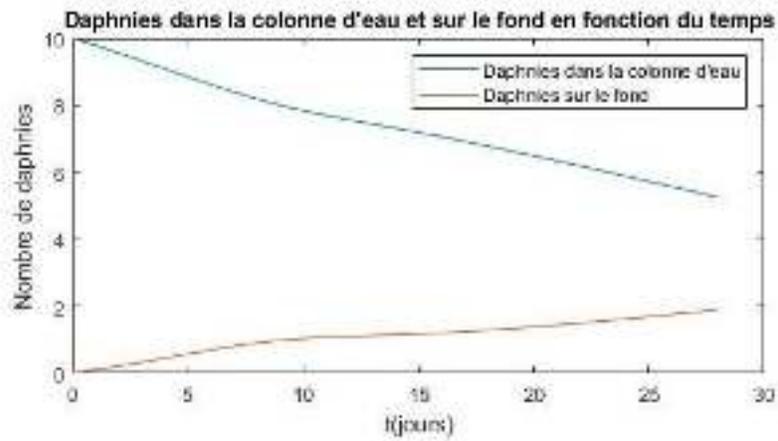
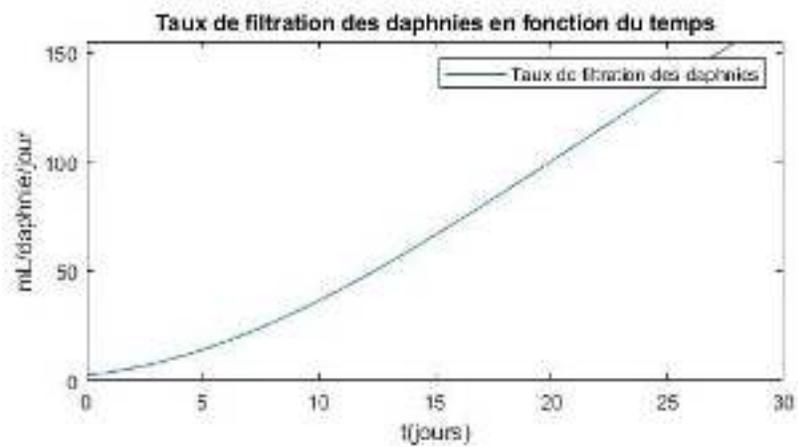
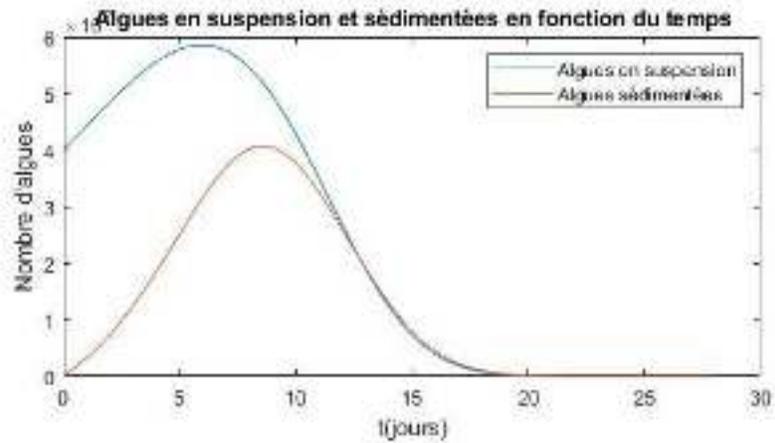


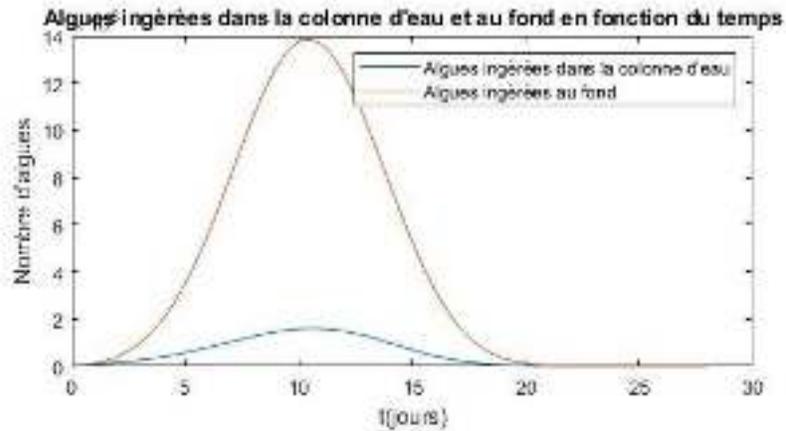


- Pour $C_j = 45.389 \mu\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$

On obtient :

t(jours)	L(t)	D1(t)	D2(t)	g1(t)	g2(t)	N1(t)	N2(t)	f(t)
28	3.725	5.251	1.896	1.59E-03	1.08E-02	2.88E-03	6.94E-03	155.111

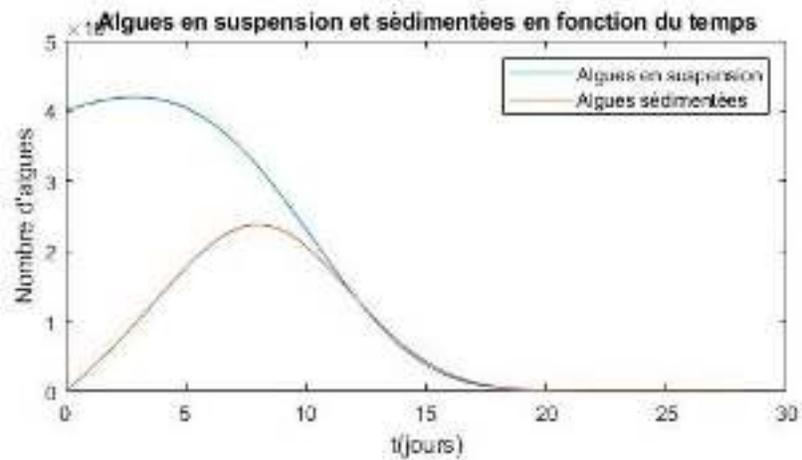


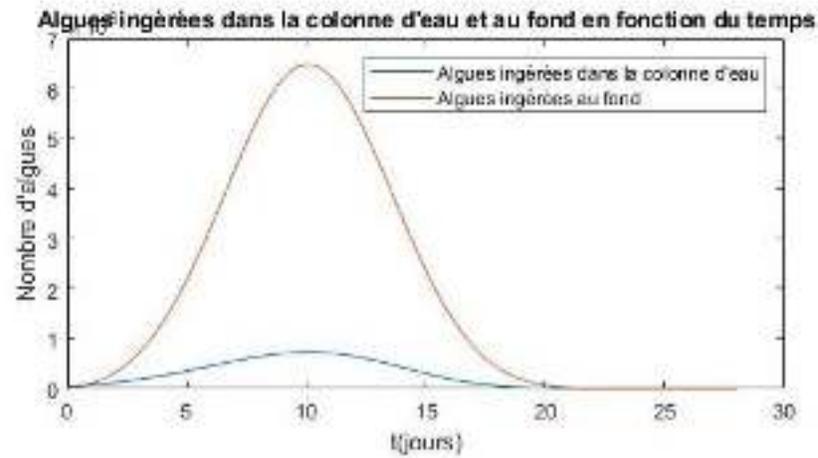
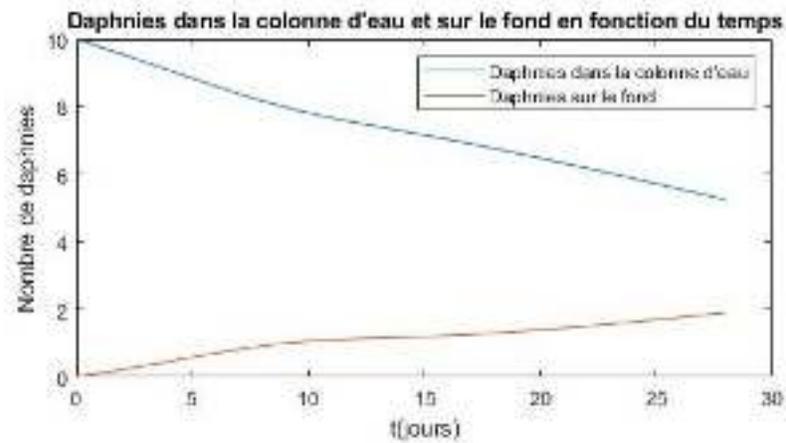
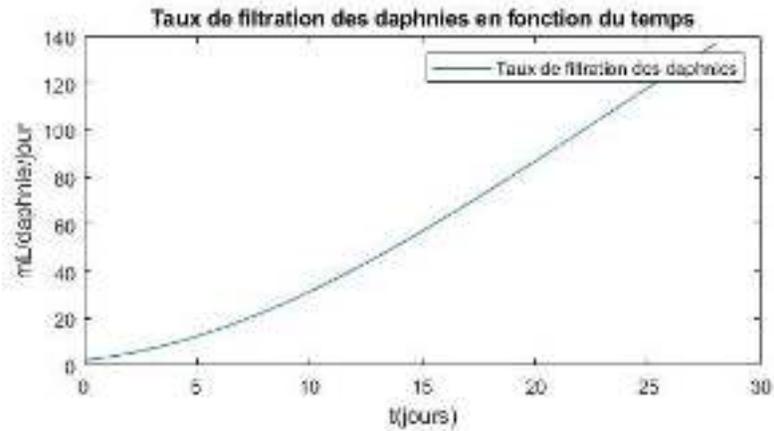


- Pour $C_j = 61.281 \mu\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$

On obtient :

t(jours)	L(t)	D1(t)	D2(t)	g1(t)	g2(t)	N1(t)	N2(t)	f(t)
28	3.573	5.248	1.898	5.75E-03	3.91E-02	1.18E-02	2.85E-02	136.896

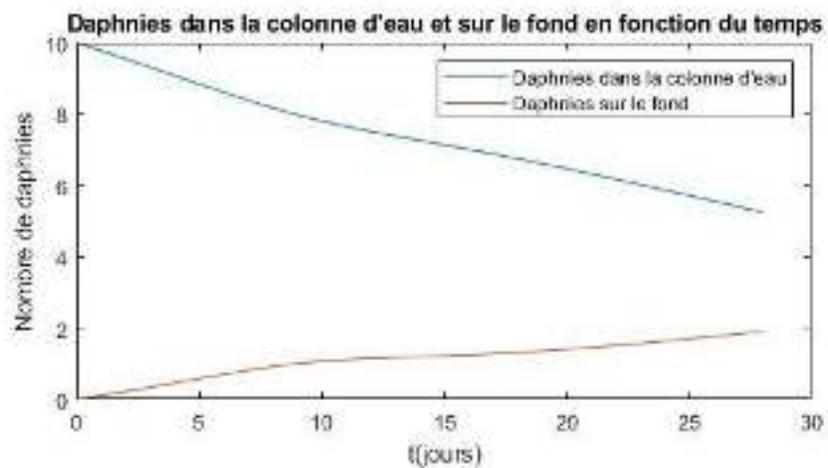
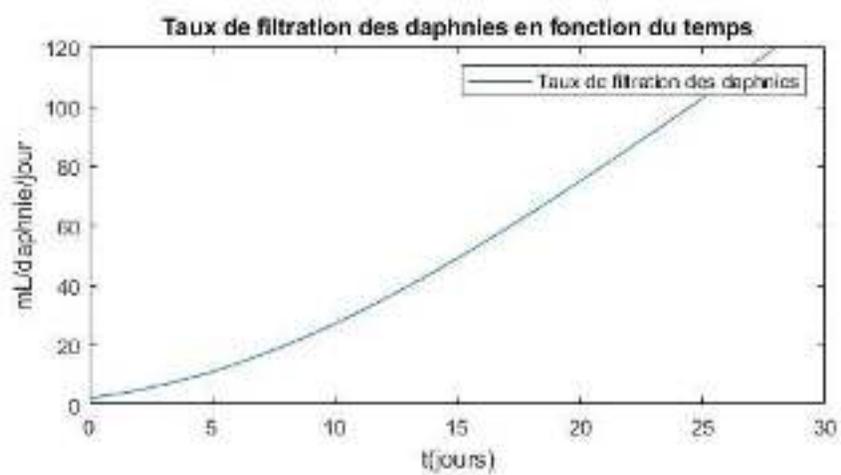
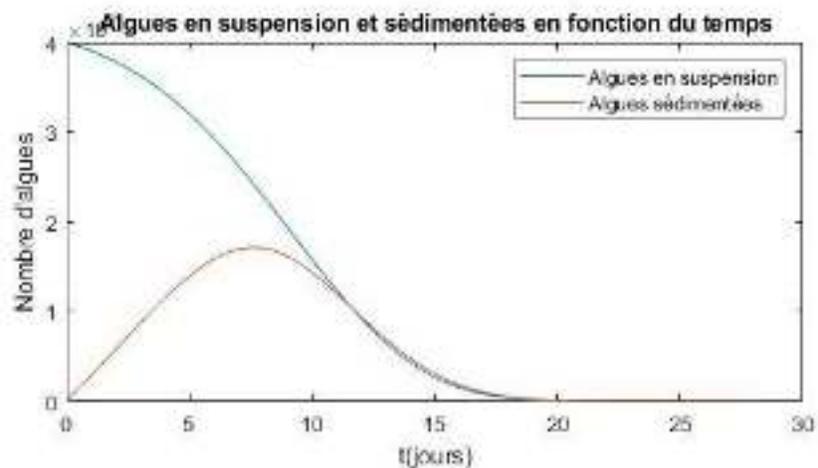


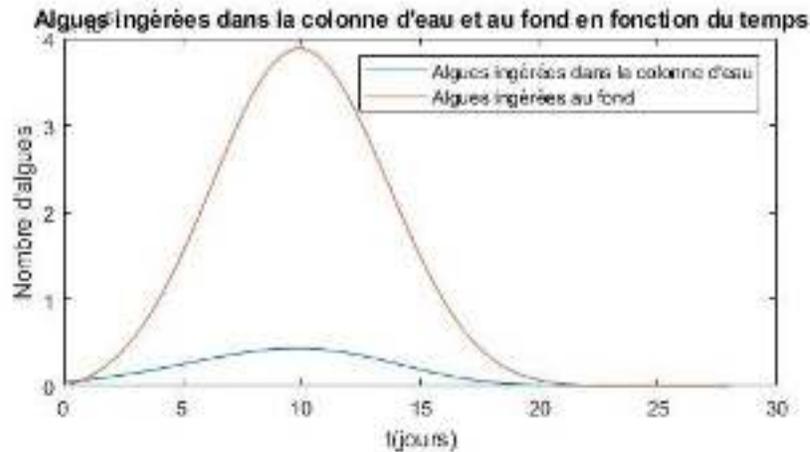


- Pour $C_j = 81.942 \mu\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$

On obtient :

t(jours)	L(t)	D1(t)	D2(t)	g1(t)	g2(t)	N1(t)	N2(t)	f(t)
28	3.416	5.246	1.901	3.24E-02	2.21E-01	7.64E-02	1.85E-01	119.588





Plus la concentration en Cadmium est élevée, plus les pics maximums des algues en suspension sont déplacés. Pour une concentration d'environ $20 \mu\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$, on a un maximum d'algues en suspension au bout de 8 jours, alors qu'avec une concentration de $81 \mu\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$, le maximum est atteint au jour 0 et le nombre d'algues en suspension ne fait que diminuer.

On remarque également qu'à partir d'une concentration de $45 \mu\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$, on a 4 algues en suspension dès le jour 0, contrairement aux bassins avec pas ou peu de Cadmium qui n'ont qu'une algue au jour 0.

Le cadmium a donc un impact sur les algues, lorsqu'un milieu aquatique est pollué, il y a plus d'algues en suspension présentes dès le début, mais par la suite il n'y a plus de croissance de ces microalgues. Elles tombent toutes au fond de l'aquarium.

Plus le cadmium est concentré, moins le taux de filtration des daphnies atteint un nombre élevé au bout de deux semaines. Mais le cadmium n'a pas d'impacts sur le nombre de Daphnies broutant dans la colonne d'eau ou sur le fond. On a le même nombre de Daphnies aux mêmes jours en faisant varier la concentration en Cadmium.

Le Cadmium n'a donc pas d'impact direct sur le nombre de Daphnies mais il influence le taux de filtration. La taille des Daphnies varie donc en fonction de la concentration en Cadmium. Plus le milieu aquatique est pollué, plus les Daphnies sont de petite taille.

Ceci impact indirectement les algues ingérées. En effet, on observe une diminution des algues ingérées dans la colonne d'eau et au fond lorsque la concentration en Cadmium augmente. Plus le taux de filtration est faible, et moins il y a d'algues ingérées.

Phase 2 : Ouverture

On a choisi la prise en compte de la reproduction des daphnies en laissant les jeunes dans le microcosme. Par suite de la recherche de la reproduction des daphnies, on a trouvé qu'elles se reproduisent de manière sexuée et asexuée. La reproduction sexuée donne lieu à 2 nouvelles daphnies par semaine tandis que la reproduction asexuée donne lieu à 4 nouvelles daphnies. La différence entre ces deux modes de reproduction est que la reproduction asexuée donne lieu qu'à des femelles tandis que la reproduction sexuée donne lieu à des mâles et à des femelles. Par soucis de simplicité, on a choisi la reproduction sexuée car on a considéré que l'environnement est optimal pour ce type de reproduction et pour ne pas engendrer de déséquilibres dans la population des daphnies dus aux proportions des mâles et des femelles.

Pour modéliser leur reproduction, on a choisi d'utiliser une équation similaire à celle de la sédimentation des algues :

$$\frac{dD_S(t)}{dt} = rD_S(t)$$

Avec r le taux de reproduction des daphnies, qui a une valeur de 0,286 daphnies/jour.

La solution analytique de cette équation est :

$$\begin{aligned} \frac{dD_S(t)}{dt} &= rD_S(t) \\ D_S(t) &= Ce^{rt} \\ D_S(0) &= Ce^0 \\ C &= D_S(0) \\ D_S(t) &= D_S(0)e^{rt} \end{aligned}$$

En prenant en compte cela, le nouveau système d'équations est :

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \mu_1 N_1(t) \left(1 - \frac{N_1(t)}{K_1(t)} \right) - sN_1(t) - D_1(t)g_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \mu_2 N_2(t) \left(1 - \frac{N_2(t)}{K_2(t)} \right) + sN_1(t) - D_2(t)g_2(t) \\ \frac{dL(t)}{dt} = k(L_\infty - L(t)) \end{cases}$$

Avec

$$D_1(t) = D_S(t) \times \frac{N_1(t)}{N_1(t) + \delta N_2(t)}$$

$$D_2(t) = D_S(t) - D_1(t)$$

Et

$$D_S(t) = D_S(0)e^{-dt} + D_S(0)e^{rt} = D_S(0)(e^{-dt} + e^{rt})$$

Finalement, on n'a pas pris en compte la présence de cadmium et on a considéré que toutes les daphnies peuvent se reproduire y compris les jeunes.

Dans ce cas, on a dû introduire une condition dans la modélisation car on s'est rendu compte que le nombre de daphnies augmentait considérablement à chaque pas et qu'au bout de 4 semaines on se retrouvait avec des taux d'ingestion et des quantités de microalgues négatifs. On a demandé donc au programme de s'arrêter quand on commençait à avoir des valeurs négatives.

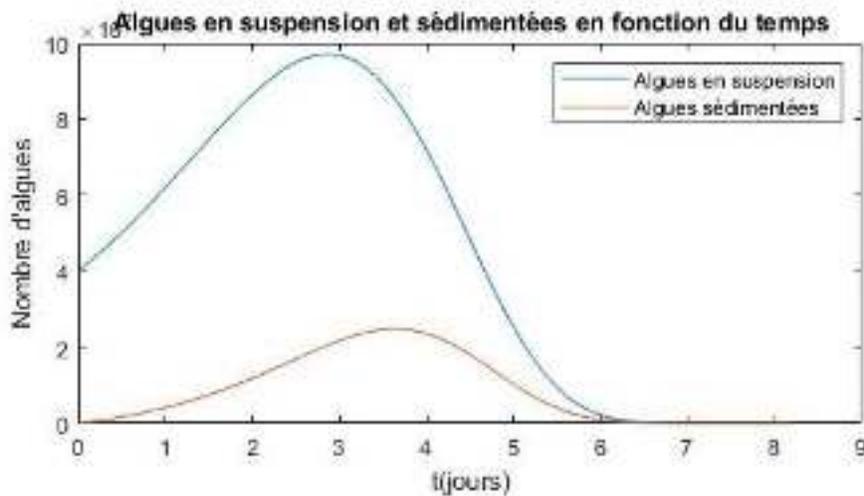
Pour:

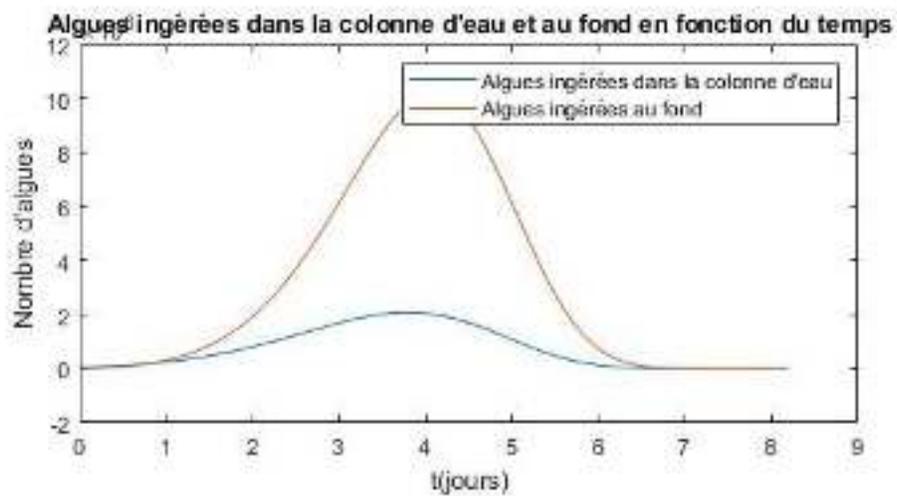
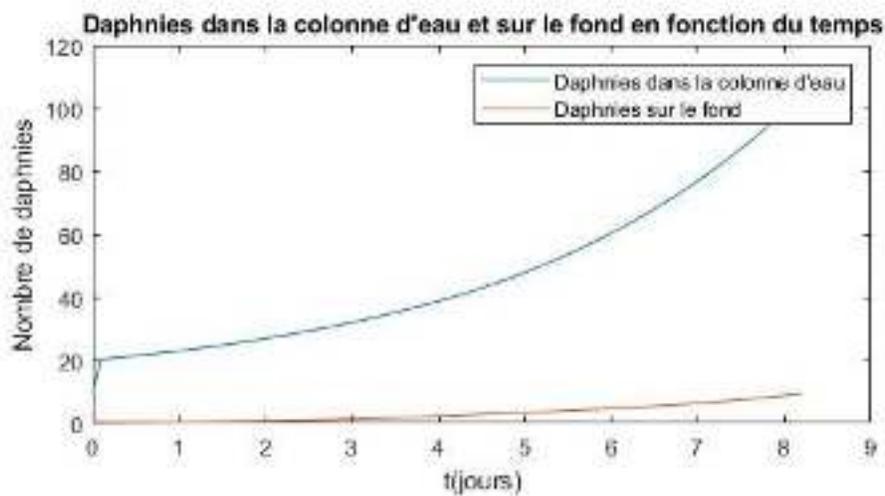
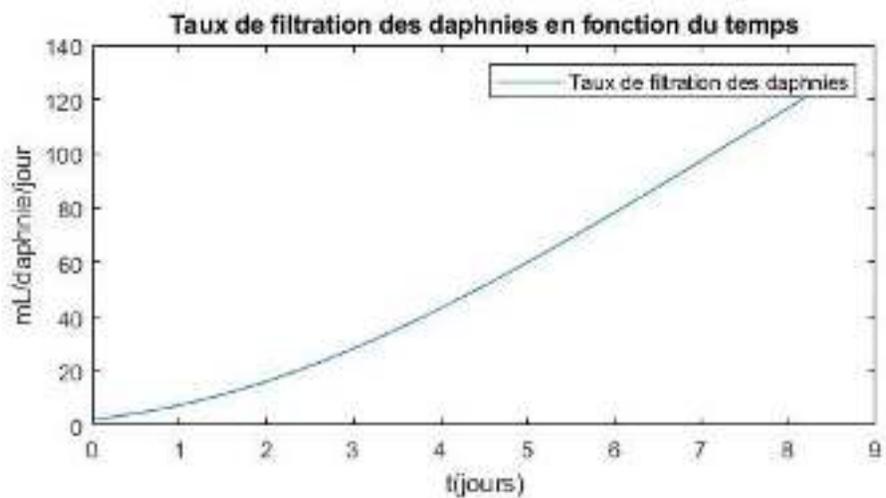
- $\mu_1=0,4436$
- $\mu_2=0,5143$
- $k=0,0622$
- $\text{delta}=0,2178$

On obtient:

t(jours)	L(t)	D1(t)	D2(t)	g1(t)	g2(t)	N1(t)	N2(t)	f(t)
8.1	3.409	101.495	8.990	2.91E-05	1.67E-04	2.78E-04	1.41E-04	118.901
8.2	3.428	104.128	9.288	-4.02E-07	-2.31E-06	-3.75E-06	-1.91E-06	120.845

On constate qu'au bout de 8.2 jours, les daphnies ont ingéré toutes les microalgues.





Références

Lamonica, D. (2016). *Capter les interactions écologiques en microcosme sous pression chimique à travers le prisme de la modélisation* (thèse de doctorat de l'Université de Lyon opérée au sein de l'Université Claude Bernard Lyon 1).

Annexes

Script problème sans cadmium

```
%Résolution numérique projet environnement sans cadmium
%on définit un pas h suffisamment petit
h=0.1;
%on définit le temps final qui équivaut à 4 semaines
tfin=28;
%on définit les paramètres du problème
N1_0=4*10^7;
s=0.07;
u1=0.4+(0.6-0.4).*rand(1);
u2=0.4+(0.6-0.4).*rand(1);
K1=4*10^9;
K2=3*10^9;
k=0.05+(0.15-0.05).*rand(1);
L_0=0.9;
L_inf=5;
V1_0=2000;
V2=100;
alpha=3;
gamma=3;
Ds_0=10;
d=0.012;
delta=0.05+(0.3-0.05).*rand(1);

[resultats_sans_cad,M]=euler_explicit_projet_sans_cad(h,tfin,N1_0,s,u1,u2,K1,K2,k,L_0,L_inf,
V1_0,V2,alpha,gamma,Ds_0,d,delta);

%on crée les graphes demandés
figure(1)
subplot(2,2,1);
plot(M(1:end,1),M(1:end,7),M(1:end,1),M(1:end,8))
title('Algues en suspension et sédimentées en fonction du temps')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre d''algues')
legend('Algues en suspension','Algues sédimentées')

subplot(2,2,2);
plot(M(1:end,1),M(1:end,3),M(1:end,1),M(1:end,4))
title('Daphnies dans la colonne d''eau et sur le fond en fonction du temps')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre de daphnies')
legend('Daphnies dans la colonne d''eau','Daphnies sur le fond')

subplot(2,2,3);
plot(M(1:end,1),M(1:end,9))
title('Taux de filtration des daphnies en fonction du temps')
xlabel('t(jours)')
ylabel('mL/daphnie/jour')
legend('Taux de filtration des daphnies')

subplot(2,2,4);
plot(M(1:end,1),M(1:end,5),M(1:end,1),M(1:end,6))
title('Algues ingérées dans la colonne d''eau et au fond en fonction du temps')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre d''algues')
```

```
legend('Algues ingérées dans la colonne d''eau', 'Algues ingérées au fond')
```

Fonction problème sans cadmium

```
function [resultats_sans_cad,M] =
euler_explicit_projet_sans_cad(h,tfin,N1_0,s,u1,u2,K1,K2,k,L_0,L_inf,V1_0,V2,alpha,gamma,Ds_
0,d,delta)
%[resultats_sans_cad,M] =
euler_explicit_projet_sans_cad(h,tfin,N1_0,s,u1,u2,K1,K2,k,L_0,L_inf,V1_0,V2,alpha,gamma,Ds_
0,d,delta)
% Cette fonction trouve la solution des équations différentielles du
% problème sans cadmium en partant d'un état initial et en avançant à % un pas h
suffisamment petit pour assurer la convergence

%on crée la matrice où on va stocker les résultats
M=zeros(size([0:h:tfin],2),9);
%on remplit la première ligne de la matrice avec les informations initiales
M(1,1)=0;
M(1,2)=((L_0-L_inf)*exp(-k*M(1,1)))+L_inf;
M(1,3)=Ds_0;
M(1,4)=0;
M(1,5)=alpha*(M(1,2)^gamma)*N1_0/V1_0;
M(1,6)=0;
M(1,7)=N1_0;
M(1,8)=0;
M(1,9)=alpha*(M(1,2)^gamma);
%on trouve les valeurs correspondantes à chaque temps avec un pas h
for i=2:size([0:h:tfin],2)
M(i,1)=M(i-1,1)+h;
M(i,2)=((L_0-L_inf)*exp(-k*M(i,1)))+L_inf;
M(i,7)=M(i-1,7)+h*(u1*M(i-1,7)*(1-(M(i-1,7)/(K1*exp(-s*M(i-1,1))))))-s*M(i-1,7)-M(i-
1,3)*M(i-1,5));
M(i,8)=M(i-1,8)+h*(u2*M(i-1,8)*(1-(M(i-1,8)/K2))+s*M(i-1,7)-M(i-1,4)*M(i-1,6));
M(i,3)=Ds_0*exp(-d*M(i,1))*M(i,7)/(M(i,7)+delta*M(i,8));
M(i,4)=Ds_0*exp(-d*M(i,1))-M(i,3);
M(i,5)=alpha*(M(i,2)^gamma)*M(i,7)/(V1_0*exp(-s*M(i,1)));
M(i,6)=alpha*(M(i,2)^gamma)*M(i,8)/V2;
M(i,9)=alpha*(M(i,2)^gamma);
end
%on transforme la matrice des résultats dans un tableau
resultats_sans_cad=array2table(M,'VariableNames',{'t','L_t','D1_t','D2_t','g1_t','g2_t','N1_
t','N2_t','f_t'});
end
```

Script problème avec cadmium

```
%on définit un pas h suffisamment petit
h=0.1;
%on définit le temps final qui équivaut à 4 semaines
tfin=28;
%on définit les paramètres du problème
N1_0=4*10^7;
s=0.07;
u1=0.5;
u2=0.5;
K1=4*10^9;
K2=3*10^9;
k=0.10;
L_0=0.9;
L_inf=5;
V1_0=2000;
V2=100;
alpha=3;
gamma=3;
Ds_0=10;
d=0.012;
delta=0.15;
```

```
Ek=25;
bk=0.56;
Eu=37;
bu=2.5;
Cj=0+(100-0).*rand(1);

Resultats_avec_cad=euler_explicit_projet_avec_cad(h,tfin,N1_0,s,u1,u2,K1,K2,k,L_0,L_inf,V1_0
,V2,alpha,gamma,Ds_0,d,delta,Ek,bk,Eu,bu,Cj);
```

Fonction problème avec cadmium

```
function [resultats_avec_cad] =
euler_explicit_projet_avec_cad(h,tfin,N1_0,s,u1,u2,K1,K2,k,L_0,L_inf,V1_0,V2,alpha,gamma,Ds_
0,d,delta,Ek,bk,Eu,bu,Cj)
%[resultats_avec_cad] =
euler_explicit_projet_avec_cad(h,tfin,N1_0,s,u1,u2,K1,K2,k,L_0,L_inf,V1_0,V2,alpha,gamma,Ds_
0,d,delta,Ek,bk,Eu,bu,Cj)
% Cette fonction trouve la solution des équations différentiales du
% problème avec cadmium en partant d'un état initial et en avançant à un pas h
% suffisamment petit pour assurer la convergence

%on crée la matrice où on va stocker les résultats
M=zeros(size([0:h:tfin],2),9);
%on remplit la première ligne de la matrice avec les informations initiales
M(1,1)=0;
M(1,2)=(L_0-L_inf)*exp(-(k/(1+(Cj/Ek)^bk))*M(1,1))+L_inf;
M(1,3)=Ds_0;
M(1,4)=0;
M(1,5)=alpha*(M(1,2)^gamma)*N1_0/V1_0;
M(1,6)=0;
M(1,7)=N1_0;
M(1,8)=0;
M(1,9)=alpha*(M(1,2)^gamma);
%on trouve les valeurs correspondants à chaque temps avec un pas h
for i=2:size([0:h:tfin],2)
M(i,1)=M(i-1,1)+h;
M(i,2)=(L_0-L_inf)*exp(-(k/(1+(Cj/Ek)^bk))*M(i,1))+L_inf;
M(i,7)=M(i-1,7)+h*((u1/(1+(Cj/Eu)^bu))*M(i-1,7)*(1-(M(i-1,7)/(K1*exp(-s*M(i-1,1)))))-
s*M(i-1,7)-M(i-1,3)*M(i-1,5));
M(i,8)=M(i-1,8)+h*((u2/(1+(Cj/Eu)^bu))*M(i-1,8)*(1-(M(i-1,8)/K2)))+s*M(i-1,7)-M(i-
1,4)*M(i-1,6));
M(i,3)=Ds_0*exp(-d*M(i,1))*M(i,7)/(M(i,7)+delta*M(i,8));
M(i,4)=Ds_0*exp(-d*M(i,1))-M(i,3);
M(i,5)=alpha*(M(i,2)^gamma)*M(i,7)/(V1_0*exp(-s*M(i,1)));
M(i,6)=alpha*(M(i,2)^gamma)*M(i,8)/V2;
M(i,9)=alpha*(M(i,2)^gamma);
end
%on transforme la matrice des résultats dans un tableau
resultats_avec_cad=array2table(M,'VariableNames',{'t','L_t','D1_t','D2_t','g1_t','g2_t','N1_
t','N2_t','f_t'});

%on crée les graphes demandés
figure(2)
subplot(2,2,1);
plot(M(1:end,1),M(1:end,7),M(1:end,1),M(1:end,8))
title('Algues en suspension et sédimentées en fonction du temps')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre d\'algues')
legend('Algues en suspension','Algues sédimentées')

subplot(2,2,2);
plot(M(1:end,1),M(1:end,3),M(1:end,1),M(1:end,4))
title('Daphnies dans la colonne d\'eau et sur le fond en fonction du temps')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre de daphnies')
legend('Daphnies dans la colonne d\'eau','Daphnies sur le fond')

subplot(2,2,3);
```

```
plot(M(1:end,1),M(1:end,9))
title('Taux de filtration des daphnies en fonction du temps')
xlabel('t(jours)')
ylabel('mL/daphnie/jour')
legend('Taux de filtration des daphnies')

subplot(2,2,4);
plot(M(1:end,1),M(1:end,5),M(1:end,1),M(1:end,6))
title('Algues ingérées dans la colonne d'eau et au fond en fonction du temps')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre d'algues')
legend('Algues ingérées dans la colonne d'eau','Algues ingérées au fond')
end
```

Script problème sans cadmium – influence des paramètres

```
%Résolution numérique projet environnement sans cadmium - influence des
%paramètres

%on définit un pas h suffisamment petit
h=0.1;
%on définit le temps final qui équivaut à 4 semaines
tfin=28;
%on définit les paramètres du problème
N1_0=4*10^7;
s=0.07;
u1=0.4+(0.6-0.4).*rand(1);
u2=0.4+(0.6-0.4).*rand(1);
K1=4*10^9;
K2=3*10^9;
k=0.05+(0.15-0.05).*rand(1);
L_0=0.9;
L_inf=5;
V1_0=2000;
V2=100;
alpha=3;
gamma=3;
Ds_0=10;
d=0.012;
delta=0.05+(0.3-0.05).*rand(1);
%on fixe un par un l'un des paramètres afin d'analyser leur influence dans
%le système
for i=1:4
    if i==1
        %on fixe u1
        M_tot=[];
        parametres_non_variables_u1_variable=[u2,k,delta];
        valeurs_4_semaines_u1_variable=[];
        u1=0.4+(0.6-0.4).*rand(5,1);
        for j=1:5

[resultats_influence_u1,M]=euler_explicit_projet_sans_cad(h,tfin,N1_0,s,u1(j),u2,K1,K2,k,L_0
,L_inf,V1_0,V2,alpha,gamma,Ds_0,d,delta);
        valeurs_4_semaines_u1_variable=[valeurs_4_semaines_u1_variable;M(281,:)];
        M_tot=[M_tot;M];
    end
    %on crée les graphes demandés
    figure(3)
    subplot(4,2,1);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,7),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,7),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,7),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,7),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,7))
    title('Algues en suspension en fonction du temps avec u1 variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre d'algues')
    legend('Algues en suspension u1(1)','Algues en suspension u1(2)','Algues en
suspension u1(3)','Algues en suspension u1(4)','Algues en suspension u1(5)','FontSize',7)
```

```

subplot(4,2,2);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,8),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,8),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,8),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,8),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,8))
title('Algues sédimentées en fonction du temps avec u1 variable')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre d''algues')
legend('Algues sédimentées u1(1)', 'Algues sédimentées u1(2)', 'Algues sédimentées
u1(3)', 'Algues sédimentées u1(4)', 'Algues sédimentées u1(5)', 'FontSize',7)

subplot(4,2,3);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,3),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,3),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,3),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,3),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,3))
title('Daphnies dans la colonne d''eau en fonction du temps avec u1 variable')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre de daphnies')
legend('Daphnies dans la colonne d''eau u1(1)', 'Daphnies dans la colonne d''eau
u1(2)', 'Daphnies dans la colonne d''eau u1(3)', 'Daphnies dans la colonne d''eau
u1(4)', 'Daphnies dans la colonne d''eau u1(5)', 'FontSize',7)

subplot(4,2,4);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,4),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,4),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,4),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,4),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,4))
title('Daphnies sur le fond en fonction du temps avec u1 variable')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre de daphnies')
legend('Daphnies sur le fond u1(1)', 'Daphnies sur le fond u1(2)', 'Daphnies sur
le fond u1(3)', 'Daphnies sur le fond u1(4)', 'Daphnies sur le fond u1(5)', 'FontSize',7)

subplot(4,2,5);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,9),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,9),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,9),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,9),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,9))
title('Taux de filtration des daphnies en fonction du temps avec u1 variable')
xlabel('t(jours)')
ylabel('mL/daphnie/jour')
legend('Taux de filtration des daphnies u1(1)', 'Taux de filtration des daphnies
u1(2)', 'Taux de filtration des daphnies u1(3)', 'Taux de filtration des daphnies u1(4)', 'Taux
de filtration des daphnies u1(5)', 'FontSize',7)

subplot(4,2,7);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,5),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,5),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,5),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,5),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,5))
title('Algues ingérées dans la colonne d''eau en fonction du temps avec u1
variable')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre d''algues')
legend('Algues ingérées dans la colonne d''eau u1(1)', 'Algues ingérées dans la
colonne d''eau u1(2)', 'Algues ingérées dans la colonne d''eau u1(3)', 'Algues ingérées dans
la colonne d''eau u1(4)', 'Algues ingérées dans la colonne d''eau u1(5)', 'FontSize',7)

subplot(4,2,8);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,6),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,6),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,6),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,6),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,6))
title('Algues ingérées au fond en fonction du temps avec u1 variable')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre d''algues')
legend('Algues ingérées au fond u1(1)', 'Algues ingérées au fond u1(2)', 'Algues
ingérées au fond u1(3)', 'Algues ingérées au fond u1(4)', 'Algues ingérées au fond
u1(5)', 'FontSize',7)

valeurs_u1=u1;
u1=0.4+(0.6-0.4).*rand(1);
elseif i==2
% on fixe u2

```

```

M_tot=[];
parametres_non_variables_u2_variable=[u1,k,delta];
valeurs_4_semaines_u2_variable=[];
u2=0.4+(0.6-0.4).*rand(5,1);
for j=1:5

[resultats_influence_u2,M]=euler_explicit_projet_sans_cad(h,tfin,N1_0,s,u1,u2(j),K1,K2,k,L_0
,L_inf,V1_0,V2,alpha,gamma,Ds_0,d,delta);
    valeurs_4_semaines_u2_variable=[valeurs_4_semaines_u2_variable;M(281,:)];
    M_tot=[M_tot;M];
end
    %on crée les graphes demandés
    figure(4)
    subplot(4,2,1);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,7),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,7),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,7),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,7),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,7))
    title('Algues en suspension en fonction du temps avec u2 variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre d''algues')
    legend('Algues en suspension u2(1)','Algues en suspension u2(2)','Algues en
suspension u2(3)','Algues en suspension u2(4)','Algues en suspension u2(5)','FontSize',7)

    subplot(4,2,2);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,8),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,8),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,8),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,8),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,8))
    title('Algues sédimentées en fonction du temps avec u2 variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre d''algues')
    legend('Algues sédimentées u2(1)','Algues sédimentées u2(2)','Algues sédimentées
u2(3)','Algues sédimentées u2(4)','Algues sédimentées u2(5)','FontSize',7)

    subplot(4,2,3);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,3),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,3),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,3),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,3),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,3))
    title('Daphnies dans la colonne d''eau en fonction du temps avec u2 variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre de daphnies')
    legend('Daphnies dans la colonne d''eau u2(1)','Daphnies dans la colonne d''eau
u2(2)','Daphnies dans la colonne d''eau u2(3)','Daphnies dans la colonne d''eau
u2(4)','Daphnies dans la colonne d''eau u2(5)','FontSize',7)

    subplot(4,2,4);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,4),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,4),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,4),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,4),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,4))
    title('Daphnies sur le fond en fonction du temps avec u1 variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre de daphnies')
    legend('Daphnies sur le fond u1(1)','Daphnies sur le fond u1(2)','Daphnies sur
le fond u1(3)','Daphnies sur le fond u1(4)','Daphnies sur le fond u1(5)','FontSize',7)

    subplot(4,2,5);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,9),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,9),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,9),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,9),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,9))
    title('Taux de filtration des daphnies en fonction du temps avec u2 variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('mL/daphnie/jour')
    legend('Taux de filtration des daphnies u2(1)','Taux de filtration des daphnies
u2(2)','Taux de filtration des daphnies u2(3)','Taux de filtration des daphnies u2(4)',
'Taux de filtration des daphnies u2(5)','FontSize',7)

    subplot(4,2,7);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,5),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,5),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,5),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,5),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,5))

```

```

        title('Algues ingérées dans la colonne d'eau en fonction du temps avec u2
variable')
        xlabel('t(jours)')
        ylabel('Nombre d''algues')
        legend('Algues ingérées dans la colonne d'eau u2(1)', 'Algues ingérées dans la
colonne d'eau u2(2)', 'Algues ingérées dans la colonne d'eau u2(3)', 'Algues ingérées dans
la colonne d'eau u2(4)', 'Algues ingérées dans la colonne d'eau u2(5)', 'FontSize', 7)

        subplot(4,2,8);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,6),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,6),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,6),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,6),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,6))
        title('Algues ingérées au fond en fonction du temps avec u2 variable')
        xlabel('t(jours)')
        ylabel('Nombre d''algues')
        legend('Algues ingérées au fond u2(1)', 'Algues ingérées au fond u2(2)', 'Algues
ingérées au fond u2(3)', 'Algues ingérées au fond u2(4)', 'Algues ingérées au fond
u2(5)', 'FontSize', 7)

        valeurs_u2=u2;
        u2=0.4+(0.6-0.4).*rand(1);
    elseif i==3
        %on fixe k
        M_tot=[];
        parametres_non_variables_k_variable=[u1,u2,delta];
        valeurs_4_semaines_k_variable=[];
        k=0.05+(0.15-0.05).*rand(5,1);
        for j=1:5

[resultats_influence_k,M]=euler_explicit_projet_sans_cad(h,tfin,N1_0,s,u1,u2,K1,K2,k(j),L_0,
L_inf,V1_0,V2,alpha,gamma,Ds_0,d,delta);
        valeurs_4_semaines_k_variable=[valeurs_4_semaines_k_variable;M(281,:)];
        M_tot=[M_tot;M];
    end
        %on crée les graphes demandés
        figure(5)
        subplot(4,2,1);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,7),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,7),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,7),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,7),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,7))
        title('Algues en suspension en fonction du temps avec k variable')
        xlabel('t(jours)')
        ylabel('Nombre d''algues')
        legend('Algues en suspension k(1)', 'Algues en suspension k(2)', 'Algues en
suspension k(3)', 'Algues en suspension k(4)', 'Algues en suspension k(5)', 'FontSize', 7)

        subplot(4,2,2);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,8),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,8),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,8),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,8),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,8))
        title('Algues sédimentées en fonction du temps avec k variable')
        xlabel('t(jours)')
        ylabel('Nombre d''algues')
        legend('Algues sédimentées k(1)', 'Algues sédimentées k(2)', 'Algues sédimentées
k(3)', 'Algues sédimentées k(4)', 'Algues sédimentées k(5)', 'FontSize', 7)

        subplot(4,2,3);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,3),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,3),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,3),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,3),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,3))
        title('Daphnies dans la colonne d'eau en fonction du temps avec k variable')
        xlabel('t(jours)')
        ylabel('Nombre de daphnies')
        legend('Daphnies dans la colonne d'eau k(1)', 'Daphnies dans la colonne d'eau
k(2)', 'Daphnies dans la colonne d'eau k(3)', 'Daphnies dans la colonne d'eau
k(4)', 'Daphnies dans la colonne d'eau k(5)', 'FontSize', 7)

        subplot(4,2,4);

```

```

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,4),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,4),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,4),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,4),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,4))
    title('Daphnies sur le fond en fonction du temps avec k variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre de daphnies')
    legend('Daphnies sur le fond k(1)', 'Daphnies sur le fond k(2)', 'Daphnies sur le
fond k(3)', 'Daphnies sur le fond k(4)', 'Daphnies sur le fond k(5)', 'FontSize', 7)

    subplot(4,2,5);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,9),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,9),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,9),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,9),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,9))
    title('Taux de filtration des daphnies en fonction du temps avec k variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('mL/daphnie/jour')
    legend('Taux de filtration des daphnies k(1)', 'Taux de filtration des daphnies
k(2)', 'Taux de filtration des daphnies k(3)', 'Taux de filtration des daphnies k(4)', 'Taux de
filtration des daphnies k(5)', 'FontSize', 7)

    subplot(4,2,7);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,5),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,5),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,5),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,5),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,5))
    title('Algues ingérées dans la colonne d'eau en fonction du temps avec k
variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre d''algues')
    legend('Algues ingérées dans la colonne d'eau k(1)', 'Algues ingérées dans la
colonne d'eau k(2)', 'Algues ingérées dans la colonne d'eau k(3)', 'Algues ingérées dans la
colonne d'eau k(4)', 'Algues ingérées dans la colonne d'eau k(5)', 'FontSize', 7)

    subplot(4,2,8);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,6),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,6),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,6),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,6),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,6))
    title('Algues ingérées au fond en fonction du temps avec k variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre d''algues')
    legend('Algues ingérées au fond k(1)', 'Algues ingérées au fond k(2)', 'Algues
ingérées au fond k(3)', 'Algues ingérées au fond k(4)', 'Algues ingérées au fond
k(5)', 'FontSize', 7)

    valeurs_k=k;
    k=0.05+(0.15-0.05).*rand(1);
elseif i==4
    %on fixe delta
    M_tot=[];
    parametres_non_variables_delta_variable=[u1,u2,k];
    valeurs_4_semaines_delta_variable=[];
    delta=0.05+(0.3-0.05).*rand(5,1);
    for j=1:5

[resultats_influence_delta,M]=euler_explicit_projet_sans_cad(h,tfin,N1_0,s,u1,u2,K1,K2,k,L_0
,L_inf,V1_0,V2,alpha,gamma,Ds_0,d,delta(j));
    valeurs_4_semaines_delta_variable=[valeurs_4_semaines_delta_variable;M(281,:)];
    M_tot=[M_tot;M];
end
    %on crée les graphes demandés
    figure(6)
    subplot(4,2,1);

plot(M_tot(1:281,1),M_tot(1:281,7),M_tot(282:562,1),M_tot(282:562,7),M_tot(563:843,1),M_tot(
563:843,7),M_tot(844:1124,1),M_tot(844:1124,7),M_tot(1125:1405,1),M_tot(1125:1405,7))
    title('Algues en suspension en fonction du temps avec delta variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre d''algues')

```

```
    legend('Algues en suspension delta(1)', 'Algues en suspension delta(2)', 'Algues
en suspension delta(3)', 'Algues en suspension delta(4)', 'Algues en suspension
delta(5)', 'FontSize', 7)

    subplot(4, 2, 2);

plot(M_tot(1:281, 1), M_tot(1:281, 8), M_tot(282:562, 1), M_tot(282:562, 8), M_tot(563:843, 1), M_tot(
563:843, 8), M_tot(844:1124, 1), M_tot(844:1124, 8), M_tot(1125:1405, 1), M_tot(1125:1405, 8))
    title('Algues sédimentées en fonction du temps avec delta variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre d''algues')
    legend('Algues sédimentées delta(1)', 'Algues sédimentées delta(2)', 'Algues
sédimentées delta(3)', 'Algues sédimentées delta(4)', 'Algues sédimentées
delta(5)', 'FontSize', 7)

    subplot(4, 2, 3);

plot(M_tot(1:281, 1), M_tot(1:281, 3), M_tot(282:562, 1), M_tot(282:562, 3), M_tot(563:843, 1), M_tot(
563:843, 3), M_tot(844:1124, 1), M_tot(844:1124, 3), M_tot(1125:1405, 1), M_tot(1125:1405, 3))
    title('Daphnies dans la colonne d''eau en fonction du temps avec delta
variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre de daphnies')
    legend('Daphnies dans la colonne d''eau delta(1)', 'Daphnies dans la colonne
d''eau delta(2)', 'Daphnies dans la colonne d''eau delta(3)', 'Daphnies dans la colonne d''eau
delta(4)', 'Daphnies dans la colonne d''eau delta(5)', 'FontSize', 7)

    subplot(4, 2, 4);

plot(M_tot(1:281, 1), M_tot(1:281, 4), M_tot(282:562, 1), M_tot(282:562, 4), M_tot(563:843, 1), M_tot(
563:843, 4), M_tot(844:1124, 1), M_tot(844:1124, 4), M_tot(1125:1405, 1), M_tot(1125:1405, 4))
    title('Daphnies sur le fond en fonction du temps avec delta variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre de daphnies')
    legend('Daphnies sur le fond delta(1)', 'Daphnies sur le fond delta(2)', 'Daphnies
sur le fond delta(3)', 'Daphnies sur le fond delta(4)', 'Daphnies sur le fond
delta(5)', 'FontSize', 7)

    subplot(4, 2, 5);

plot(M_tot(1:281, 1), M_tot(1:281, 9), M_tot(282:562, 1), M_tot(282:562, 9), M_tot(563:843, 1), M_tot(
563:843, 9), M_tot(844:1124, 1), M_tot(844:1124, 9), M_tot(1125:1405, 1), M_tot(1125:1405, 9))
    title('Taux de filtration des daphnies en fonction du temps avec delta
variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('mL/daphnie/jour')
    legend('Taux de filtration des daphnies delta(1)', 'Taux de filtration des
daphnies delta(2)', 'Taux de filtration des daphnies delta(3)', 'Taux de filtration des
daphnies delta(4)', 'Taux de filtration des daphnies delta(5)', 'FontSize', 7)

    subplot(4, 2, 7);

plot(M_tot(1:281, 1), M_tot(1:281, 5), M_tot(282:562, 1), M_tot(282:562, 5), M_tot(563:843, 1), M_tot(
563:843, 5), M_tot(844:1124, 1), M_tot(844:1124, 5), M_tot(1125:1405, 1), M_tot(1125:1405, 5))
    title('Algues ingérées dans la colonne d''eau en fonction du temps avec ul
variable')
    xlabel('t(jours)')
    ylabel('Nombre d''algues')
    legend('Algues ingérées dans la colonne d''eau delta(1)', 'Algues ingérées dans
la colonne d''eau delta(2)', 'Algues ingérées dans la colonne d''eau delta(3)', 'Algues
ingérées dans la colonne d''eau delta(4)', 'Algues ingérées dans la colonne d''eau
delta(5)', 'FontSize', 7)

    subplot(4, 2, 8);

plot(M_tot(1:281, 1), M_tot(1:281, 6), M_tot(282:562, 1), M_tot(282:562, 6), M_tot(563:843, 1), M_tot(
563:843, 6), M_tot(844:1124, 1), M_tot(844:1124, 6), M_tot(1125:1405, 1), M_tot(1125:1405, 6))
    title('Algues ingérées au fond en fonction du temps avec delta variable')
    xlabel('t(jours)')
```

```
ylabel('Nombre d''algues')
legend('Algues ingérées au fond delta(1)', 'Algues ingérées au fond
delta(2)', 'Algues ingérées au fond delta(3)', 'Algues ingérées au fond delta(4)', 'Algues
ingérées au fond delta(5)', 'FontSize', 7)
valeurs_delta=delta;
delta=0.05+(0.3-0.05).*rand(1);
end
end
```

Fonction problème sans cadmium – influence des paramètres

On utilise la même fonction que pour le problème sans cadmium.

Script problème sans cadmium – reproduction

```
%Résolution numérique projet environnement sans cadmium avec reproduction
%des daphnies

%on définit un pas h suffisamment petit
h=0.1;
%on définit le temps final qui équivaut à 4 semaines
tfin=28;
%on définit les paramètres du problème
N1_0=4*10^7;
s=0.07;
u1=0.4+(0.6-0.4).*rand(1);
u2=0.4+(0.6-0.4).*rand(1);
K1=4*10^9;
K2=3*10^9;
k=0.05+(0.15-0.05).*rand(1);
L_0=0.9;
L_inf=5;
V1_0=2000;
V2=100;
alpha=3;
gamma=3;
Ds_0=10;
d=0.012;
delta=0.05+(0.3-0.05).*rand(1);
r=0.286;

[resultats_sans_cad_repro,M]=euler_explicit_projet_sans_cad_repro(h,tfin,N1_0,s,u1,u2,K1,K2,
k,L_0,L_inf,V1_0,V2,alpha,gamma,Ds_0,d,delta,r);

%on crée les graphes demandés
figure(7)
subplot(2,2,1);
plot(M(1:end,1),M(1:end,7),M(1:end,1),M(1:end,8))
title('Algues en suspension et sédimentées en fonction du temps')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre d''algues')
legend('Algues en suspension', 'Algues sédimentées')

subplot(2,2,2);
plot(M(1:end,1),M(1:end,3),M(1:end,1),M(1:end,4))
title('Daphnies dans la colonne d''eau et sur le fond en fonction du temps')
xlabel('t(jours)')
ylabel('Nombre de daphnies')
legend('Daphnies dans la colonne d''eau', 'Daphnies sur le fond')

subplot(2,2,3);
plot(M(1:end,1),M(1:end,9))
title('Taux de filtration des daphnies en fonction du temps')
xlabel('t(jours)')
ylabel('mL/daphnie/jour')
legend('Taux de filtration des daphnies')
```

```
subplot(2,2,4);  
plot(M(1:end,1),M(1:end,5),M(1:end,1),M(1:end,6))  
title('Algues ingérées dans la colonne d'eau et au fond en fonction du temps')  
xlabel('t(jours)')  
ylabel('Nombre d'algues')  
legend('Algues ingérées dans la colonne d'eau','Algues ingérées au fond')
```

Fonction problème sans cadmium – reproduction

```
function [resultats_sans_cad,M] =  
euler_explicit_projet_sans_cad_repro(h,tfin,N1_0,s,u1,u2,K1,K2,k,L_0,L_inf,V1_0,V2,alpha,gam  
ma,Ds_0,d,delta,r)  
%[resultats_sans_cad,M] =  
euler_explicit_projet_sans_cad_repro(h,tfin,N1_0,s,u1,u2,K1,K2,k,L_0,L_inf,V1_0,V2,alpha,gam  
ma,Ds_0,d,delta,r)  
% Cette fonction trouve la solution des équations différentiales du  
% problème avec reproduction sans cadmium en partant d'un état initial et en avançant à un  
pas h  
% suffisamment petit pour assurer la convergence  
  
%on crée la matrice où on va stocker les résultats  
M=[];  
%on remplit la première ligne de la matrice avec les informations initiales  
M(1,1)=0;  
M(1,2)=(L_0-L_inf)*exp(-k*M(1,1))+L_inf;  
M(1,3)=Ds_0;  
M(1,4)=0;  
M(1,5)=alpha*(M(1,2)^gamma)*N1_0/V1_0;  
M(1,6)=0;  
M(1,7)=N1_0;  
M(1,8)=0;  
M(1,9)=alpha*(M(1,2)^gamma);  
%on trouve les valeurs correspondants à chaque temps avec un pas h  
for i=2:size([0:h:tfin],2)  
M(i,1)=M(i-1,1)+h;  
M(i,2)=(L_0-L_inf)*exp(-k*M(i,1))+L_inf;  
M(i,7)=M(i-1,7)+h*(u1*M(i-1,7)*(1-(M(i-1,7)/(K1*exp(-s*M(i-1,1)))))-s*M(i-1,7)-M(i-  
1,3)*M(i-1,5));  
M(i,8)=M(i-1,8)+h*(u2*M(i-1,8)*(1-(M(i-1,8)/K2))+s*M(i-1,7)-M(i-1,4)*M(i-1,6));  
M(i,3)=Ds_0*(exp(-d*M(i,1))+exp(r*M(i,1)))*M(i,7)/(M(i,7)+delta*M(i,8));  
M(i,4)=Ds_0*(exp(-d*M(i,1))+exp(r*M(i,1)))-M(i,3);  
M(i,5)=alpha*(M(i,2)^gamma)*M(i,7)/(V1_0*exp(-s*M(i,1)));  
M(i,6)=alpha*(M(i,2)^gamma)*M(i,8)/V2;  
M(i,9)=alpha*(M(i,2)^gamma);  
%on demande au programme de s'arrêter si on commence à avoir des  
%valeurs négatifs car ils ne sont pas réalisables  
if M(i,7)<0||M(i,8)<0||M(i,3)<0||M(i,4)<0||M(i,5)<0||M(i,6)<0  
break  
end  
end  
%on transforme la matrice des résultats dans un tableau  
resultats_sans_cad=array2table(M,'VariableNames',{'t','L_t','D1_t','D2_t','g1_t','g2_t','N1_  
t','N2_t','f_t'});  
end
```