

# PROJET BETON ARME

Calcul d'une passerelle piétonne



BERTRAND Morgane  
HUGUET Mélissandre  
LABETOULLE Aurélie  
RODRIGUEZ Manuela

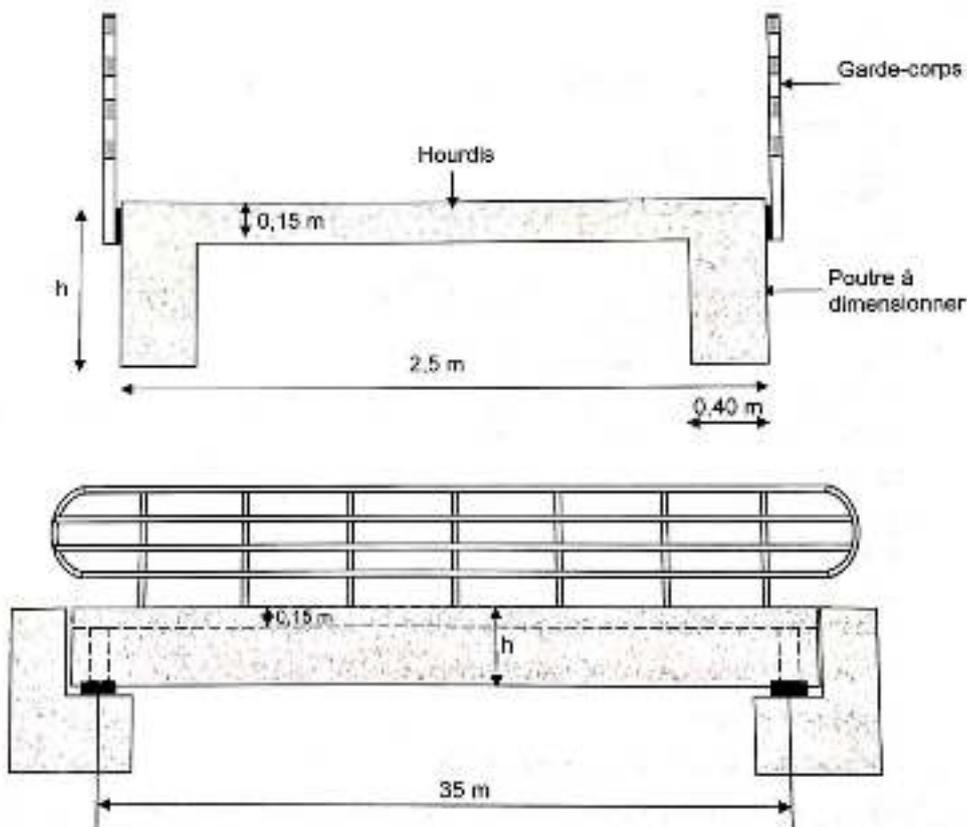
# Table des matières

---

Partie 1 : Etude des poutres latérales .....	3
Q1 : Flexion ELU .....	3
Q2 : Flexion ELS .....	6
Q2.1 Détermination du coefficient d'équivalence .....	6
Q2.2 Calcul des contraintes dans le béton .....	7
Q2.3 Vérification de la fissuration (méthode directe à l'ELS fréquent) .....	8
Q3 Effort tranchant .....	9
Q3.1 Détermination du ferrailage d'effort tranchant .....	9
Q3.2 Calcul de la valeur du décalage de la courbes des moments .....	10
Q4 – Enrobage .....	10
Q5 – Longueur d'ancrage, longueur de recouvrement .....	11
Q6 – Arrêts de barre.....	12
Partie 2 : Etude du hourdis .....	12
Q7- Ferrailage transversal de flexion .....	12
Q8- Cisaillement « âme-membrure » .....	17
Q9- Ferrailage longitudinal .....	18
Partie 3 : Plan de ferrailage.....	19

# Partie 1 : Etude des poutres latérales

## Q1 : Flexion ELU



On souhaite calculer le ferrailage de flexion de la poutre. Pour cela on doit tout d'abord déterminer la hauteur de la poutre afin de minimiser son coût. On considèrera que la hauteur  $h$  varie entre 1,00m et 1,60 m.

### 1) Grandeurs initiales

Les données initiales utiles aux calculs sont rassemblées dans le tableau suivant :

Poids volumique du béton	: PP	(kN/m <sup>3</sup> )	25
Poids volumique de l'acier		(kN/m <sup>3</sup> )	7 850
Poids linéique du garde-corps	: GC	(kN/m)	0.6
Force linéique de la foule	: QP	(kN/m)	6.25
	$N_{cd\ mem}$	(MN)	2.975
<b>Module de Young de l'acier</b>	<b>E</b>	(MPa)	200 000
	$F_{ct\ eff}$	(MPa)	3.21
<b>Longueur de la passerelle</b>	: L	(m)	35
<b>Largeur de la passerelle</b>	: l	(m)	2.5
Largeur table de compression	: $b_{eff}$	(m)	1.25
Largeur nervure	: $b_w$	(m)	0.4
Hauteur table de compression	: $h_f$	(m)	0.15
	$\gamma_c$		1.5
	$f_{cd}$	(MPa)	23.33
	$f_{yd}$	(MPa)	434.78
Prix massique armatures		(€/kg)	2
Prix volumique du béton		(€/m <sup>3</sup> )	150

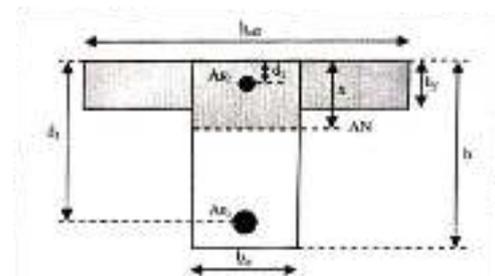
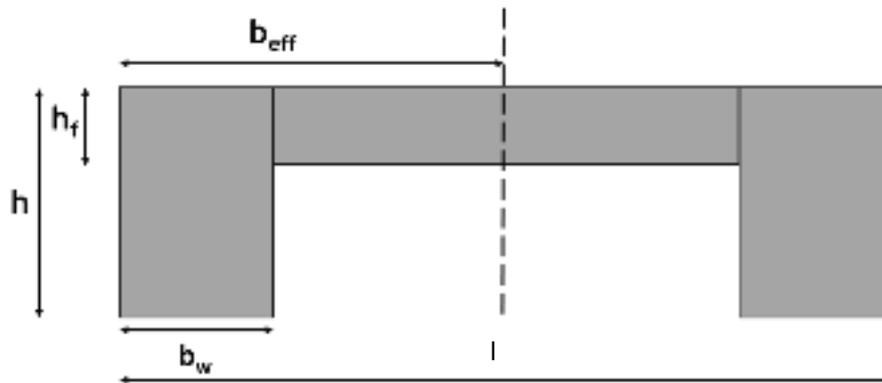


Figure 1: schéma notations des grandeurs pour une poutre en "T"

## 2) Flexion ELU

Les calculs sont réalisés sur **la moitié de la section**, nous prenons les dimensions suivantes :



Calcul des charges permanentes :  $G = PP*(b_w*h+(b_{eff}-b_w)*h_f) + GC$

Calcul des charges d'exploitation :  $Q = QP$

Les forces réparties à l'ELU sont donc :  $p = 1,35*G+1,35*Q$

Calcul du moment fléchissant agissant :  $M_{Ed} = \frac{p.L^2}{8}$

La poutre se comporte en T pour :  $0,8*x \leq h_f$

Dans ce cas :

- Calcul du moment sur la table de compression :  $M_{table} = h_f * f_{cd} * b_{eff} * (d_1 - \frac{h_f}{2})$   
avec  $d_1 = 0,9*h$

- Calcul du moment sur la membrure :  $M_{rd mem} = N_{cd mem} * (d_1 - \frac{h_f}{2})$

- Calcul du moment sur la nervure :  $M_{Ed nerv} = M_{Ed} - M_{rd mem}$

- On calcul aussi :

le moment ultime réduit  $\mu_u = \frac{M_{rd mem}}{b_w*d_1^2*f_{cd}}$

la hauteur comprimée  $\alpha_u = 1,25 * (1 - \sqrt{1 - 2 * \mu_u})$

la section totale d'acier nécessaire :  $A_{s1} = A_{s1 mem} + A_{s1 nerv}$   
avec  $A_{s1 mem} = \frac{h_f(b_{eff}-b_w)f_{cd}}{f_{yd}}$   
et  $A_{s1 nerv} = \frac{M_{Ed}-M_{rd mem}}{f_{yd}*d_1(1-0,4\alpha)}$  si  $\alpha \leq 0.617$

Sinon :  $\mu_u = \frac{M_{Ed}}{b_{eff}*d_1^2*f_{cd}}$

$\epsilon_s = \frac{(1-\alpha)}{\alpha} * \epsilon_{cu}$  où  $\epsilon_{cu} = 3,5\%$  et  $\epsilon_{syd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \approx 0$

$\sigma_s = f_{yd}$  car  $\epsilon_s \geq \epsilon_{syd}$  , et enfin  $A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\sigma_s d_1 (1-0,4\alpha_u)}$

Les résultats sont donnés dans les tableaux suivants :

h (en m)	G (kN/m)	p (kN/m)	M <sub>Ed</sub> (kN.m)	M <sub>table</sub> (kN.m)	d <sub>1</sub> (m)	M <sub>rd mem</sub> (MN.m)	M <sub>ed nerv</sub> (kN.m)	μ	
1,00	13,79	27,05	4142,13	3609,38	0,90	2,45	1687,75	0,18	T
1,05	14,29	27,73	4245,49	3806,25	0,95	2,59	1657,24	0,20	
1,10	14,79	28,40	4348,85	4003,13	0,99	2,72	1626,72	0,18	
1,15	15,29	29,08	4452,21	4200,00	1,04	2,86	1596,21	0,16	
1,20	15,79	29,75	4555,56	4396,88	1,08	2,99	1565,69	0,14	
1,25	16,29	30,43	4658,92	4593,75	1,13	3,12	1535,17	0,13	
1,30	16,79	31,10	4762,28	4790,63	1,17	3,26	1504,66	0,12	Rectangle
1,35	17,29	31,78	4865,64	4987,50	1,22	3,39	1474,14	0,11	
1,40	17,79	32,45	4969,00	5184,38	1,26	3,53	1443,63	0,11	
1,45	18,29	33,13	5072,36	5381,25	1,31	3,66	1413,11	0,10	
1,50	18,79	33,80	5175,72	5578,13	1,35	3,79	1382,60	0,10	
1,55	19,29	34,48	5279,08	5775,00	1,40	3,93	1352,08	0,09	
1,60	19,79	35,15	5382,44	5971,88	1,44	4,06	1321,56	0,09	

h (en m)	α	A <sub>s1,membre</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>s1,nerv</sub> (cm <sup>2</sup> )	ε <sub>s</sub>	σ <sub>s</sub>	A <sub>s1</sub> (cm <sup>2</sup> )	
1,00	0,25	68,43	47,95			116,38	T
1,05	0,28	68,43	45,42			113,84	
1,10	0,25	68,43	41,93			110,35	
1,15	0,22	68,43	38,87			107,30	
1,20	0,19	68,43	36,16			104,59	
1,25	0,17	68,43	33,74			102,17	
1,30	0,16	68,43	31,59	0,02	434,78	99,99	Rectangle
1,35	0,15	68,43	29,69	0,02	434,78	98,00	
1,40	0,14	68,43	27,94	0,02	434,78	96,18	
1,45	0,13	68,43	26,33	0,02	434,78	94,50	
1,50	0,13	68,43	24,83	0,02	434,78	92,95	
1,55	0,12	68,43	23,44	0,03	434,78	91,51	
1,60	0,12	68,43	22,14	0,03	434,78	90,18	

La poutre fonctionne en T jusqu'à h=1,25 m et à partir de h=1,3 m elle fonctionne comme une poutre rectangulaire.

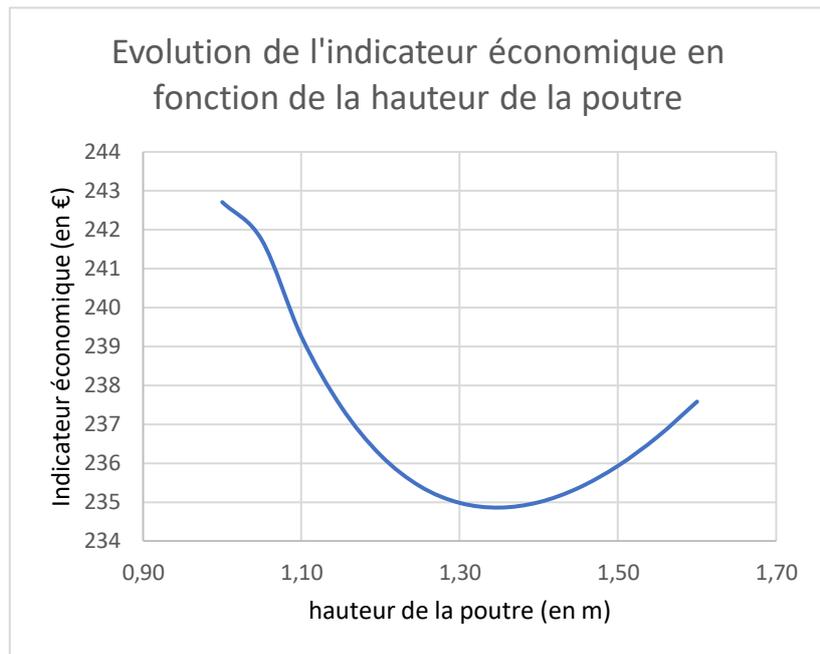
### 3) Calcul de l'indicateur économique

L'indicateur économique est calculé de la manière suivante :

$$I = A_s * 7\ 850 * (\text{prix massique des armature}) + b * h * (\text{prix volumique du béton})$$

Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

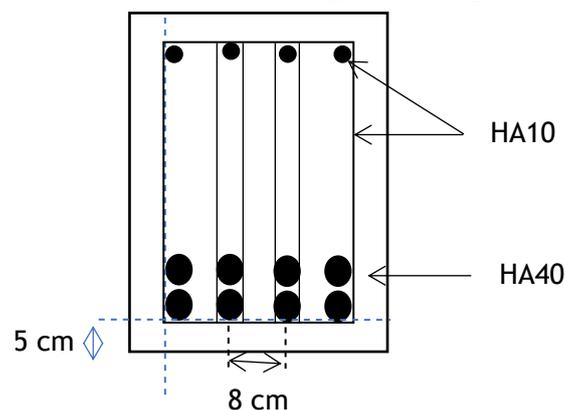
h (en m)	$A_{s1}$ (cm <sup>2</sup> )	I (€)
1,00	116,38	242,71
1,05	113,84	241,74
1,10	110,35	239,26
1,15	107,30	237,46
1,20	104,59	236,20
1,25	102,17	235,40
1,30	99,99	234,98
1,35	98,00	234,86
1,40	96,18	235,00
1,45	94,50	235,36
1,50	92,95	235,93
1,55	91,51	236,68
1,60	90,18	237,58



La hauteur de poutre qui minimise le coût est donc  $h=1,35$  m. Avec cette hauteur, la poutre est en fonctionnement rectangulaire.

Ainsi on obtient  $A_s = 98 \text{ cm}^2$

On choisit donc pour ferrailage une armature composée de **huit HA40**, un cadre et des épingles en HA10. On dispose les aciers en 4 colonnes et 2 lignes afin de vérifier que l'espacement soit égal ou plus grand que le diamètre des barres.



## Q2 : Flexion ELS

### Q2.1 Détermination du coefficient d'équivalence

Pour cela on vérifie le mode de fonctionnement de la poutre à l'ELS.

La méthode est la même que précédemment mais avec  $p = G+Q$  pour l'ELS caractéristique et  $p = G + 0,4Q$  pour l'ELS fréquent.

Après calcul on trouve  $M_{Ed\ car} > M_{table}$  donc pour  $h=1,35m$  la poutre fonctionne comme une poutre en T.

Graphiquement on obtient un coefficient de fluage  $\phi(\infty, t_0) = 1,6$ .

Sous combinaison caractéristique on a :

$$A_c = b_w * h$$

$$U = 2(b_w + h) - h_f$$

$$h_0 = \frac{A_c}{U}$$

$$\varphi_{eff} = \varphi(\infty, t_0) \frac{M_{Ed,ELS\ qp}}{M_{Ed,ELS\ car}}$$

$$E_{cm} = 22 * \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} \text{ avec } f_{cm} = 35 + 8 = 43 \text{ MPa}$$

$$E_{c\ eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{eff}}$$

$$\alpha_e = \frac{E_{acier}}{E_{c\ eff}}$$

On a alors les résultats suivants et on obtient alors  $\alpha_e = 13,8$

$A_c$ (m <sup>2</sup> )	0.54
U (m)	3.25
$h_0$ (m)	0.33
$\varphi(\infty, t_0)$	1.6
$\varphi_{eff}$	1.35
$E_{cm}$	34.08
$E_{c\ eff}$ (GPa)	14.53

## Q2.2 Calcul des contraintes dans le béton

Nous devons vérifier deux contraintes limites qui sont les suivantes :

$$\sigma_c \leq \bar{\sigma}_c$$

$$|\sigma_s| \leq \bar{\sigma}_s$$

Toujours sous combinaison caractéristique et en fonctionnement en T, on a :

$$x = \left( \frac{\alpha_e A_s + (b_{eff} - b_w) h_f}{b_w} \right) \sqrt{1 + \left( \frac{2b_w \frac{\alpha_e A_s d_1 + (b_{eff} - b_w) \frac{h_f^2}{2}}{(\alpha_e A_s + (b_{eff} - b_w) h_f)^2}}{1} \right)} - 1$$

$$I = \frac{b_w x^3}{12} + b_w x \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \alpha_e A_s (d_1 - x)^2 + (b_{eff} - b_w) \frac{h_f^3}{12} + (b_{eff} - b_w) h_f \left(\frac{x - h_f}{2}\right)^2$$

$$\sigma_c = M_{Ed,ELS} \frac{x}{I}, \bar{\sigma}_c = \mathbf{35 \text{ MPa}}$$

$$|\sigma_{s1}| = \alpha_e \frac{M_{Ed,ELS}(d_1 - x)}{I}, \bar{\sigma}_s = 400 \text{ MPa}$$

Remarque : Il n'y a pas de  $\sigma_{s2}$  car il n'y a pas d'acier comprimé.

Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

x (m)	0.48
I (m <sup>4</sup> )	0.11
$\sigma_c$ (MPa)	19,07
$\sigma_{c \text{ barre}}$ (MPa)	35
$ \sigma_{s1} $ (MPa)	244,71
$\sigma_{s \text{ barre}}$ (MPa)	400

Ainsi les contraintes sont donc admissibles car  $\sigma_c < \sigma_{c \text{ barre}}$  et  $|\sigma_{s1}| < \sigma_{s \text{ barre}}$

## Q2.3 Vérification de la fissuration (méthode directe à l'ELS fréquent)

On considère que l'ELS fréquent = ELS quasi-permanent

Les classes d'exposition sont XC4 et XF1.

D'après le tableau on a  $W_{max} = 0,3 \text{ mm}$  et  $K_t = 0,4$  car on considère un chargement de longue durée.

Calcul de l'ouverture des fissures

$W_{max}$ (mm)	0,3
Sr max (mm)	189.84
$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$	0.0012
$A_{c,eff}$ (m <sup>2</sup> )	0.096
$h_{c,eff}$ (m)	0.24
$\rho_{p,eff}$ (%)	0.102
$K_t$	0.4
s (mm)	80
$W_k$	0,203540253

Calcul de Sr max

$c(\varphi_L)$ (mm)	45
$\varphi_L$ (mm)	22,08
k3	3,4
k1	0,8
k2	0,5
k4	0,43
Srmax	189,84

On a bien  $W_k < W_{max}$  donc le contrôle de l'ouverture des fissures est assuré.

On vérifie la section minimale de maîtrise de la fissuration en utilisant la même formule que pour la méthode indirecte en remplaçant  $\sigma_s$  par  $f_{yk}$ .

$$A_{s,min} = 8,11 \text{ cm}^2 < A_s = 98 \text{ cm}^2$$

## Q3 Effort tranchant

### Q3.1 Détermination du ferrailage d'effort tranchant

- Résistance sans armature d'effort tranchant

Il faut vérifier à l'ELU si des armatures d'effort tranchant sont requises. Pour cela il faut vérifier si l'effort tranchant sans armatures  $V_{Rd,c}$  est inférieur ou non à l'effort tranchant de calcul  $V_{Ed}$ .

$$V_{Rd,c} = \max\{[C_{Rd,c}k(\rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}]b_w d ; [V_{min} + k_1 \sigma_{cp}]b_w d\}$$

$$C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c = 0,12$$

$$\rho_l = \min\left(\frac{A_{sl}}{(b_w d)}; 0,02\right)$$

$$\sigma_{cp} = 0 \quad \text{car il n'ya pas d'effort normal}$$

$$k = \min\left(1 + \sqrt{200/d}; 2\right)$$

$$V_{min} = \left(\frac{0.053}{\gamma_c}\right)k^{2/3}f_{ck}^{1/2}$$

$V_{Rd,c}$ (MN)	0,3379
k	1,4057
$\rho_l$	0,02
$f_{ck}$ (MPa)	35
$k_1$	0,15
$\sigma_{cp}$	0
$V_{min}$ (Mpa)	0,3484
$A_s$ (m <sup>2</sup> )	0,01
$\gamma_c$	1,5
$V_{Ed}$ (MN)	0,5175

On a  $V_{Rd,c} < V_{Ed}$  donc on a bien besoin d'armatures d'effort tranchant.

- Résistance des bielles

Il faut vérifier si  $V_{Rd,max} > V_{Ed}$

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w z v f_{cd}}{(\cot\theta + \tan\theta)} \quad \text{avec } \theta = 45^\circ$$

$$v = 0.6(1 - f_{ck}/250), \text{ avec } f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$$

v	0,52
$V_{Rd,max}$ (MN)	2,63

On a alors  $V_{Rd,max} > V_{Ed}$  donc la résistance de bielles est vérifiée.

- Armature d'effort tranchant

Il faut calculer la quantité d'armature d'effort tranchant par m linéaire de la poutre.

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{(z f_{ywd} \cot \theta)}$$

$$\frac{A_{sw}}{s_{min}} = \frac{0.08 f_{ck}^{1/2} b_w}{(f_{yk})}$$

Asw/s (m2/m)	0,0011
Asw/s min (m2/m)	0,00038
Aire HA10 (cm2)	4,71
Espacement (m)	0,43

On choisit de mettre en œuvre des cadres HA10. On disposera finalement 82 cadres HA10 espacés au maximum de 43 cm. On disposera le premier cadre à proximité de l'appui (environ 8.5 cm).

### Q3.2 Calcul de la valeur du décalage de la courbes des moments

La reprise de l'effort tranchant par un mécanisme de type treillis conduit à un surplus de traction dans les armatures longitudinales. Il faut donc prendre en compte ce supplément par un décalage de la courbe de moments de flexion.

$$a_1 = \frac{z}{2}(\cot \theta - \cot \alpha) \quad \text{avec } \alpha = 90^\circ \text{ car les armatures se placent verticalement}$$

Ainsi le décalage de la courbe des moments est de 0,55 m

### Q4 - Enrobage

Pour calculer l'enrobage, il faut calculer l'enrobage minimal.

$$C_{nom} = C_{min} + \Delta C_{dev} \quad , \text{ avec } \Delta C_{dev} = 5 \text{ mm}$$

$$C_{min} = \max \left\{ \begin{array}{l} C_{min,b} \\ C_{min,dur} + \Delta C_{dur,\gamma} - \Delta C_{dur,st} - \Delta C_{dur,add} \\ 10 \text{ mm} \end{array} \right.$$

$$\text{avec } \Delta C_{dur,\gamma} = \Delta C_{dur,st} = \Delta C_{dur,add} = 0$$

Pour  $C_{min,dur}$ , on a S4 et XC4 minoré de 1 car le béton est de classe C35/45.

$C_{\min,b}$ (mm)	45
$C_{\min,dur}$ (mm)	25
$C_{\min}$ (mm)	45
$C_{nom}$ (mm)	50
$d_{reel}$ (m)	1,23

L'enrobage est de 60 mm.

D'après cela, on trouve la position du barycentre des aciers et on trouve que le  $d_{reel}$  est de 1,23 m. L'hypothèse de  $d=0.9h=1.22m$  n'est donc pas à remettre en question car l'écart est très faible de plus sur chantier cette précision est difficilement réalisable.

## Q5 - Longueur d'ancrage, longueur de recouvrement

On calcule la longueur des ancrages avec des ancrages courbes car d'après les informations fournies, on n'a pas assez de place pour des ancrages droits pour le lit inférieur des armatures longitudinales.

$\alpha_6 = 1,5$  pour prendre le plus défavorable

$$l_{b,eq} = \alpha_1 l_{b,rqd}$$

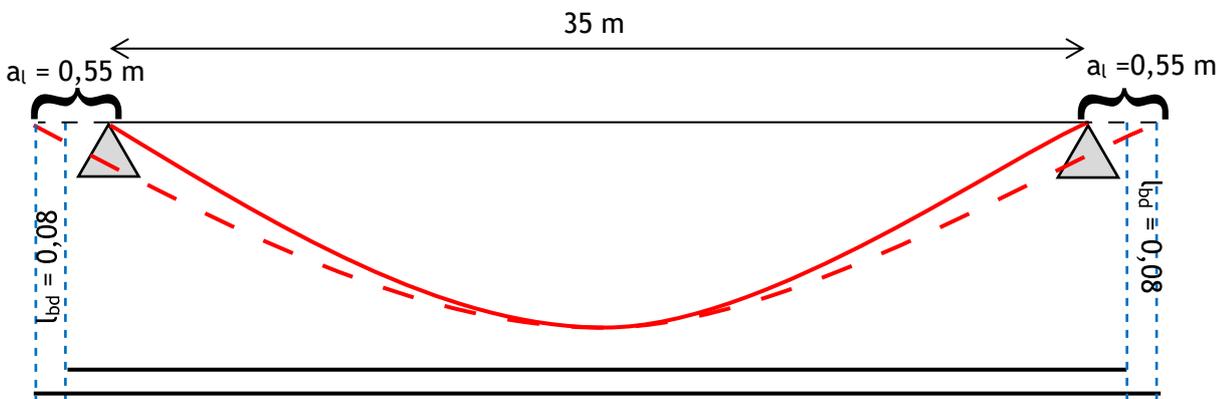
$$l_{b,rqd} = \frac{\varphi_L \sigma_{sd}}{4 f_{bd}}$$

$\sigma_{sd}$ (Mpa)	434,78
$\varphi_L$ (mm)	40
$\eta^2$	0,92
$f_{ctd}$ (Mpa)	1,50
$f_{bd}$ (Mpa)	3,10
$l_{b,rqd}$ (mm)	1402,15
$C_d$ (mm)	20
$l_{bd}$ (mm)	1402,15
$l_{0,min}$ (mm)	630,97
$l_0$ (mm)	2103,23
$\alpha_1$	1
$\alpha_2$	1
$\lambda$	-0,63
$\alpha_3$	1
$\alpha_4$	1
$\alpha_5$	1
$\alpha_6$	1,5

On a un ancrage en crochet normal de 0,2 m car la longueur de l'ancrage doit être supérieur ou égal à 0,2 m.

Par contre, il faut ajouter des barres transversales pour avoir  $A_{st,min}$  car lorsque le diamètre  $\Phi$  des barres ancrées par recouvrement est supérieur ou égal à 20 mm, il convient que la section totale  $\Sigma A_{st}$  des armatures transversales (somme de tous les brins parallèles au lit des barres de la jonction) soit supérieure ou égale à la section  $A_s$  d'une des barres du recouvrement ( $\Sigma A_{st} \geq 1.0 \cdot A_s$ ). Il convient de disposer les barres transversales perpendiculairement à la direction du recouvrement, entre celui-ci et le parement de béton.

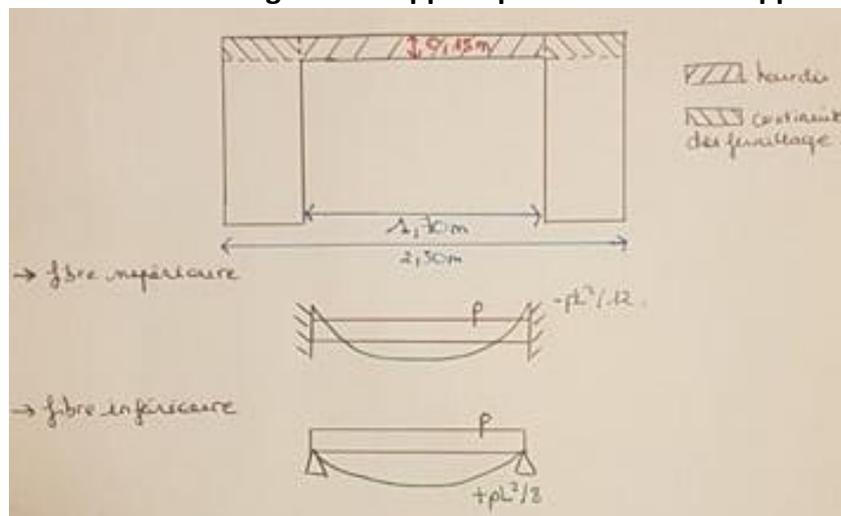
## Q6 - Arrêts de barre



## Partie 2 : Etude du hourdis

### Q7- Ferrailage transversal de flexion

- Détermination du ferrailage de la nappe supérieure et de la nappe inférieure



Pour cela, nous devons calculer la quantité de ferrailage nécessaire pour la modélisation avec des encastresments (modélisation 1) qui correspond à la fibre supérieure et celle nécessaire pour la modélisation avec des appuis simples qui correspond à la fibre inférieure. Pour la fibre supérieure, malgré le fait que le moment change de signe, nous allons considérer que le ferrailage s'étend sur toute la longueur du hourdis. De plus, par continuité, nous mettrons en place le ferrailage sur les 2,50m et non seulement sur les 1,70m.

Nous avons les valeurs constantes suivantes :

Poids béton (kN/m <sup>3</sup> )	Poids de la foule (kN/m)	f <sub>cd</sub> (MPa)	b (m)	f <sub>yd</sub> (MPa)	E <sub>acier</sub> =E <sub>s</sub> (MPa)	d (m)
25	5	23,3	1,7	434,7	200 000	0,135

Pour chacune des deux modélisations nous avons calculé :

- Le poids propre qui correspond au poids propre du béton et à celui de la foule noté p. Comme nous nous plaçons à l'ELU, le coefficient multiplicateur est de 1,35.
- Le moment  $M_{Ed} = \frac{pL^2}{8}$  pour les encastresments et  $M_{Ed} = \frac{pL^2}{12}$  pour l'appui simple.
- Le moment réduit  $\mu = \frac{M_{Ed}}{bd^2f_{cd}}$  ; avec b = L = 1,7m ; d = 0,9h = 0,135m et f<sub>cd</sub> = 23,3 MPa
- La hauteur comprimée  $\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu})$
- $\epsilon_s = \frac{1-\alpha}{\alpha} \epsilon_c$ , avec  $\epsilon_c = 0,35\%$  et  $\epsilon_{syd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$

Dans les deux cas on a  $\epsilon_s > \epsilon_{syd}$  donc on a  $\sigma_s = f_{yd}$

- Et ainsi  $A_s = \frac{M_{Ed}}{\sigma_s d(1-0,4\alpha)}$

On obtient alors les résultats suivant pour les deux modélisations, à l'ELU :

Modélisation appui simple								
Poids propre (kN/m)	PP à l'ELU (kN/m)	M <sub>Ed</sub> (kN.m)	μ	α	ε <sub>s</sub> (%)	ε <sub>syd</sub> (%)	σ <sub>s</sub> (MPa)	A <sub>s</sub> (m <sup>2</sup> )
8,75	11,75	4,26	0,0059	0,0074	0,47	0,0022	434,8	<b>7,3E-5</b>
Modélisation encastrement								
Poids propre (kN/m)	PP à l'ELU (kN/m)	M <sub>Ed</sub> (kN.m)	μ	α	ε <sub>s</sub> (%)	ε <sub>syd</sub> (%)	σ <sub>s</sub> (MPa)	A <sub>s</sub> (m <sup>2</sup> )
8,75	11,75	2,84	0,0039	0,0049	0,71	0,0022	434,8	<b>4,9E-5</b>

On a donc des surfaces de ferrailages très faibles, ce qui n'est pas incohérent. Il faut néanmoins déterminer le ferrailage minimal pour cette structure. Si celui-ci est supérieur aux ferrailages calculés, on retiendra le ferrailage minimum.

- **Calcul du ferrailage minimal**

Pour déterminer le ferrailage minimal, il faut utiliser la formule suivante :

$$A_{s,\min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,26 \frac{f_{ct,eff}}{f_{yk}} b_t d \\ 0,0013 b_t d \end{array} \right.$$

Avec  $f_{ct,eff} = 0,3(f_{ck}^{2/3}) = 0,3 \times (35^{2/3}) = 3,2 \text{ MPa}$  et  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

Pour les deux modélisations on trouve :

$$A_{s,\min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1,76 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ 2,2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \end{array} \right. = 2,2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

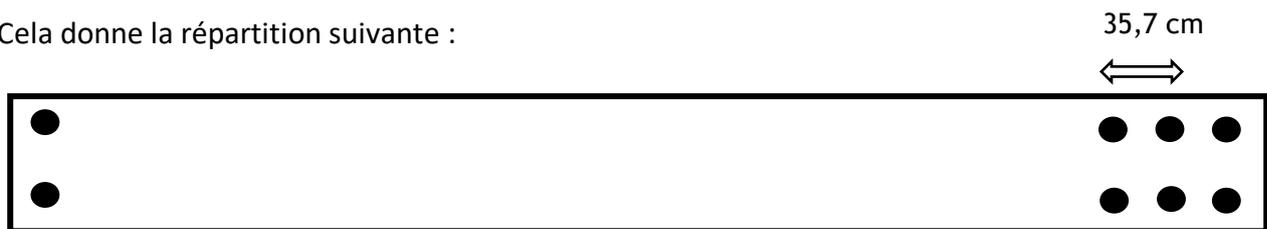
Ainsi, on a  $A_{s,\min} > A_{s,calc}$  donc on garde  $A_s = 2,2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ , pour les deux modélisations.

Or, on utilise du ferrailage HA10 donc de diamètre 10mm. Ainsi, nous avons besoin de :

$$n = \frac{A_s}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{2,2 \times 10^{-4}}{7,85 \times 10^{-5}} = 2,8 \text{ (Pour 1m de largeur)}$$

Cela fait un total de **98 HA10** sur l'ensemble des 35m en haut et aussi en bas ; ce qui correspond à **1 HA10 tous les 35,7cm** ce qui respecte le critère d'espacement de 40cm maximum. Ceci est valable pour la fibre supérieure ainsi que pour la fibre inférieure.

Cela donne la répartition suivante :



- **Vérification des contraintes et de l'ouverture des fissures à l'ELS**

Nous devons vérifier deux contraintes limites qui sont les suivantes :

$$\sigma_c \leq \bar{\sigma}_c$$

$$|\sigma_s| \leq \bar{\sigma}_s$$

On a  $\bar{\sigma}_c = 35 \text{ MPa}$  et  $\bar{\sigma}_s = 400 \text{ MPa}$

Pour les deux modélisations, nous réalisons les calculs suivants :

$$\sigma_c = \frac{M_{Ed,ELS}}{I} X, \text{ avec } M_{Ed,ELS} = \frac{pL^2}{12}, \text{ avec } p = G + Q = 8,75 \text{ kN/m.}$$

Ce calcul se fait uniquement pour la fibre supérieure.

$$X = \frac{\alpha_e(A_{s1} + A_{s2})}{b_w} \left( \sqrt{1 + \frac{2b_w(A_{s1}d_1 + A_{s2}d_2)}{\alpha_e(A_{s1} + A_{s2})^2}} - 1 \right)$$

$$\text{- On prend } A_{s1} = A_{s2} = 2,2 * 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\text{- } I = \frac{b_w X^3}{12} + b_w X \left(\frac{X}{2}\right)^2 + \alpha_e A_{s1} (d_1 - X)^2 + \alpha_e A_{s2} (X - d_2)^2$$

$$\text{- On prend } d_1 = 0,9h = 0,135\text{m} \text{ et } d_2 = 0,1h = 0,015\text{m}$$

$$\text{- Par simplification, on prend } \alpha_e = 15$$

- $\sigma_{s1} = -\alpha_e \frac{M_{Ed,ELS}}{I} (d_1 - x)$ , pour la fibre inférieure donc avec  $M_{Ed,ELS} = \frac{pL^2}{8}$
- $\sigma_{s2} = \alpha_e \frac{M_{Ed,ELS}}{I} (x - d_2)$ , pour la fibre supérieure donc avec  $M_{Ed,ELS} = \frac{pL^2}{12}$

On a alors les résultats suivants :

Fibre supérieure						
$M_{Ed,ELS}$ (kN.m)	$\sigma_c$ (MPa)	x (m)	I (m <sup>4</sup> )	$\sigma_{s1}$ (MPa)	$\sigma_{s2}$ (MPa)	$\sigma_s$ (MPa)
2,11	0,832	0,019	$4,9 * 10^{-5}$	0	11,5	111,7
Fibre inférieure						
$M_{Ed,ELS}$ (kN.m)	$\sigma_c$ (MPa)	x (m)	I (m <sup>4</sup> )	$\sigma_{s1}$ (MPa)	$\sigma_{s2}$ (MPa)	$\sigma_s$ (MPa)
3,16	0	0,019	$4,9 * 10^{-5}$	111,3	0	111,7

On a donc bien  $\sigma_c \leq 35$  MPa et  $\sigma_s \leq 400$  MPa, les conditions sont donc bien respectées.

Nous devons également vérifier l'ouverture de fissure :

Comme pour la première partie, on considère les classes XC4 et XF1. D'après le tableau, on a  $w_{max} = 0,3$  mm et  $K_t = 0,4$  car on considère un chargement de longue durée.

On a alors l'ouverture des fissures  $w_k = s_{r,max}(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$ , avec :

- $\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$ , avec  $\sigma_s$  la contrainte dans les armatures tendues. On prend donc  $\sigma_s = 111,3$  MPa.

- $f_{ct,eff} = 0,3(f_{ck}^{2/3}) = 3,2$  MPa

- $\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$ , avec  $A_{c,eff} = h_{c,eff} * b$

- $h_{c,eff} = \min \begin{cases} 2,5(h - d_1) \\ h - x/3 \\ h/2 \end{cases}$

- On a besoin de comparer s qui est l'espacement entre deux armatures longitudinales et  $5(c + \frac{\phi_L}{2})$ . Si on regarde la question 9, les ferraillements longitudinaux ont un espacement de 35,7cm donc  $s=357$ mm. On prend  $c = 45$ mm comme pour la première partie. On a  $\phi_L = 10$  mm, ce qui correspond au diamètre des barres.
- C l'enrobage des armatures. On garde l'enrobage de 60mm car on a le même béton.
- On a  $k_1 = 0,8$  car on a des barres à haute adhérence. On prend  $k_2 = 0,5$  car on est en flexion. On prend également  $k_3 = 3,4(25/c)^{2/3} = 1,2$  et enfin  $k_4 = 0,425$ .

On a  $5\left(c + \frac{\varphi_L}{2}\right) = 250\text{mm}$  et  $s = 357\text{mm}$ . Comme on obtient  $s \geq 5\left(c + \frac{\varphi_L}{2}\right)$ , on obtient :

$$S_{r,\max} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1,3(h - x) \\ k_3 c + k_1 k_2 k_4 \varphi_L / \rho_{p,\text{eff}} \end{array} \right.$$

On obtient alors les résultats suivants :

$h_{c,\text{eff}}$ (m)	$A_{c,\text{eff}}$ (m <sup>2</sup> )	$\rho_{p,\text{eff}}$ (%)	$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$	$S_{r,\max}$ (mm)	$w_k$ (mm)
0,0375	0,064	0,0035	$3,34 * 10^{-4}$	546,6	0,182

Ainsi, on a bien  $w_k < w_{\max} = 0,3$  mm. Ainsi l'ouverture de fissure est vérifiée.

- **Justifier le hourdis vis-à-vis de l'effort tranchant**

Pour savoir si la structure nécessite des ferrillages vis-à-vis de l'effort tranchant, il est nécessaire de comparer  $V_{Ed}$  et  $V_{Rd,c}$ . Si  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$  alors il n'y a pas lieu de placer des armatures transversales hormis le ferrillage minimal qui peut être omis dans notre cas.

On a ainsi besoin de déterminer :

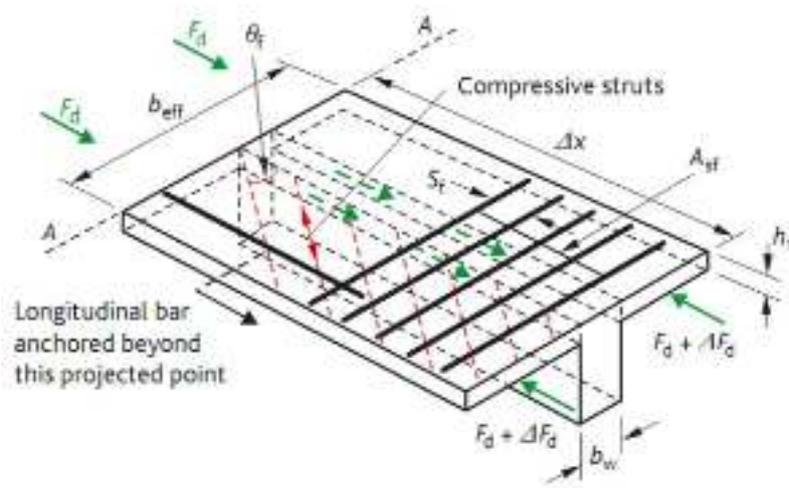
- $V_{Ed} = \frac{pL}{2}$ , avec  $p = 1,35 (p_{dalle}h + p_{foulee}) = 11,81$  kN/m
- $V_{Rd,c} = \max \left\{ \begin{array}{l} (C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \\ (V_{\min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \end{array} \right.$ , avec  $f_{ck} = 35$  MPa
- $k_1 = 0,15$
- $V_{\min} = (0,34/\gamma_c) f_{ck}^{0,5}$
- $C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$ , avec  $\gamma_c = 1,5$
- $k = \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 1 + \sqrt{200/d} \end{array} \right.$ , avec  $d = 135$  mm
- $\rho_l = \frac{A_{s,\min}}{b_w d} \leq 0,02$ , avec  $A_{s,\min} = 2,2 \times 10^{-4}$  et  $b_w = 1,7$  m
- $\sigma_{cp} = 0$ , car on a  $N_{Ed} = 0$

On obtient alors les résultats suivants :

$V_{Ed}$ (kN)	$C_{Rd,c}$	k	$\rho_l$	$V_{\min}$ (MPa)	$V_{Rd,c}$ (kN)
10,04	0,12	2	$9,6 \times 10^{-4}$	1,34	82,46

On a donc  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$  ce qui exclue les armatures transversales. On a alors uniquement le ferrillage minimal.

## Q8- Cisaillement « âme-membrure »



Il faut désormais vérifier que la contrainte de cisaillement engendrée entre le hourdis et les poutres transversale ne nécessite pas de ferrailage de couture.

Pour cela nous considérons un modèle de poutre en T à la jonction entre l'hourdis et une des poutres transversales.

On calcul alors la contrainte de cisaillement longitudinale :

$$V_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \Delta x}$$

où :

- $\Delta F_d$  est la variation de l'effort normal dans la membrure sur la portion considérée
- $h_f$  est l'épaisseur de la membrure à la jonction ( $h_f = 0,15\text{m}$ )
- $\Delta x$  est la portion considérée (Le moment maximal survient en  $L/2$ , on prendra donc  $\Delta x = L/4$ .)

$$\text{et } F_{\text{table}} = \frac{M_{Ed}}{0,9h - \frac{h_f}{2}}$$

Modélisation encastrement						
x (m)	$\Delta x$ (m)	$h_f$	$F_{\text{table}}$ (kN)	$\Delta F$	$\Delta F_d/\text{aile}$	$V_{Ed}$ (kPa)
0						
8,75	8,75	0,15	1.87	1.87	1.87	1.42
17,5	8,75	0,15	2.49	0.62	0.62	0.47
Modélisation appui simple						
x (m)	$\Delta x$ (m)	$h_f$	$F_{\text{table}}$ (kN)	$\Delta F$	$\Delta F_d/\text{aile}$	$V_{Ed}$ (kPa)
0						
8,75	8,75	0,15	2.80	2.80	2.80	2.14
17,5	8,75	0,15	3.74	0.94	0.94	0.71

On vérifie ensuite que :

$$V_{Ed} \leq \frac{1}{2} v \cdot f_{cd} \cdot \sin(2\theta_f)$$

avec  $\cot\theta_f \leq 2,0$  (on prend  $\theta_f = 26,5^\circ$ )

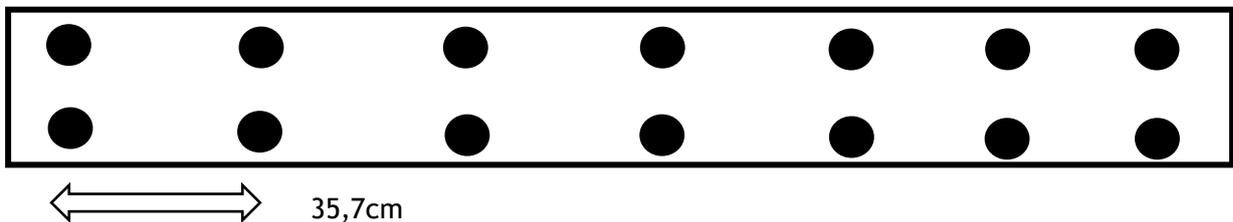
$$v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0,516$$

Modélisation encastrement		
x(m)	$V_{Ed}$ (kPa)	$\frac{1}{2} v \cdot f_{cd} \cdot \sin(2\theta_f)$
8,75	1,42	4.80
17,5	0,47	4.80
Modélisation appui simple		
x(m)	$V_{Ed}$ (kPa)	$\frac{1}{2} v \cdot f_{cd} \cdot \sin(2\theta_f)$
8,75	2,14	4.80
17,5	0,71	4.80

On a bien  $V_{Ed} \leq \frac{1}{2} v \cdot f_{cd} \cdot \sin(2\theta_f)$  donc l'ouvrage ne nécessite pas de ferrailage de couture.

## Q9- Ferrailage longitudinal

Malgré le fait que nous travaillons sur le hourdis d'une largeur de 1,7m depuis le début, nous étendons les ferrillages sur la totalité de la largeur donc sur les 2,5m. Ainsi, nous disposons 1 HA10 tous les 35,7cm, ce qui fait un total 7 HA10 sur les 2,5m.



# Partie 3 : Plan de ferrailage

Poutres latérales (unités en mm)

