UC ÉNERGÉTIQUE

9/20

Test n°2
16/11/09

NOM : HICAUBÉ   TPEX

Prénom : Hélène   Groupe C

Les réponses seront portées directement sur la feuille.
Seuls documents autorisés : fiches mémo de format A4. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation.

---

1. Un système de chauffage par plancher comprend un plan chauffant constitué par des tubes contenant de l'eau chaude ou des câbles électriques. Le plan chauffant sera assimilé à une plaque de 1 cm d'épaisseur noyée dans une dalle de béton. L'épaisseur de la dalle est de 16 cm et la conductivité thermique du béton prise égale à 1,2 W/ m. °C.

Le flux de chaleur ϕ créé par le plan chauffant est de 100 W/m^2. Ce flux se partage entre un flux ascendant ϕ_1, énergie dégagée par la face supérieure, et un flux descendant φ_2, énergie dégagée par la face inferieure.

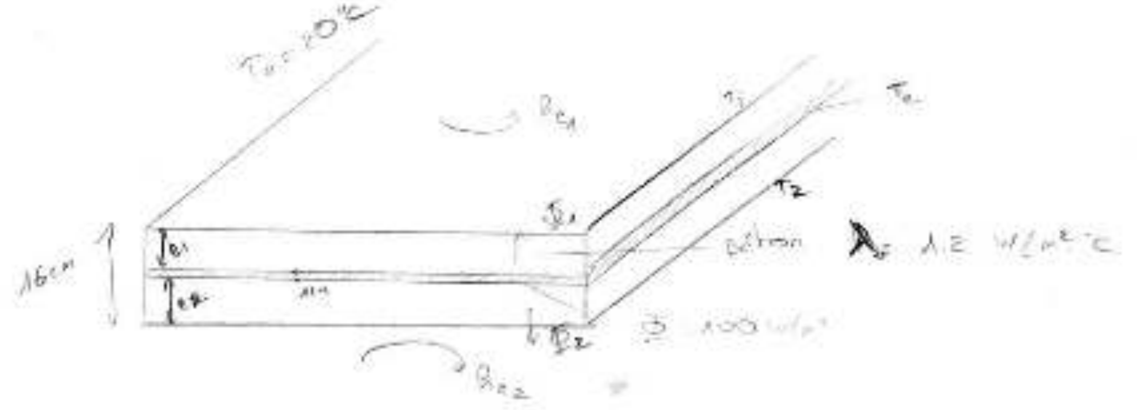
La température ambiante T_a de l'air de chaque côté du plancher est de 20°C, la température de l'élément chauffant est supposée uniforme et égale à T_c.

1.1 En négligeant dans un premier temps, les échanges de chaleur par rayonnement et dans le cas où le plan chauffant est situé au centre du plancher, cf figure ci après, déterminer :

- la température de l'élément chauffant,
- les densités de flux ϕ_1 et φ_2,
- les températures superficielles T_1 et T_2.

Les coefficients d'échange superficiel par convection des surfaces horizontales supérieure et inférieure sont respectivement égales à :

$$h_{c1} = 5,6 \ W/m^2.\ °C.$$
$$h_{c2} = 3,6 \ W/m^2.\ °C.$$



On est en régime permanent $\Delta T = 0$

Dans le béton il n'y a pas de source de chaleur $\Rightarrow$ continuité du flux

Donc $\Phi_1 = c^{te} = \dfrac{T_c - T_1}{R_1} = \dfrac{T_1 - T_a}{1/h_{c1}} = \dfrac{T_c - T_a}{\frac{x_1}{\lambda} + \frac{1}{h_{c1}}}$

de même $\Phi_2 = \dfrac{T_c - T_2}{R_{b2}} = \dfrac{T_2 - T_a}{1/h_{c2}} = \dfrac{T_c - T_a}{\frac{x_2}{\lambda} + \frac{1}{h_{c2}}}$

De plus $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$

Dans le cas où le plan chauffant est situé au milieu de la dalle de béton

on a par symétrie $e_1 = e_2$

prenons $S = 1$ m² alors

suite à une erreur de conversion, au cm⁻¹ de m, les calculs corrigés sont notés en vert.

- $\Phi_1 + \Phi_2 = \dfrac{T_c - T_a}{\frac{x_1}{\lambda} + 1/h_{c1}} + \dfrac{T_c - T_a}{\frac{x_2}{\lambda} + 1/h_{c2}} = \Phi$; $\Phi = 100$ W/m²

$\frac{x}{\lambda} = R_b = \left(\frac{16 - 1}{2}\right) \times \frac{1}{1,2} = \frac{7,5}{1,2} \text{cm}^{-1} = 6,25$ m².°C/W ; $6,25 \times 10^{-2}$

- Donc $\dfrac{T_c - 20}{\cancel{6,42}\ 0,24} + \dfrac{T_c - 20}{\cancel{6,82}\ 0,34} = 100 \Rightarrow T_c\left(\dfrac{1}{6,42} + \dfrac{1}{6,82}\right) = 100 + \dfrac{20}{6,42} + \dfrac{20}{6,82} = \cancel{106,17}\ 241,7$ $\Rightarrow T_c = 343,9$ °C $T_c = 34°C$

- et $\dfrac{T_c - T_a}{\frac{x_1}{\lambda} + R_{c1}} = \Phi_1 \Rightarrow \Phi_1 = \dfrac{343,9 - 20}{6,25 + 1/3,6} = \cancel{50,2}$ W/m²   38,4

$\dfrac{T_2 - T_a}{\frac{x_2}{\lambda} + R_{c2}} = \Phi_2 \Rightarrow \Phi_2 = \dfrac{343,9 - 20}{6,25 + 1/3,6} = \cancel{49,6}$ W/m²   41,6

- $T_1 = \dfrac{\Phi_1}{h_{c1}} + T_a = \dfrac{30,4}{3,6} + 20 = \cancel{29}$ °C   30,4 °C

$T_2 = \dfrac{\Phi_2}{h_{c2}} + T_a = \cancel{33,8}$ °C   31,5 °C

1.2 Chacune des faces supposée se comporter comme une surface grise, échange également de la chaleur par rayonnement avec l'ambiance que l'on supposera se comporter comme un corps noir.

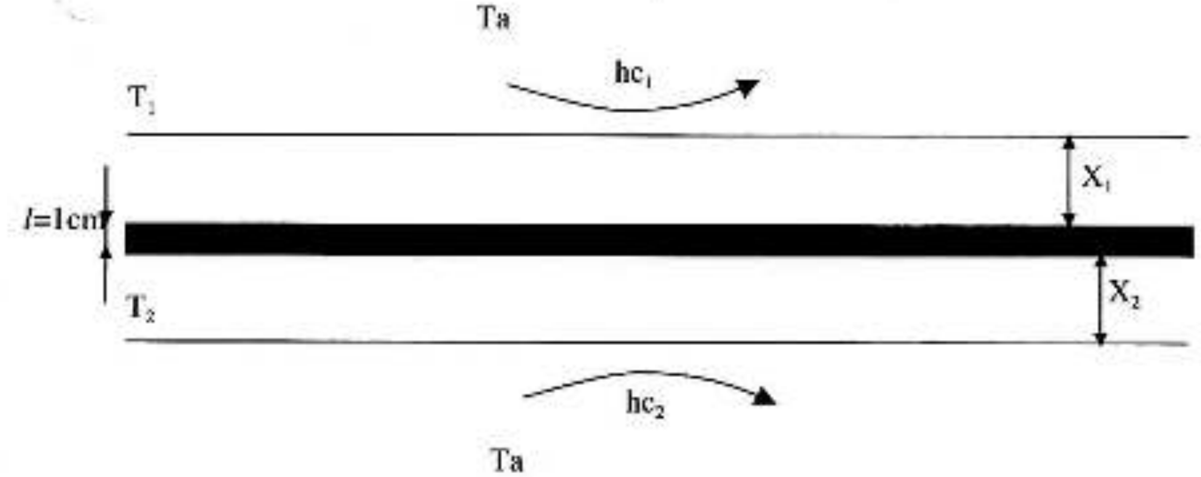
Calculer dans ces conditions:

- Les coefficients d'échange superficiel globaux h_1 pour la face supérieure et h_2 pour la face inférieure,
- Le rapport du flux rayonné au flux total pour les surfaces supérieure et inférieure.

Que conclure ?

Pour cette question, il sera nécessaire d'établir une relation linéaire pour le flux échangé par rayonnement et proportionnel à l'écart de température entre la surface et l'ambiance, relation analogue à celle du flux convectif.

On désignera les coefficients d'échange superficiel par rayonnement respectifs h_{r1} et h_{r2} sachant que l'émissivité de chaque surface est égale à $\varepsilon = 0{,}9$.



pour $T_1 = 29°C = \cancel{302 K}$ 303,4 $\Rightarrow M = \varepsilon\,\sigma\,T_1^4 = 0{,}9 \times 5{,}68 \times 10^{-8} \times 302^4$

$M = \cancel{425}\ W/m^2$ $\underline{433\ W/m^2}$

$\Rightarrow$ pour une surface de $1\,m^2$ $\Phi'_1 = 425\ W$ $\underline{433\ W}$
émis par ray.

$\Rightarrow \Phi_{tot} = \Phi'_1 + \Phi_1 = 425 + 50{,}4 = \cancel{475{,}4\ W}$ $\underline{491{,}4\ W}$

$\Rightarrow \underline{r_1} = \dfrac{\Phi'_1}{\Phi_{tot}} = \cancel{0{,}89} = \underline{0{,}88}$

pour $T_2 = \cancel{33{,}8}$ 31,5 $°C = \cancel{306{,}8\ K}$ 304,5 $\Rightarrow M = \cancel{452{,}9\ W/m^2}$ $\underline{439{,}5\ W/m^2}$

$\Rightarrow$ pour une surface de $1\,m^2$ $\Phi'_2 = \cancel{452{,}9\ W}$ $\underline{439\ W}$

$\Rightarrow \Phi_{tot} = \Phi'_2 + \Phi_2 = 452{,}9 + 49{,}6 = \cancel{502{,}5\ W}$ $\underline{480{,}6\ W}$

$\Rightarrow \underline{r_2} = \dfrac{\Phi'_2}{\Phi_{tot}} = \cancel{0{,}9}$ $\underline{0{,}91}$

On peut en conclure que la majeure partie de la chaleur fournie à la pièce .../...
l'est par rayonnement.

1.3 Afin d'obtenir une densité de flux maximale émise par le plancher tout en sachant que la température superficielle du sol T'_1 ne doit pas dépasser 24°C pour des contraintes physiologiques des occupants, déterminer la position du plan chauffant par rapport au bord supérieur de la dalle.

$T'_1 = 24°C$

$\Rightarrow \Phi_1 = \cancel{22,6}\ W$ $22,4$ car $\frac{T'_1 - T_a}{R_1} = \Phi_1$

$\Rightarrow \Phi_1 \times \frac{x_1}{\lambda} = T_a - T_1 \Rightarrow x_1 = \lambda \frac{T_c - T'_1}{\Phi_1} = \cancel{17,13}$

$\cancel{x_1 = 17,13}$ $x_1 = 0,53\ m$

correction 1.2

$$\begin{cases} h_1 = h_{c_1} + h_{r_1} \\ h_2 = h_{c_2} + h_{r_2} \end{cases}$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2$$

$$\varepsilon \sigma_0 T_1^4 - \varepsilon \sigma_0 T_a^4 = \varepsilon \sigma_0 \left(\underbrace{T_1^4 - T_a^4}\right)$$

$T_1 \simeq T_a$ de qques °C

$\Rightarrow T_1^4 - T_a^4 = 4 T_a^3 (T_1 - T_a)$

linéarisation

$$h_{r_1} = h_{r_2} = 4 \varepsilon \sigma T_a^3 = 5{,}04 \, W/m^2.°C$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h_1 = 10{,}64 \ W/m^2.°C \\ h_2 = 8{,}64 \ W/m^2.°C \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \phi'_{r_1} = h_{r_1} (T_1 - T_a) \\ \phi'_{1} = \phi_{c_1} + \phi_{r_1} = h_{c_1} (T_1 - T_a) + h_{r_1} (T_1 - T_a) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \phi'_{r_1} / \phi'_1 = h_{r_1} / (h_{r_1} + h_{c_1}) = 0{,}47 \\ \phi'_{r_2} / \phi'_2 = h_{r_2} / (h_{r_2} + h_{c_2}) = 0{,}58 \end{cases}$$

correction 1.3

$$\phi = \phi_2' + \phi_2'' = 100 W$$

$$\begin{cases} \phi''_2 = h_1 (T_2 - T_a) = 10{,}64 (24 - 20) = 42{,}56 \\ \phi'_2 = 100 - \phi'_2 = 100 - 42{,}56 = \end{cases}$$

$$\begin{cases} \phi''_2 = \dfrac{\lambda}{x_1} (T_c - T'_2) \\ \phi''_2 = \dfrac{\lambda}{(0{,}15 - x_1)} (T_c - T'_2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T'_2 = 24 °C \\ T_c = 29 °C \\ x_1 = 3{,}2 \, cm \end{cases}$$

2. On considère un radiateur constitué de 20 éléments plans verticaux de dimensions planes 80 x 7 cm et d'épaisseur négligée. Ces éléments sont réunis par une conduite d'eau placée en partie haute et en partie basse perpendiculairement aux plans. La longueur totale de ce radiateur est de 1m. Il contient de l'eau à 60°C et est placé dans une ambiance à 20°C.

Exprimer la puissance totale émise par le radiateur.

On supposera que l'ambiance agit comme un corps noir et que l'émissivité globale est de 0,95 pour chacune des 2 faces du radiateur.

Pour les échanges convectifs, il sera nécessaire d'utiliser une des deux lois d'échanges suivantes :

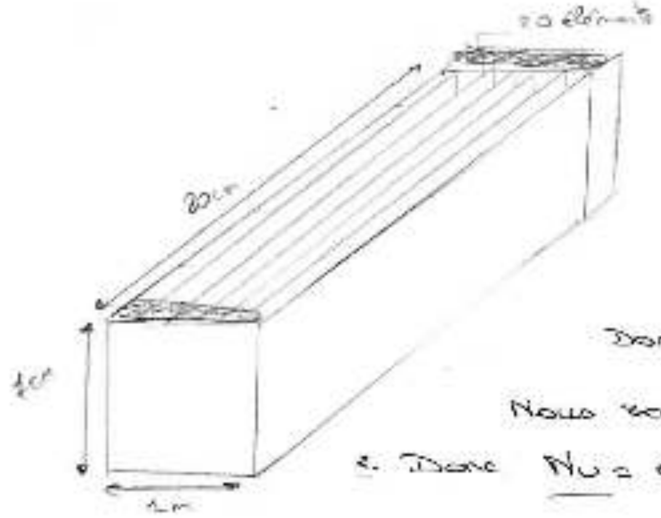
$N_{uL} = 0{,}59\ (G_rP_r)^{1/4}$, régime laminaire.
$N_{uL} = 0{,}13\ (G_rP_r)^{1/3}$, régime turbulent ($G_rP_r > 10^9$).

Données numériques de l'air :

$PV = 287\ T$ (unités S.I.)
$\mu = 1{,}8.10^{-5}$ kg/m s
$\lambda = 0{,}025$ W/m °C
$C_p = 1000$ J/kg °C
$\rho = 1{,}2$ kg/m3

$\nu = \frac{\mu}{\rho} =$

$\beta = \frac{1}{T} = \frac{1}{293} = 0{,}0034$



1. Calculons premièrement le nombre de Rayleigh pour déterminer le régime d'écoulement.

$G_r = \frac{D^3 g \beta \Delta T}{\nu^2} = \frac{1^3 \times 9{,}8 \times 1/293 \times (60-20)}{\left(\frac{1{,}8\times10^{-5}}{1{,}2}\right)^2} = 5{,}9\times10^9$

$P_r = \frac{\mu C_p}{\lambda} = \frac{1{,}8\times10^{-5} \times 1000}{0{,}025} = 0{,}72$

Donc $G_rP_r = 4{,}24 \times 10^9 > 10^9$

Nous sommes en régime turbulent

2. Donc $Nu = 0{,}13 \times (G_rP_r)^{1/3} = 210$

2

3. déterminons à présent le coefficient d'échange par convection h.

$h = \frac{Nu\,\lambda}{D} = \frac{195{,}5 \times 0{,}025}{1} = 5{,}3$ W.m⁻².°C⁻¹

4. Calculons la puissance totale :

$\Phi = h\,(T_e - T_a)\,S$ où $S = \left(\underset{\text{nbre d'élément}}{20}\times\underset{\text{surface de chaque élément}}{(80\times7)} + \underset{\text{2 faces}}{2}\ \underset{\text{surface du radiateur}}{(1\times7)\times10^{-2}}\right)$

$= 1{,}26\ m^2$

$= 5{,}3 \times 40 \times 1{,}26$

$\Phi = 267\ W/m^2$

Le flux total émis par la source est alors

$$M = \varepsilon \, \sigma \, T_s^4$$
$$= 0{,}95 \times 5{,}68 \times 10^{-8} \, (333)^4$$
$$= \underline{6{,}63 \times 10^2}$$

$$\Rightarrow P_{\text{rayon}} = M S = 6{,}63 \times 10^2 \times 1{,}26$$
$$= 8{,}36 \times 10^2$$
$$= \underline{836 \, W}$$

D'où une <u>puissance totale</u>. $836 + 267 = \underline{1103 \, W}$

Surf radiante $\quad S_r = 1 \times 0{,}8 \times 2$ faces $\quad (0{,}07 \times 0{,}8$ négligée$)$
$= 1{,}6 \, m^2$

$$\Phi = \varepsilon . S_r (M_{60} - M_{20}) = 425 \, W$$

Surf. d'échange par convection : $\quad S_c = [\, 20 \times 0{,}07 \times 0{,}8 + 1 \times 0{,}8 \times 2) = 2{,}84 \, m^2$

$Nu = 0{,}13 \, (6 \times 10^9 \times 0{,}72)^{1/3} = 212$

$h = 3{,}3$

$\Phi_c = 813 W$

$P_r = 0{,}12$

$G_r = 1{,}5 \times 10^8 \, \Delta T$

3. Préciser l'unité des grandeurs suivantes :

- Enthalpie en Joule
- Humidité spécifique kg / kg d'Air sec
- Perméabilité ~~sans dimension~~ kg / m . s . Pa
- Conductivité λ conductivité thermique : $W . m^{-1} . K^{-1}$
- Émissivité sans dimension

4