2002 G1

Energétique du bâtiment
Test n°2
$1^{ère}$ année – Groupe 1

Les Mystères de l'Ouest…

Les différentes parties de ce problème sont indépendantes.

Le président Grant, propriétaire d'un train blindé d'Etat, transforme un wagon en salle de billard.

Partie A (4 points)
Dans la salle, il existe un réservoir d'eau chaude ayant la forme d'un cylindre de 1,5 *m* de long et de 80 *cm* de diamètre intérieur, terminé à chaque extrémité par une demi-sphère de même diamètre. Il est en acier d'épaisseur négligeable. L'ensemble est calorifugé par de la laine de verre sous une épaisseur de 7 *cm*. Cette laine de verre, dont la conductivité est égale à 0,067 $W/m.°C$, est maintenue par une enveloppe de faible épaisseur.
Le coefficient de convection moyen de l'eau avec la paroi du réservoir est de 850 $W/m^2.°C$, et la nuit lorsque le wagon n'est pas chauffé, le coefficient de convection naturelle avec l'air ambiant à 16,5°C, est de 1,5 $W/m^2.°C$.
Calculer la puissance calorifique à fournir pour maintenir l'eau à la température de 80°C.

Partie B (4 points)
Une conduite, raccordée au réservoir d'eau chaude, longe la partie basse d'une cloison du wagon. Cette conduite est constituée par un tube en cuivre de conductivité thermique $\lambda_1 = 380\ W.m^{-1}.K^{-1}$, de rayon intérieur $R_1 = 6.10^{-3}\ m$ et de rayon extérieur $R_2 = 7.10^{-3}\ m$.
Le président Grant souhaite réaliser, à l'aide d'un matériau isolant de conductivité $\lambda_2 = 0,10\ W.m^{-1}.K^{-1}$, une gaine coaxiale de rayon intérieur R_2 et de rayon extérieur $R_3 = r$.
La température T_1 de la paroi intérieure du tube sera prise égale à celle de l'eau chaude qui circule, en régime permanent, dans le tube, soit $T_1 = 80°C$. On note $T_a = 20°C$ la température de l'air ambiant, loin du tube, et $h = 10\ W.m^{-2}.K^{-1}$ le coefficient d'échange par convection à la surface extérieure de l'isolant (ou du tube de cuivre, en l'absence d'isolant).

1. Calculer le flux thermique perdu par mètre de conduite non isolée.
2. Calculer le flux thermique perdu par mètre de conduite isolée pour $R_3 = 8.10^{-3}\ m$.
3. Déterminer l'expression de l'épaisseur d'isolant $R_3 = R_0$ pour laquelle le flux thermique perdu est maximal. Calculer ce flux thermique.
4. Calculer le flux thermique perdu par mètre de conduite pour $R_3 = 15.10^{-3}\ m$.
5. Que proposeriez-vous au président et pourquoi?

Partie C (4 points)
Le président Grant, avec la collaboration d'Artemus Gordon, envisage la réalisation d'une installation de conditionnement d'air dans le wagon. Cette installation doit fonctionner avec un mélange de 1000 m^3/h d'air neuf (volume massique 0,793 m^3/kg , température +7°C, humidité relative *80%*), et de 500 m^3/h d'air recyclé (volume massique 0,858 m^3/kg, température +25°C, humidité relative *50%*). La pression atmosphérique est supposée égale à 100000 *Pa*.

1. Déterminer quelles seront, à la sortie du caisson de mélange, les caractéristiques du mélange d'air humide ainsi obtenu : masse d'air sec, température sèche en °C, humidité relative, teneur en eau et enthalpie.
2. Un préchauffage d'un certain débit-volume d'air portera la température du mélange à 20°C. Déterminer les caractéristiques de l'air ainsi obtenu : humidité relative, teneur en eau et enthalpie.

Partie D (4 points)

Afin de garantir au roulement des boules un caractère uniforme et constant, James West et Artemus Gordon s'interrogent sur la puissance thermique nécessaire au maintien de la surface du tapis de billard à une température T_p supérieure à la température ambiante T_a.

1. Le billard est modélisé sous la forme de trois couches superposées constituées :
   - d'un élément chauffant, d'épaisseur e_1, de conductivité thermique moyenne λ_1, à l'intérieur duquel circulent des résistances électriques uniformément réparties ;
   - d'une plaque de marbre, d'épaisseur e_2, de conductivité thermique λ_2 ;
   - du tapis de billard, d'épaisseur e_3, de conductivité thermique λ_3.

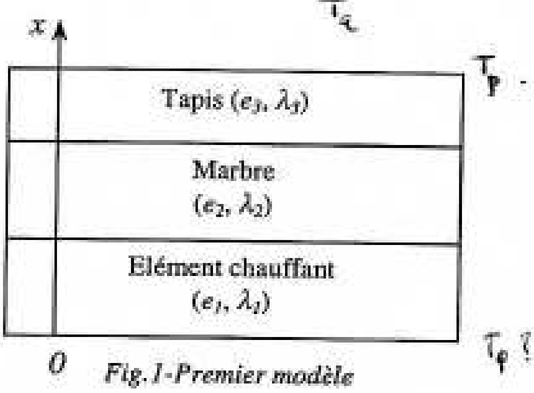


Fig. 1-Premier modèle

Les dimensions du billard (longueur $L = 2{,}4\ m$, largeur $l = 1{,}2\ m$) permettent de supposer que la température ne dépend que de la dimension x (*Fig. 1*).
Le coefficient d'échange convectif est uniforme et sa valeur h est la même en dessous et au-dessus du billard ; cette valeur tient compte des échanges radiatifs avec l'environnement.
Avec les données numériques fournies en fin d'énoncé, calculer la puissance thermique Φ_1 dissipée par effet joule à l'intérieur de l'élément chauffant.

2. Une autre modélisation du billard consiste à considérer les résistances électriques non plus noyées dans une phase solide mais réparties uniformément en dessous d'une plaque de caractéristiques identiques à celles de l'élément chauffant du précédent modèle.
En supposant que ces résistances ont une épaisseur négligeable, calculer le flux Φ_2 qu'elles dissipent lorsque la température de la surface du billard est égale à T_p, les échanges convectifs obéissant aux mêmes hypothèses que dans le cas précédent.

3. Le billard étant initialement à la température T_a de la salle, on branche son système de chauffage. Pour évaluer l'ordre de grandeur τ du temps au bout duquel la température T_p est atteinte, le billard est assimilé à une seule plaque de masse volumique ρ, de capacité calorifique C et d'épaisseur e. Les résistances dissipent le flux $\Phi_3 = 5\ kW$. Evaluer τ.

Données numériques pour cette partie D : $T_p = 40°C$, $T_a = 20°C$, $h = 10\ W.m^{-2}.K^{-1}$, $e_1 = e_2 = 5\ cm$, $e_3 = 2\ mm$, $\lambda_1 = \lambda_3 = 1\ W.m^{-1}.K^{-1}$, $\lambda_2 = 20\ W.m^{-1}.K^{-1}$, $\rho = 2000\ kg.m^{-3}$, $C = 810\ J.kg^{-1}.K^{-1}$, $e = 10\ cm$.

Partie E (4 points)

Un réfrigérateur est installé dans le saloon du wagon. Il peut être assimilé à une enceinte ayant la forme d'un parallélépipède rectangle de 1,20 m de haut, 0,60 m de large et 0,50 m de profondeur. Les parois du réfrigérateur sont constituées de 2 plaques en matière plastique de 3 mm d'épaisseur et de conductivité thermique 0,13 $W.m^{-1}.K^{-1}$, séparées par une couche de laine de verre de 4 cm d'épaisseur et de conductivité thermique $4{,}18.10^{-2}\ W.m^{-1}.K^{-1}$.

1. Calculer la puissance que doit avoir le groupe frigorifique pour maintenir à $5°C$ la température moyenne des faces intérieures des parois du réfrigérateur, lorsque la température moyenne des faces extérieures est de $20°C$. On admettra que les déperditions calorifiques s'effectuent à travers les 6 faces du réfrigérateur.
2. James West vous propose un verre et prend un magnum de champagne dans ce réfrigérateur à $5°C$. Dans le saloon, dont la température est à $20°C$, la condensation se forme sur l'extérieur de la bouteille. Quelle est l'humidité relative dans le saloon?

25/11/2002

Alexis CEFBER
Groupe 1

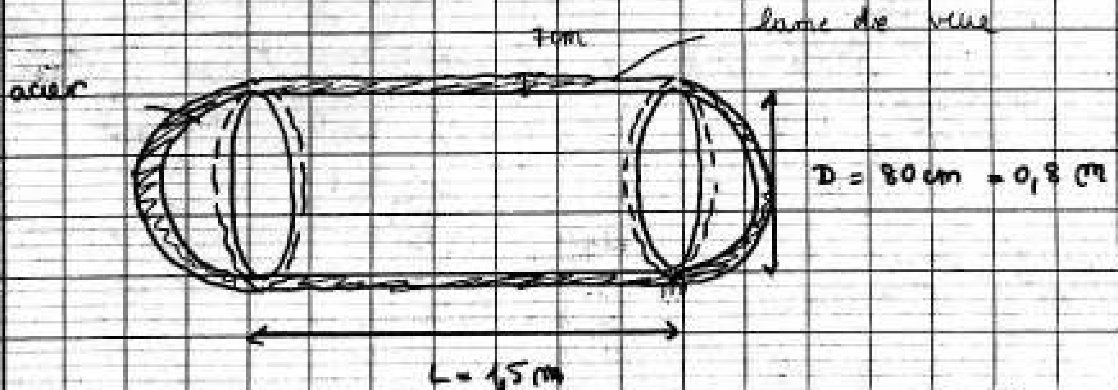
13,5

Test d'énergétique n° 2

①

Les mystères de l'ouest

Partie A ; Exo 1



$D_{\text{laine de verre}} = 0{,}8 + 0{,}14 = 0{,}94\ m$

$\lambda_{\text{laine de verre}} = 0{,}067\ W/m\,°C$

$h_{c\ \text{moyen eau - paroi reservoir}} = 850\ W/m^2\,°C$

$h_{\text{conv nat}} = 1{,}5\ W/m^2\,°C$

Calcul de la résistance totale du réservoir

Convection naturelle : $R_{conv\,nat} = \dfrac{1}{h_{conv\,nat}\,S}$

avec $S = \pi D_e \times L + \pi D_e^2 = \pi \times 0{,}94 \times 1{,}5 + \pi \times 0{,}94^2 = 7{,}205 \ m^2$

$R_{conv.nat} = \dfrac{1}{1{,}5 \times 7{,}205} = 0{,}092 \ °C/W$

$R_{réservoir}$

$$\frac{1}{R_{réservoir}} = \frac{1}{R_{cylindre}} + \frac{1}{R_{sphère}}$$

avec $R_{cylindre} = \dfrac{\ln \frac{D_e}{D_i}}{2\pi \lambda L}$

$$R_{cylind} = \frac{\ln \frac{0{,}94}{0{,}8}}{2\pi \times 0{,}067 \times 1{,}5} = 0{,}255$$

$$R_{sphère} = \frac{1}{2}\,\frac{D_e - D_i}{4\pi \lambda \frac{D_e D_i}{4}} = \frac{D_e - D_i}{2\pi \lambda D_e D_i} =$$

$$= \frac{0{,}94 - 0{,}8}{2\pi \times 0{,}067 \times 0{,}94 \times 0{,}8} = 0{,}442$$

$\dfrac{1}{R_{réservoir}} = 6{,}184$ $\quad R_{réservoir} = 0{,}162 \ °C/W$

R_{conv} $\quad R_{conv} = \dfrac{1}{h_{conv}\,S'}$

avec $S' = \pi D_i \times L + \pi D_i^2 =$

$= \pi \times 0{,}8 \times 1{,}5 + \pi \times 0{,}8^2 =$

$= 5{,}78 \ m^2$

Suite...

pagination ? ②

Alexis
CEFBER

$R_{conv} = \frac{1}{850 \times 5{,}78} = 2{,}035 \times 10^{-4}\ °C/W$

Ainsi

$R_{tot} = R_{conv\ mat} + R_{réer} + R_{conv} =$

$= 0{,}092 + 0{,}162 + 2{,}035 \times 10^{-4} =$

$= 0{,}254\ °C/W$

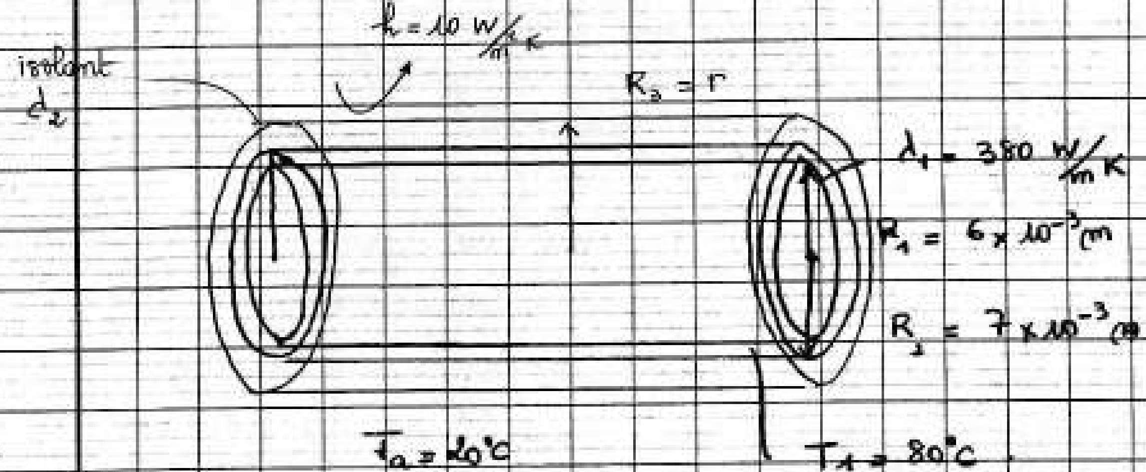
bien

Puissance calorifique nécessaire pour que $T_{eau} = 80°C$

4

$P = \frac{T_{eau} - T_{air}}{R_{tot}} = \frac{80 - 16{,}5}{0{,}254} = 250\ W$, ? fini

Exo 2 : **Partie B**



Calcul de la résistance thermi^c de la gaine/m

$R_{gaine} = \frac{\ln \frac{r}{R_2}}{2\pi \lambda_2}$

$R_{convect^o} = \frac{1}{h_{conv} \times 2\pi r}$ résistance thermi^c de convect^o /m

Résistance thermi^c de la conduite /m

$$R_{cond} = \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi \lambda_1}$$

① Flux thermique perdu par m de conduite non isolée :

$$\phi = \frac{T_1 - T_a}{R_{tot}} \quad \text{avec} \quad R_{tot} = R_{conv} + R_{cond}.$$

$$R_{conv} = \frac{1}{10 \times 2\pi \times 7 \times 10^{-3}} = 2,27 \ °C/W.$$

$$\frac{1}{h_{conv} \cdot 2\pi \times R_2}$$

$$R_{cond} = \frac{\ln \frac{7 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-3}}}{2\pi \times 380} = 6,46 \times 10^{-5} \ °C/W.$$

$$\phi = \frac{80° - 20}{2,27 + 6,46 \times 10^{-5}} \# \frac{60}{2,27} \# \underline{\underline{26,4}} \ W/m$$

② Flux thermique par m de conduite isolée

$R_3 = 8 \times 10^{-3}$ m $= r$

$$R_{gaine} = \frac{\ln \frac{8 \times 10^{-3}}{7 \times 10^{-3}}}{2\pi \times 0,1} = 0,212 \ °C/W$$

$$R_{conv} = \frac{1}{10 \times 2\pi \times 8 \times 10^{-3}} = 1,99 \ °C/W.$$

$$\phi = \frac{80 - 20}{1,99 + 6,46 \times 10^{-5} + 0,212} = \underline{\underline{27,2}} \ W/m.$$

pagination ? 3

Alexis CEFBER

3 Détermination de $R_3 = R_0$ tq ϕ_{perdu} soit max :

$$\phi = \frac{\Delta T}{R_{tot}} \quad \phi_{max} \text{ pour } R_{tot} \text{ minimal}$$

$$R_{tot} = \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi \lambda_1} + \frac{\ln \frac{r}{R_2}}{2\pi \lambda_2} + \frac{1}{h_{conv}\, 2\pi r}$$

$$\frac{dR_{tot}}{dr} = \frac{1}{2\pi \lambda_2} \times \frac{1/R_2}{r/R_2} - \frac{1}{h_{conv} \times 2\pi r^2} = 0.$$

$$\frac{1}{2\pi r} \times \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{h_{conv} r} \right) = 0.$$

$$h_{conv}\, r = \lambda_2 \Rightarrow r = \frac{\lambda_2}{h_{conv}} = R_0$$

A.N : $R_0 = \frac{0,1}{10} = 0,01 \text{ m}$ soit 1 cm.

oui

$$\phi(r = R_0) = \frac{60}{R_{tot}} \text{ avec}$$

$$R_{tot} = 6,46 \times 10^{-5} + \frac{\ln \frac{0,01}{7 \times 10^{-3}}}{2\pi \times 0,1} + \frac{1}{10 \times 2\pi \times 0,01}$$

$$\# \ 0,568 + 1,591$$
$$\# \ 2,16 \ {}^\circ C/W$$

oui

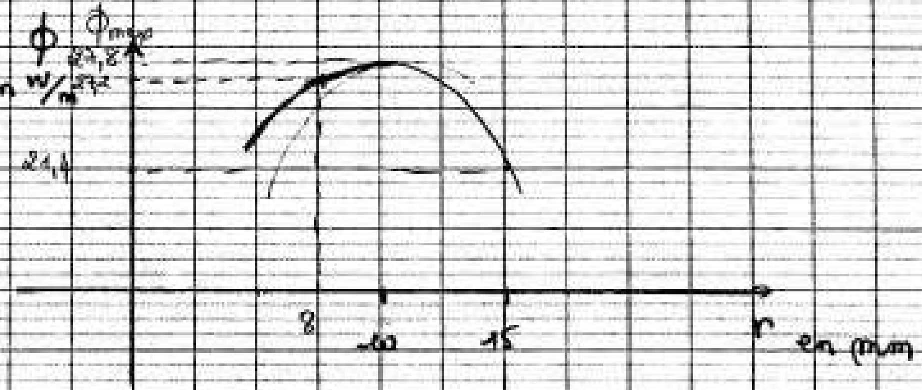
soit $\phi_{max} = \frac{60}{2,16} = 27,8 \ W/m$

4 $R_{tot}(r = 15 \times 10^{-3}) = 6,46 \times 10^{-5} + \frac{\ln \frac{0,015}{7 \times 10^{-3}}}{2\pi \times 0,1} +$

$$\frac{1}{10 \times 2\pi \times 0,01} \ \# \ 1,213 + 1,591 \ \# \ 2,80 \ {}^\circ C/W$$

$\phi\,(r = 15\times10^{-3}\,m) = \dfrac{60}{2,80} = \cancel{21,39\ W/m}$ non

(5)



? Le président devrait donc se placer en 1 valeur $r < R_0$ pour minimiser l'épaisseur de la gaine et en m̂ tps celle du flux perdu   incomplet

3   /

Expo 3

Partie C

$v = \dfrac{1}{\rho_1} = 0,793\ m^3/kg$

$q_1 = 1000\ m^3/h$ air neuf $T_1 = 7\,°C$ $\varepsilon = 80\%$

$q_2 = 500\ m^3/h$ air recyclé $T_2 = 25\,°C$ $\varepsilon = 50\%$

$v = \dfrac{1}{\rho_2} = 0,858$

(1) . A partir du diagramme de l'air humide on positionne le point du mélange :

cf. diagramme

$$T_{mélange} = \frac{q_1 \times T_1 + q_2 T_2}{q_1 + q_2} = \frac{1000 \times 7 + 500 \times 25}{1500}$$

$$= 13\,°C = T_{sèche}\ \text{du mélange}$$

sur le segment reliant les 2 points caractéristiques de chacun des fluides

On a alors : $\mathcal{E}_m = 70\%$
$h_m = 30$ kJ/kgas

w_m = 0,0067 kg humidité/kgas
humidité spécifi^c

v' = 0,83 m^3/kg as
volume spécifique

masse d'air sec : $m_{as} = \frac{1500}{0,83} = 1807$
en kgas/h
bien
environ

teneur en eau : $m_{as} \times w_m = 1807 \times 0,0067$
$= \cancel{12,1}$ kg humidité/h
non

(2). $T_{mélange} = 20°C$.

$w_{mélange}$ ne change pas et $w_m = 0,0067$ unité

avec $T = 20°C$ × — cf diagramme
↓
$\mathcal{E}_m' = 45\%$ $v' = 0,85$
bien

$m_{as}' = \frac{1500}{0,85} = 1764$ unités

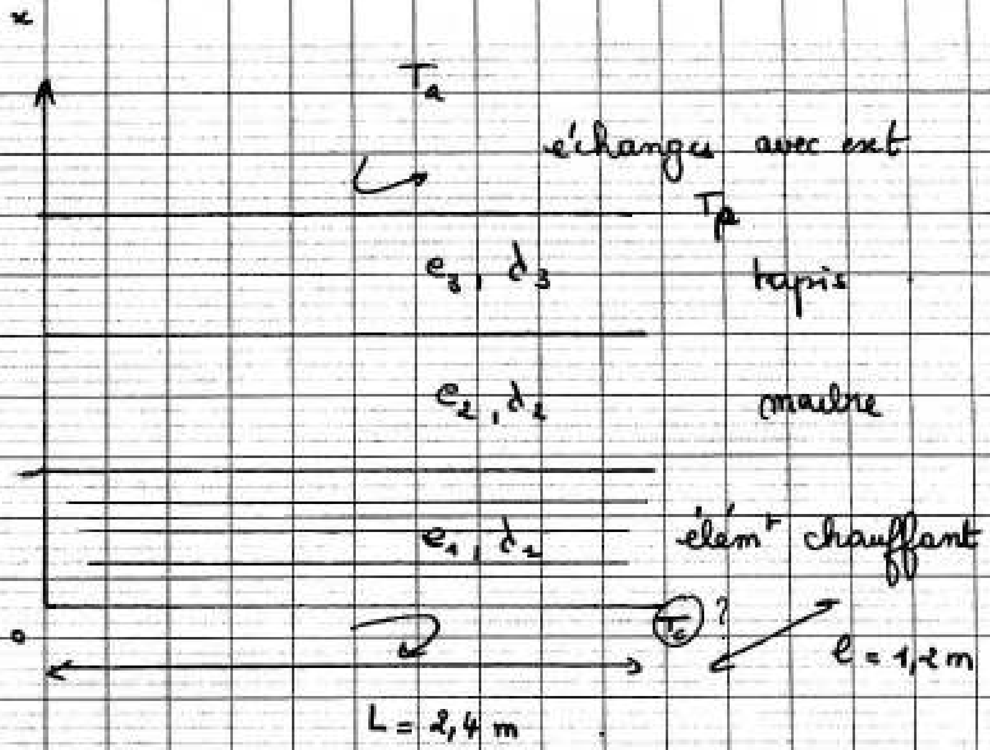
teneur en eau : $m_{as}' \times w_m = 1764 \times 0,0067 =$
$= \cancel{11,8}$ kg humidité/h.
non

$h_m' = 37$ kJ/kg as
bien

4

Exo 4 Partie D

①



h_{conv} uniforme.

Calcul de la résistance totale du billard :

$$R_{tot\,sup} = \cancel{\frac{e_3}{\lambda_3 S}} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{1}{h_{conv} S}$$

avec

$$R_{tot\,inf} = \frac{1}{h_{conv} S} \qquad S = L \times \ell = 2,4 \times 1,2 = 2,88\ m^2$$

A.N : $R_{tot\,sup} = \dfrac{1}{2,4 \times 1,2} \times \left(\dfrac{2 \times 10^{-3}}{1} + \dfrac{5 \times 10^{-2}}{20} + \dfrac{5 \times 10^{-}}{1} + \dfrac{1}{10} \right) = \dfrac{0,154}{2,88} = 0,0536\ °C/W$

$$R_{tot\,inf} = \frac{1}{2,88} \times 0,1 = 0,0347.$$

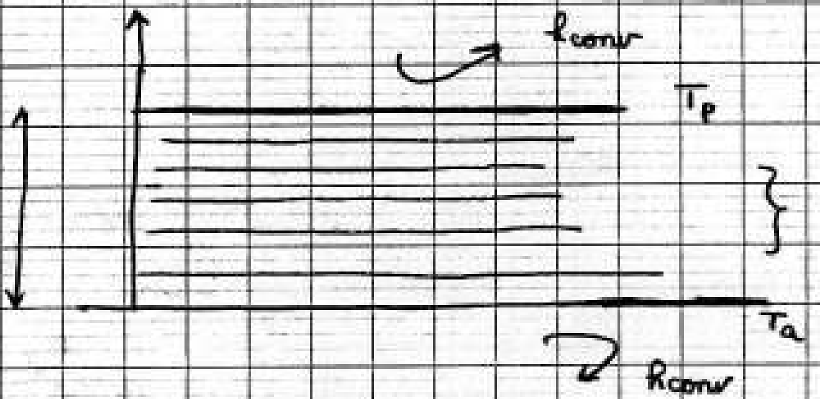
$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_{tot\,sup}} + \frac{1}{R_{tot\,inf}} = \frac{1}{0,0536} + \frac{1}{0,0347}$$

$$R_{tot} = 0{,}021 \ °C/W$$

$$\Phi_1 = \frac{T_p - T_a}{R_{tot}} = \frac{20}{0{,}021} = \underline{952{,}4 \ W}$$

Le flux se conservant, Φ_1 est la puissance thermi^{c} dissipée par effet joule par l'élém^{t} chauffant

2



$$R_{tot_{sup}} = \frac{1}{\lambda_1 S}(e_1 + e_2 + e_3) + \frac{1}{h_{conv} S}$$

$$R_{tot\ inf} = \frac{1}{h_{conv} S}$$

$$\Phi_2 = (T_p - T_a) \times \left(\frac{1}{R_{tot\ sup}} + \frac{1}{R_{tot\ inf}} \right)$$

avec $R_{tot\ sup} = \frac{1}{1 \times 2{,}88}(5{,}2 \times 10^{-2}) + 0{,}0347$

$$= 0{,}0527 \ °C/W$$

$$R_{tot\ inf} = 0{,}0347$$

$$\Phi_2 = 20 \times \left(\frac{1}{0{,}0527} + \frac{1}{0{,}0347} \right) = \underline{955{,}5 \ W}$$

(3)

L'équation de la chaleur s'écrit :

$$\lambda_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + P = \rho C \frac{\partial T}{\partial t}$$

avec $P = + \frac{\Phi_3}{L \times l \times e}$ puissance dissipée par unité de volume.

avec

$$\Phi_3 = \frac{T - T_a}{\frac{e}{\lambda S}}$$

avec T(= f(t). on a ↓

soit $\frac{\partial T}{\partial t} \times \rho C = \frac{T - T_a}{e} \times \frac{\lambda S}{S \times e}$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho C e^2} (T - T_a).$$

En posant $\theta = T - T_a$ $\quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho C e^2} \theta$.

$$\theta(t) = A \, e^{\frac{\lambda}{\rho C e^2} t} \quad \text{avec } A = T_a$$

$$\theta(t = \tau) = T_a \, e^{\frac{\lambda}{\rho C e^2} \tau} = T_p.$$

N

$$\frac{\lambda}{\rho C e^2} \tau = \ln \frac{T_p}{T_e}$$

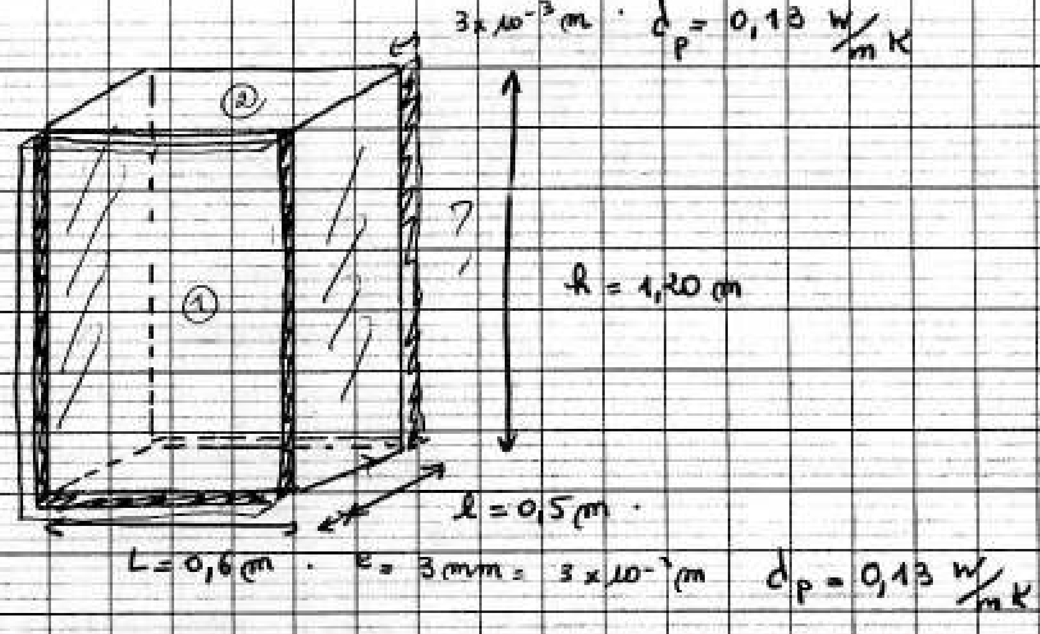
$$\tau = \frac{\rho C e^2}{} \ln \frac{T_p}{}$$

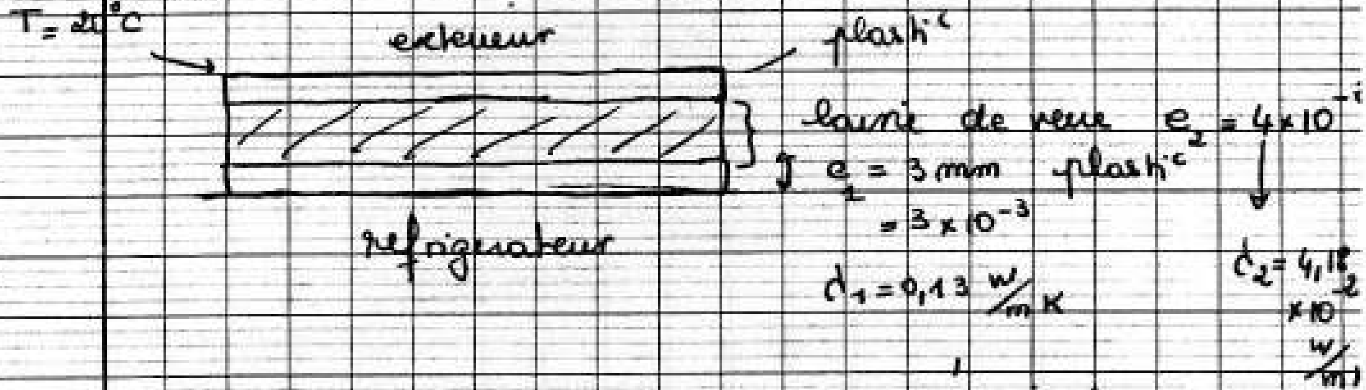
⑥

Exo 5

Partie E

Alexi
CEFBER





① . R_{totale} des parois du réfrigérateur

face 1 : $R_{tot_1} = \dfrac{2e_1}{\lambda_1 S} + \dfrac{e_2}{\lambda_2 S} = \dfrac{2\times3\times10^{-3}}{0,13\times0,6\times1,20} + \dfrac{4\times10^{-2}}{4,18\times10^{-2}\times0,6\times1,20}$

$= 0,0641 + 1,329 = 1,393$ °C/W

face 2 : $R_{tot} = \dfrac{1}{0,5\times0,6}\times\left(\dfrac{6\times10^{-3}}{0,13} + \dfrac{4\times10^{-2}}{4,18\times10^{-2}}\right) =$

? surfaces latérales

$= \dfrac{1}{0,3}\times(0,046 + 0,957)$

$R_{tot_2} = 3,343$ °C/W

$$\phi_{tot} = 4\phi_1 + 2\phi_2 = 4 \times \frac{T_p - T_i}{R_{tot_1}} + 2\,\frac{T_p - T_i}{R_{tot_2}}$$

$$= (20 - 5) \times \left(\frac{4}{1,393} + \frac{2}{3,343} \right)$$

$$= 52\ W \quad ??$$

(2) $T_{bouteille} = 5°C$.

$T_{air\ ext} = 20°C$.

$T_{rosée}$ à $5°C \Leftrightarrow w = 0,0055$

$\downarrow \overset{cte}{}\ T = 20°C$

Oui $\quad \varepsilon \# 37\ \%$. $\quad$ 1,5