√

(1)

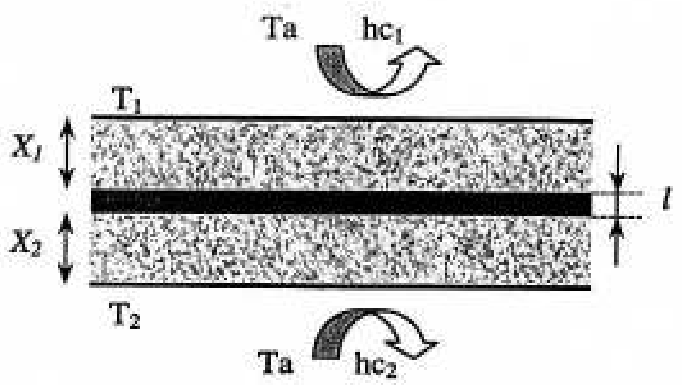
2001
E1

Energétique du bâtiment
Test n°2
1ère année – Groupe 1

Exercice 1 (6 points)

Nous étudions un système de chauffage électrique, représenté sur la figure ci-dessous, situé dans une dalle en béton (conductivité = 1,2 W/m.°C).

Le flux de chaleur par unité de surface créé par le système électrique chauffant est $\phi = 100$ W/m². Ce flux se partage en une densité de flux ascendant ϕ_1 (chauffage par le plancher) et ϕ_2 (chauffage par le plafond).



Les coefficients d'échange superficiels par convection sur les surfaces horizontales valent respectivement :

$hc_1 = 5{,}6$ W/m².°C pour la face supérieure.

$hc_2 = 3{,}6$ W/m².°C pour la face inférieure.

La température Ta de l'air de chaque côté du plancher est de 18°C. Le système chauffant est assimilé à un plan horizontal, d'épaisseur l, à la température uniforme Te.

Nous avons $X_1 = X_2 = 7{,}5$ cm et $l = 1$ cm. En négligeant les échanges radiatifs sur chacune des deux surfaces horizontales, déterminer :

1 - Les résistances thermiques surfaciques des zones comprises entre l'élément chauffant et l'ambiance : R1 pour la partie supérieure et R2 pour la partie inférieure.

2 - Une relation liant la densité de flux globale aux températures Te et Ta.

3 - La température de l'élément chauffant Te.

4 - Les densités de flux ϕ_1 et ϕ_2.

5 - Les températures superficielles T_1 et T_2

Exercice 2 (4 points)

Un cryostat, c'est-à-dire un récipient destiné à conserver un liquide réfrigérant à très basse température, contient de l'hélium liquide à la température T1 = 4,2K.

Il est constitué d'une sphère métallique de rayon R = 1m, d'épaisseur très faible, entourée d'une couche sphérique d'un isolant de conductivité thermique $\lambda = 0{,}04$ W/m.K et d'épaisseur e = 25 cm.

La surface extérieure de l'isolant est placé dans l'air ambiant à la température Ta = 293K.

On note h = 14 W/m².K le coefficient d'échange convectif à la surface extérieure de l'isolant.

On néglige la résistance thermique de la sphère métallique de rayon R = 1m.

1 – Etablir l'expression de la résistance thermique Ri de l'isolant. Calculer Ri.

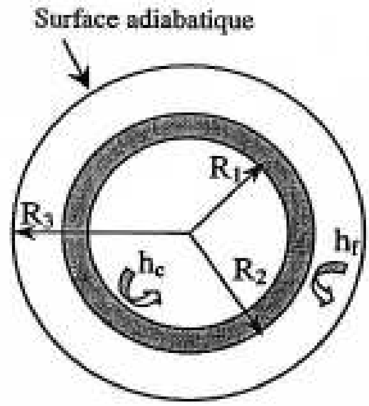
2 – Calculer la résistance thermique convective Rc de la couche de passage extérieure. Quelles sont vos remarques ?

3 – Calculer le flux thermique qui entre dans le cryostat.

Exercice 3 (7 points)

Un échangeur de chaleur, constitué de deux cylindres coaxiaux, fonctionne en circulation méthodique (circulation des fluides en sens opposés).
Le cylindre intérieur en acier de conductivité thermique $\lambda = 15 W.m^{-1}.K^{-1}$ a un rayon intérieur $R_1 = 10$ mm et un rayon extérieur $R_2 = 11$ mm. Le cylindre extérieur, de rayon R_3, est bien isolé thermiquement et on peut considérer sa surface comme adiabatique.
Le fluide chaud circule dans le cylindre intérieur avec un débit massique $q_{mc} = 0{,}018$ kg.s^{-1} et le fluide froid circule autour de ce cylindre avec un débit massique $q_{mf} = 0{,}006$ kg.s^{-1}.
On note $c_f = 4183$ J.kg^{-1}.K^{-1} la chaleur massique du fluide froid.

1 – Etablir l'équation générale donnant la résistance thermique d'un cylindre creux de longueur L, en régime permanent.



2 – Le fluide chaud est de l'eau, sa température d'entrée est $T_{c,e} = 74$ °C et sa température de sortie est $T_{c,s} = 66$ °C.
Le rapport de forme ou d'allongement $\frac{L}{2.R_1}$ est égal à 50. Une des formules de corrélation entre les nombres sans dimension pour un écoulement turbulent dans un tube est :

$$N_u = 0{,}024.\left[1+\left(\frac{2.R_1}{L}\right)^{2/3}\right]R_e^{0,8}P_r^{0,33} = \frac{h_c.D}{\lambda_c} \qquad \text{avec } D = 2.R_1$$

Calculer le coefficient d'échange par convection h_c côté fluide chaud sachant que les caractéristiques moyennes du fluide chaud sont les suivantes : la conductivité thermique avec $\lambda_c = 0{,}568$ W.m^{-1}.K^{-1}, la masse volumique avec $\rho = 997{,}7$ kg.m^{-3}, la chaleur massique avec $c_c = 4183$ J.kg^{-1}.K^{-1} et la viscosité cinématique avec $\nu = 0{,}413.\ 10^{-6}$ m².s^{-1}.

3 – Le coefficient d'échange par convection est égale à $h_f = 1360$ W.m^{-2}.K^{-1}, côté fluide froid. Calculer la conductance thermique globale K entre les fluides chaud et froid pour 1 m de longueur d'échangeur.

4 – En faisant les bilans thermiques à l'abscisse x pour une tranche dx, établir les équations donnant d'une part l'expression de la température $T_f(x)$ du fluide froid à l'abscisse x et d'autre part l'expression de la température $T_c(x)$ du fluide chaud à l'abscisse x.

Pour x = 0, on a $T_c(x=0) = T_{c,e}$ et $T_f(x=0) = T_{f,s}$

Pour x = L, on a $T_c(x=L) = T_{c,s}$ et $T_f(x=L) = T_{f,e}$

5 – En déduire une relation entre $T_c(x)$, $T_f(x)$, $T_{c,e}$, $T_{f,e}$ et $T_{f,s}$.

6 – Le fluide froid est également de l'eau et sa température d'entrée est $T_{f,e} = 34$ °C. Calculer la température de sortie $T_{f,s}$ du fluide froid.

7 – Tracer les courbes représentatives des températures $T_f(x)$ et $T_c(x)$.

Exercice 4 (3 points)

L'air ambiant d'un bâtiment a une température de 15 °C. La température à la surface du plafond est de 12 °C et la température à la surface des murs est de 10 °C. L'humidité relative dans le bâtiment peut prendre deux valeurs : 55 % ou 80 %.

1 - Dans quelle(s) situation(s) et à quel endroit y aura-t-il condensation ?

2 - Quelle quantité d'eau sera condensée (kg d'eau/kg d'air sec) ?

Russo
Fabrice
1AG1

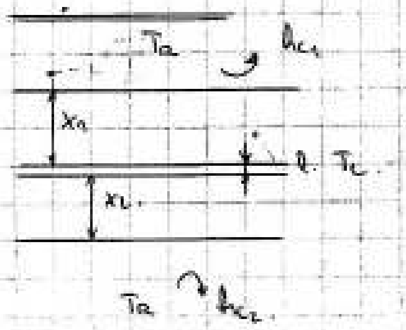
Le 12 novembre 2001

Énergétique du bâtiment

Test n° 2

12

Exercice 1



Données : $\lambda = 1,2$ W/m°C
$\phi = 100$ W/m²

$\phi = \phi_1 + \phi_2$

$h_{c1} = 5,6$ W/m²°C
$h_{c2} = 3,6$ W/m²°C

$T_0 = 18$°C
$x_1 = x_2 = 7,5$ cm $= 7,5 \cdot 10^{-2}$ m
$l = 1$ cm $= 1 \cdot 10^{-2}$ m

1. Déterminons R_1 et R_2

On sait que $R_1 = R_{\text{conductif } 1} + R_{\text{convectif } 1} = \frac{x_1}{\lambda} + \frac{1}{h_{c1}}$

d'où $R_1 = \frac{x_1}{\lambda} + \frac{1}{h_{c1}}$ AN : $R_1 = \frac{7,5 \cdot 10^{-2}}{1,2} + \frac{1}{5,6} = 0,24$ m²°C/W

de même $R_2 = R_{\text{conductif } 2} + R_{\text{convectif } 2} = \frac{x_2}{\lambda} + \frac{1}{h_{c2}}$

$R_2 = \frac{x_2}{\lambda} + \frac{1}{h_{c2}}$ AN : $R_2 = \frac{7,5 \cdot 10^{-2}}{1,2} + \frac{1}{3,6} = 0,34$ m²°C/W

TB

2. On sait que : conservation du flux.

donc $\phi = \phi_1 + \phi_2$ avec $\phi_1 = \frac{T_c - T_a}{R_1} = \frac{T_c - T_a}{x_1/\lambda + 1/h_{c1}}$

et $\phi_2 = \frac{T_c - T_a}{R_2} = \frac{T_c - T_a}{x_2/\lambda + 1/h_{c2}}$

d'où $\phi = \frac{(T_c - T_a)}{\frac{x_1}{\lambda} + 1/h_{c1}} + \frac{(T_c - T_a)}{\frac{x_2}{\lambda} + 1/h_{c2}}$

d'où finalement $T_c - T_a \left(\frac{1}{\frac{x_1}{\lambda} + 1/h_{c1}} + \frac{1}{\frac{x_2}{\lambda} + 1/h_{c2}} \right) = \phi$

donc $T_c = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \phi + T_a$

3. Détermination de T_c.

$T_c = \frac{0{,}24 \cdot 0{,}34}{0{,}24 + 0{,}34} \, 100 + 18 = 32{,}06\ °C$

4. Déterminons ϕ_1 et ϕ_2 :

Bien

$\phi_1 = \frac{T_c - T_a}{R_1} = \frac{32{,}06 - 18}{0{,}24} = 58{,}\cancel{6}\ W$

d'où $\phi_2 = \phi - \phi_1 = 41{,}37\ W$

5. Conservation du flux $\Rightarrow$ $\phi_1 = \frac{T_c - T_1}{\frac{x_1}{\lambda}} = \frac{\lambda (T_c - T_1)}{x_1}$

d'où $\phi_1 x_1 = \lambda (T_c - T_1)$

donc $\phi_1 x_1 / \lambda = T_c - T_1$ donc $T_1 = T_c - \frac{\phi_1 x_1}{\lambda}$

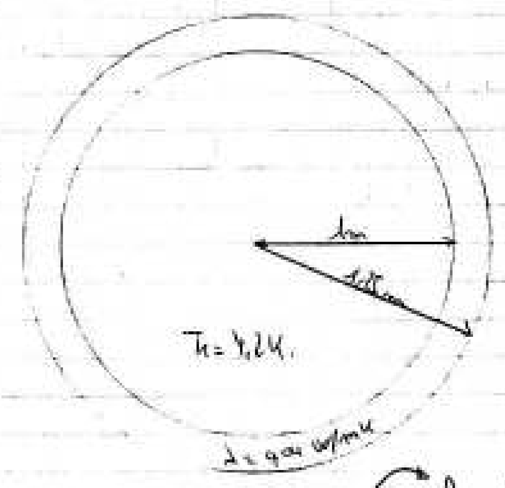
d'où $T_1 = 32{,}06 - \frac{58{,}62 \ 7{,}5 \, 10^{-2}}{1{,}2} = 28{,}39\ °C$

de même $T_2 = T_c - \frac{\phi_2 x_2}{\lambda} = 32{,}06 - \frac{41{,}37 \ 7{,}5 \, 10^{-2}}{1{,}2} = 29{,}47\ °C$

Bien

6 bien

Exercice 2



1. Résistance thermique de l'isolant R_i

Pour une sphère, on sait que

$R_i = \dfrac{R_e - R_i}{4\pi\lambda R_e R_i}$ Établir l'expression

d'où $R_i = \dfrac{0,25}{4\pi\ 0,01\ 1 \times 1,25} = 0,338\ K/W$

Oui

$h = 14\ W/m^2K$

$T_0 = 293K$

2. Déterminons $R_{\text{convectif extérieur}}$

On sait que $\phi = h_c (T_P - T_f) S$ d'où $\dfrac{T_P - T_f}{\phi} = \dfrac{1}{h_c S} = R_{\text{convectif}}$

or $S = 4\pi R_e^2 = 4\pi (1,25)^2$

d'où $R_{\text{convectif ext}} = \dfrac{1}{14\ 4\pi (1,25)^2} = \dfrac{1}{h\ 4\pi R_e^2} = 3,64\ 10^{-3}\ K/W$

Oui

~~Il faut être prudent car si on augmente l'épaisseur de l'isolant on va faire diminuer la résistance convective et donc favoriser les échanges avec le milieu extérieur. Or dans notre cas, on ne veut pas réaliser un échangeur mais une enceinte capable de maintenir la température de l'hélium à 4,2K.~~

3. $\phi = \dfrac{T_0 - T_1}{R_T}$ avec $R_T = R_{\text{convectif ext}} + R_i$ car ils sont en série

2,5

Oui d'où $\phi = \dfrac{293 - 4,2}{0,338 + 3,64\ 10^{-3}} = 719,05\ W.$

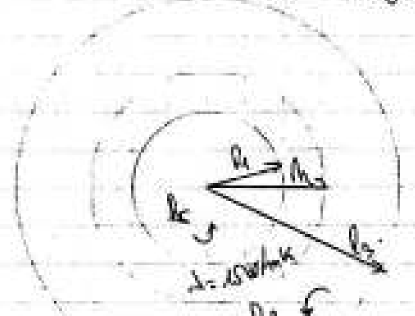
Exercice 3

Sulfure adiabatique.

Données : $R_1 = 11\ mm = 11.10^{-3}\ m$
$R_2 = 10\ mm = 10\ 10^{-3}\ m = 10^{-2}\ m.$

$q_m = 0,018\ kg\ s^{-1}$
$q_{m0} = 0,006\ kg\ s^{-1}$

$c = 4183\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$



1. En régime permanent, l'équation de la chaleur en coordonnée cylindrique avec λ constant, nous donne :

$\lambda \Delta T + \underbrace{\vec{grad} \lambda}_{=0 \text{ car } \lambda = \text{constante}} \vec{grad} T + p = 0$ avec $p = 0$ pas de source interne de chaleur.

d'où $\Delta T = 0$ avec $\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T}{\partial r}\right)$

d'où $\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T}{\partial r}\right) = 0.$

donc $r \frac{\partial T}{\partial r} = K.$

donc $\partial T = \frac{K}{r} dr$ d'où $T(r) = K \ln r + K'$

Pour un cylindre creux on a : $T(R_1) = T_1$.
$T(R_2) = T_2$.

d'où $T_1 = K \ln R_1 + K'$
$T_2 = K \ln R_2 + K'$

d'où $T_1 - T_2 = K \ln R_1/R_2$. donc $K = \frac{T_1 - T_2}{\ln R_1/R_2}$.

et $K' = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln R_1/R_2}$

d'où finalement :

$$T(r) = \frac{T_1 - T_2}{\ln R_1/R_2} \ln r + T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln R_1/R_2}.$$

2. Fluide chaud : eau $T_{c,e} = 74°C$ et $T_{cs} = 66°C$.

Rapport de forme : $\frac{L}{2R_1} = 50.$

Caractéristiques moyennes :

$\lambda_c = 0{,}568 \ W m^{-1} K^{-1}$
$\rho = 997{,}7 \ kg \ m^{-3}$
$\nu = 0{,}413 \ 10^{-6} \ m^2 s^{-1}$.
$C_c = 4183 \ J kg^{-1} K^{-1}$.

$Re = \frac{UD}{\nu}$ avec $D = 2 R_1$.

de plus U = vitesse de l'écoulement

$q_{mc} = \rho V$ avec V débit volumique

et $V = S \times U$ d'où $U = \frac{V}{S}$ avec S section.

d'où $U = \frac{q_{mc}}{\rho S} = \frac{0{,}018}{997{,}7 \times (10^{-2})^2 \times 3{,}14}$
$= 5{,}74 \ 10^{-2} \ m \cdot s^{-1}$.

d'où $R_e = \frac{q_{mc}}{\rho S} \frac{2R_1}{\nu} = \frac{q_{mc}\, 2R_1}{\rho R_1^2 \pi \nu}$

donc $R_e = \frac{q_{mc}\, 2}{\rho R_1 \pi \nu}$ AN : $R_e = \frac{0{,}018 \cdot 2}{997{,}7\, 10^{-2}\, 3{,}14\; 0{,}413\, 10^{-6}} = 2782{,}42$.

de même : $P_r = \frac{\nu}{a}$ avec $a_f = \frac{\lambda}{\rho C_p}$

d'où $P_r = \frac{\nu \rho C_p}{\lambda}$ AN : $P_r = \frac{0{,}413\, 10^{-6}\; 997{,}7\; 4183}{0{,}568} = 3{,}03$ oui

donc $N_u = 0{,}024 \left[1 + \left(\frac{1}{50}\right)^{2/3} \right] (2782{,}42)^{0{,}8} (3{,}03)^{0{,}33} = 21{,}17$

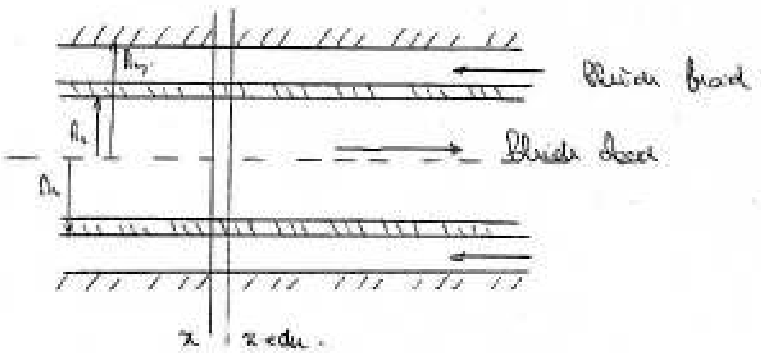
donc $N_u = \frac{h_c D}{\lambda_c} \iff h_c = \frac{N_u}{D} \lambda_c = \frac{N_u \lambda_c}{2R_1}$

AN : $h_c = \frac{21{,}17\; 0{,}568}{2 \cdot 10^{-2}} \hat{=} 601{,}21$ $W \cdot m^{-2}\, K^{-1}$ oui

3? K

7. Bilan thermique à l'abscisse x pour une tranche dx.

?



Bilan thermique pour le fluide chaud entre x et x+dx.

$q_{mc} C_c \left(T_c(x) - T_c(x+dx) \right) = KS \left[T_c(x) - T_f(x) \right] dx$ oui

avec ~~K conductance $= \frac{1}{R}$~~ $= \frac{2\pi\lambda}{\ln R_2/R_1}$

avec $R = \frac{\ln R_2/R_1}{2\pi\lambda}$ et $S = 2R_1\pi$.

d'où $q_{mc} C_c \frac{dT_c(x)}{dx} = \cancel{\frac{4\pi\lambda}{\ln R_2/R_1}} \left(T_f(x) - T_c(x) \right)$ non

Bilan thermique pour le fluide froid entre x+dx et x.

de plus. $\frac{d^2 T_c(x)}{dx^2} = \frac{B}{\lambda_c}\left(\frac{dT_c(x)}{dx} + \frac{d\beta}{dx}\frac{dT_c(x)}{dx}\right)$

$= \frac{F}{\lambda_c}\left(1 + \frac{d\beta}{dx}\right)\frac{dT_c(x)}{dx} = M'$

d'où $T_c(x) = Ae^{M'x} + B$.

5. Condition initiales.

$T_c(0) = T_{c,e}$ $\quad$ $T_\beta(0) = T_{\beta,e}$

$T_c(L) = T_{c,s}$ $\quad$ $T_\beta(L) = T_{\beta,s}$

donc $T_c(0) = T_{c,e} = A + B$.

$T_c(L) = T_{c,s} = Ae^{M'L} + B$.

d'où $A = \frac{T_{ce} - T_{c,s}}{1 - e^{M'L}}$ et $B = T_{c,e} - A$

$= T_{c,e} - \frac{T_{ce} - T_{cs}}{1 - e^{M'L}}$

d'où $T_c(x) = \left(\frac{T_{ce} - T_{cs}}{1 - e^{M'L}}\right)e^{M'x} + T_{ce} - \frac{T_{ce} - T_{cs}}{1 - e^{M'L}}$

de m̂ $T_\beta(0) = T_{\beta e} = A + B$

$T_\beta(L) = T_{\beta,s} = Ae^{-M'L} + B$ d'où $A = \frac{T_{\beta e} - T_{\beta s}}{1 - e^{-M'L}}$

et $B = T_{\beta e} - \frac{T_{\beta e} - T_{\beta s}}{1 - e^{-M'L}}$

donc $T_\beta(x) = \frac{T_{\beta e} - T_{\beta s}}{1 - e^{-M'L}}e^{-M'x} + T_{\beta e} - \frac{T_{\beta e} - T_{\beta s}}{1 - e^{-M'L}}$

6. On sait que $T_{\beta e} = 34°C$

donc $T_\beta(L) = T_{\beta s} = \frac{T_{\beta e} - T_{\beta s}}{1 - e^{-M'L}}e^{-M'L} + T_{\beta e} - \frac{T_{\beta e} - T_{\beta s}}{1 - e^{-M'L}}$

d'où $T_{\beta,s}\left(1 + \frac{1}{1 - e^{-M'L}}e^{-M'L} + \frac{1}{1 - e^{-M'L}}\right) = \frac{T_{\beta e}\, e^{-M'L}}{1 - e^{-M'L}} + T_{\beta e} - \frac{T_{\beta e}}{1 - e^{-M'L}}$

2/

donc $T_{\beta s}\left(\frac{1 - e^{-M'L} + e^{-M'L} + 1}{1 - e^{-M'L}}\right) = T_{\beta e}\frac{e^{-M'L} + 1 - e^{-M'L} - 1}{1 - e^{-M'L}}$

Or $q_{m\ell} C_\ell \left(T_\ell(x+dx) - T_\ell(x) \right) = - KS' \left(T_c(x) - T_\ell(x) \right) dx$ (car le fluide est sous)

avec $S' = 2\pi R_2 \sim 2\pi R_1 = S$.

$$\text{d'où} \quad q_{m\ell} C_\ell \frac{dT_\ell(x)}{dx} = -KS\left(T_c(x) - T_\ell(x)\right)$$

$$\text{donc} \quad q_{m\ell} C_\ell \frac{dT_\ell(x)}{dx} = \frac{-4\pi^2 R_1 \lambda}{\ln R_2/R_1} \left(T_c(x) - T_\ell(x) \right)$$

Non

d'où $q_{m\ell} C_\ell = \alpha_\ell$ $\qquad \beta = \frac{-4\pi^2 R_1 \lambda}{\ln R_2/R_1}$

$q_{mc} C_c = \alpha_c$

$$\text{d'où} \quad \alpha_\ell \frac{dT_\ell(x)}{dx} = -\beta\left(T_c(x) - T_\ell(x)\right) \quad (1)$$

$$\alpha_c \frac{dT_c(x)}{dx} = \beta\left(T_c(x) - T_\ell(x)\right) \quad (2)$$

$$\frac{d^2 T_\ell(x)}{dx^2} = \frac{-\beta}{\alpha_\ell}\left[\frac{dT_c(x)}{dx} - \frac{dT_\ell(x)}{dx}\right]$$

$$\frac{d^2 T_c(x)}{dx^2} = \frac{+\beta}{\alpha_c}\left[\frac{dT_c(x)}{dx} - \frac{dT_\ell(x)}{dx}\right]$$

$$\text{d'où} \quad \frac{d^2 T_\ell(x)}{dx^2} = \frac{-\alpha_c}{\alpha_\ell} \frac{d^2 T_c(x)}{dx^2}$$

$$(1) + (2) \Rightarrow \alpha_\ell \frac{dT_\ell(x)}{dx} + \alpha_c \frac{dT_c(x)}{dx} = 0.$$

$$\text{d'où} \quad \frac{dT_\ell(x)}{dx} = \frac{-\alpha_c}{\alpha_\ell} \frac{dT_c(x)}{dx}.$$

$$\frac{d^2 T_\ell(x)}{dx^2} = \frac{-\beta}{\alpha_\ell}\left(\frac{\alpha_\ell}{-\alpha_c} \frac{dT_\ell(x)}{dx} - \frac{dT_\ell(x)}{dx}\right)$$

$$= \frac{-\beta}{\alpha_\ell}\left(\frac{\alpha_\ell}{-\alpha_c} - 1\right) \frac{dT_\ell(x)}{dx}.$$

d'où l'équation différentielle : $\frac{d^2 T_\ell(x)}{dx^2} + \frac{\beta}{\alpha_\ell}\left(\frac{\alpha_\ell}{-\alpha_c} - 1\right)\frac{dT_\ell(x)}{dx} = 0$

$$\cancel{\frac{\ddot{T}_\ell(x)}{\dot{T}_\ell(x)} = \frac{-\beta}{\alpha_\ell}\left(\frac{\alpha_\ell}{\alpha_c} - 1\right) = -M}$$

$$\ln\left|\frac{\dot{T}_\ell(x)}{A}\right| = -Mx \quad \text{d'où} \quad \dot{T}_\ell(x) = A e^{-M(x)}$$

$$\text{donc} \quad T_\ell(x) = A' e^{-M(x)} + B.$$

Exercice 4.

Données : $T_{ambiant} = 15°C$

$T_{surf\ plafond} = 12°C$

$T_{surf\ mur} = 10°C$

$\varepsilon = 55\%$ ou $\varepsilon = 80\%$

1. Pour une humidité relative de 55%, $\varepsilon = 55\%$.

w = humidité spécifique = 0,006 kg/kg$_{AS}$.

Or cette humidité spécifique est constante et pour qu'il y a condensation il faut atteindre le point de rosée avec $w = 0{,}006$ kg/kg$_{AS}$.
On trouve donc une température de 6,5°C

Conclusion : pour $\varepsilon = 55\%$ il n'y a pas de phénomène de condensation sur les murs, ni sur le plafond.

Pour $\varepsilon = 80\%$. donc $w = 0{,}0086$ kg/kg$_{AS}$.
Avec un raisonnement identique on obtient un point de rosée avec $T = 11{,}6°C$.

bien

Conclusion : il n'y a pas de condensation sur le plafond par contre les murs vont laisser apparaître de la condensation car $T_{mur} < T_{point\ de\ rosée}$ ($w = 0{,}0086$ kg/kg$_{AS}$).

1,5

2. Détermination de la quantité d'eau condensée.

Pour 10°C le point de rosée est ~~atteint~~ avec $w = 0{,}0076$ kg/kg$_{AS}$.

donc la quantité d'eau ~~condensée~~ = 0,0076 kg/kg$_{AS}$.