

COURS DE
MÉTHODES DE LA RECHERCHE
OPÉRATIONNELLE.

Test 2. Groupes 5, 6, 7.

J.P. Lebacque.

Equipe enseignante: Emmanuel Gourdon, Habib Haj-Salem,
Megan Khoshyaran, Jean-Patrick Lebacque, Tai-Yu Ma, Salim
Mammar, Olivier Richard

Avril 2007

Durée du test: 1h30. L'utilisation des documents et les notes de cours est autorisée.

1 Exercice 1

On considère le problème suivant:

$$(1) \quad \begin{array}{l} \text{Max } z \stackrel{\text{def}}{=} -x_1 - x_2 - x_3 \\ \left| \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 \leq 10 \quad (3) \\ x_1 + x_2 + x_3 \geq 6 \quad (1) \\ x_1 \geq 2 \quad (2) \\ x_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, 3 \end{array} \right. \end{array}$$

Résolvez-le par l'algorithme du simplexe primal, en passant par la phase I du simplexe (variables artificielles).

On trouve plusieurs solutions de base optimales équivalentes. Pourquoi? Lesquelles?

2 Exercice 2

On considère le modèle économique simplifié suivant de l'effet de la publicité sur la consommation de produits de télécommunication (portables, abonnements internet, câble etc). Le consommateur moyen choisit entre une quantité x_2 de produits de télécommunication et une quantité x_1 d'autres biens. Le domaine des consommations admissibles (compte tenu des contraintes budgétaires et des offres des opérateurs) est convexe, il est approximé par les contraintes linéaires suivantes:

$$(CB) \quad \begin{cases} x_1 \leq 98 \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 500 \\ 10x_1 + 6x_2 \leq 1020 \\ x_1 + x_2 \leq 110 \\ x_1 + 2x_2 \leq 140 \\ x_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2 \end{cases}$$

Question 1 La consommation optimale est déterminée par le fait que le consommateur maximise son utilité qui s'exprime comme:

$$U \stackrel{\text{def}}{=} 10x_1 + x_2$$

Quelle est la consommation optimale. Vous résoudrez par la méthode du simplexe primal le problème

$$(P_0) \quad \begin{array}{l} \text{Max } (U) \\ | \\ (CB) \end{array}$$

Question 2 L'effet de la publicité p est de modifier l'utilité du consommateur moyen, en augmentant la contribution des produits de télécommunication à l'utilité. L'utilité devient:

$$U_p \stackrel{\text{def}}{=} 10x_1 + (1+p)x_2$$

La consommation optimale du consommateur s'obtient en maximisant cette utilité sous les contraintes (CB) , donc en résolvant:

$$(\mathcal{P}_p) \quad \begin{array}{l} \text{Max } (U_p) \\ | \\ (CB) \end{array}$$

Pour quelles valeurs de p la solution de base optimale du problème (\mathcal{P}_0) trouvée à la question 1 est-t-elle aussi optimale pour le problème (\mathcal{P}_p) ?

Quel doit être le niveau de publicité p pour que la consommation de produits de télécommunication atteigne la valeur $x_2 = 10$. Quelle est alors la valeur de x_1 ?