Projet de calcul scientifique

BANNWARTH Nicolas

CLERC Emmanuelle

SERRANO Elvyre

Sujet

$$(S) = \begin{cases} dx/dt = -y - z \\ dy/dt = x + ay \\ dz/dt = b + z(x-c) \end{cases}$$

1. Étudier les positions d'équilibre en fonction de a,b et c.
2. Déterminer numériquement les solutions pour $a=0{,}398$; $b=2$ et $c=4$.
3. Étudier la périodicité de cette solution lorsque a varie au voisinage de 0,398.

1. Positions d'équilibre

- On résout : $\begin{cases} dx/dt = 0 \\ dy/dt = 0 \\ dz/dt = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y = -z \\ x = -ay \\ ay^2 + cy + b = 0 \end{cases}$

- Avec la première racine, on trouve la solution suivante :

$$x_1 = (c - \sqrt{(c^2-4ab)}) / 2 \approx 0{,}2100279332$$

$$y_1 = (-c + \sqrt{(c^2-4ab)})/2a \approx -0{,}5277083748$$

$$z_1 = (c - \sqrt{(c^2-4ab)})/2a \approx 0{,}5277083748$$

1. Positions d'équilibre

- Avec la deuxième racine, on trouve la solution:

$$x_2 = (c + \sqrt{(c^2-4ab)}) / 2 \approx 3,789972067$$

$$y_2 = (-c -\sqrt{(c^2-4ab)})/2a \approx -9,522542881$$

$$z_2 = (c +\sqrt{(c^2-4ab)})/2a \approx 9,522542881$$

2. Résolution du système

1. Résolution numérique par Runge Kutta au rang 4.

Pourquoi RK?

- Méthode assez précise pour résoudre un système d'équations aux dérivées ordinaires.
- $\Phi\ (t,y,h)=1/6*(k1+2*k2+2*k3+k4)$

$k1=f(t,y)$

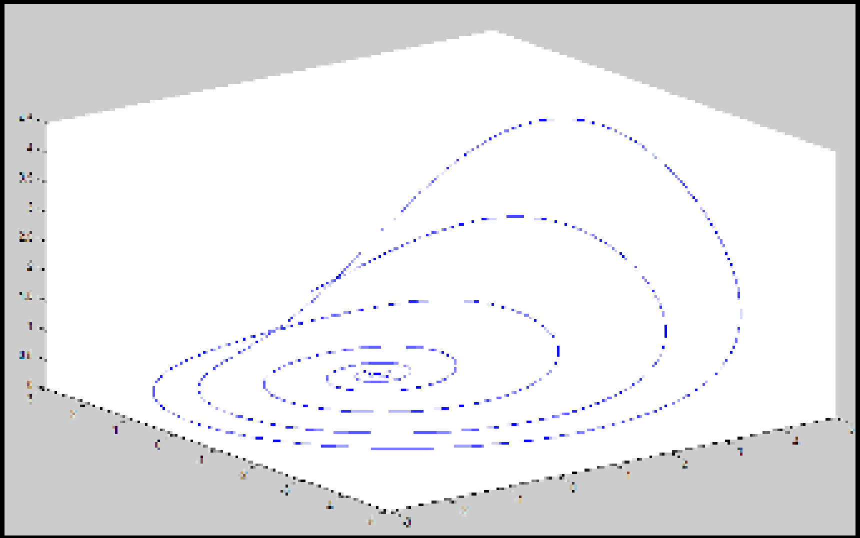
$k2=f(t+h/2,y+h/2*k1)$

$k3=f(t+h/2,y+h/2*k2)$

$k4=f(t+h,y+h*k3)$

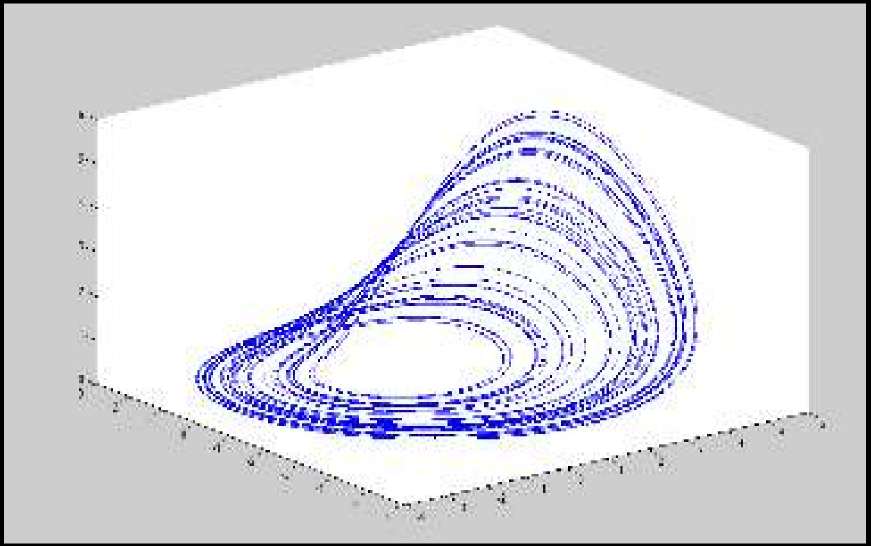
2. Résolution du système

1. Résolution numérique par Runge Kutta au rang 4 et vérification du programme.
2. Choix du nombre d'itérations



10 000 itérations*

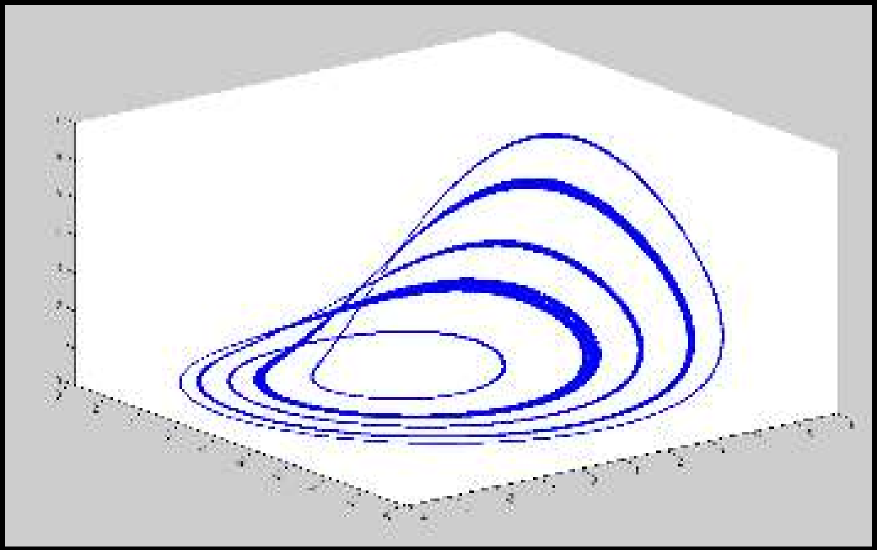
50 000 itérations



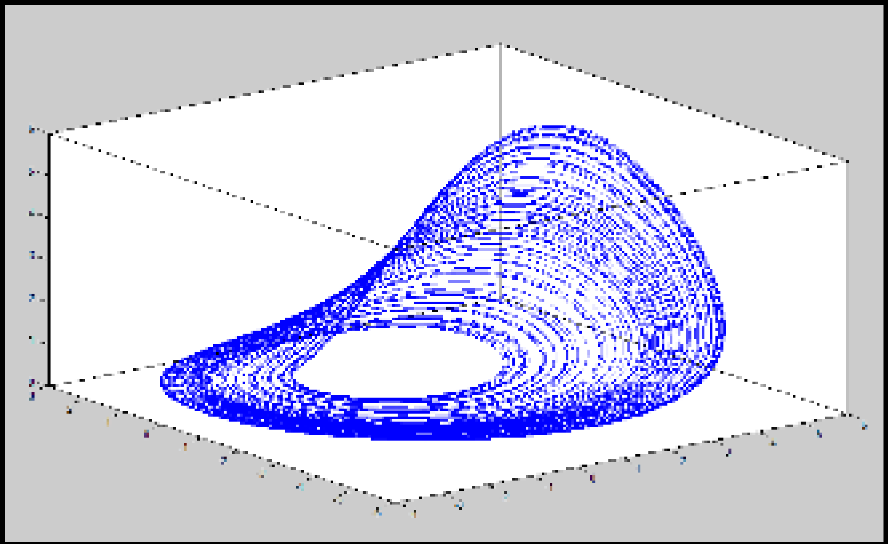
2. Résolution du système

1. Résolution numérique par Runge Kutta au rang 4.
2. Choix du nombre d'itérations
3. Choix du pas

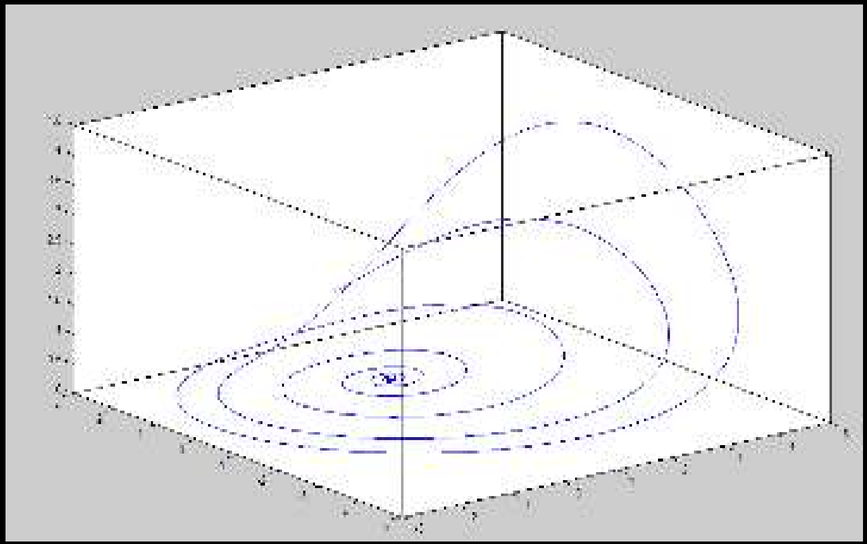
h=0,1



h=0,01

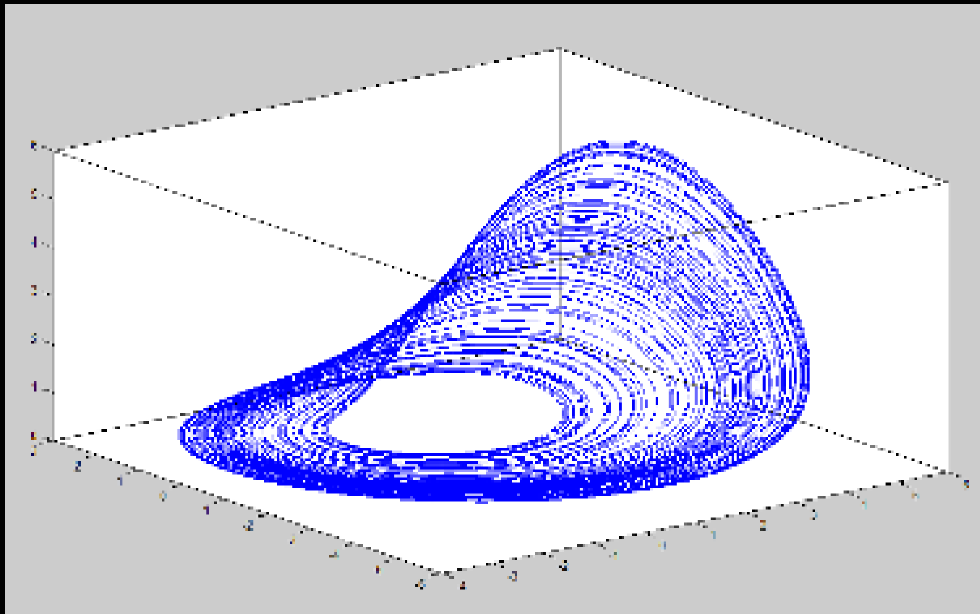


h=0,001



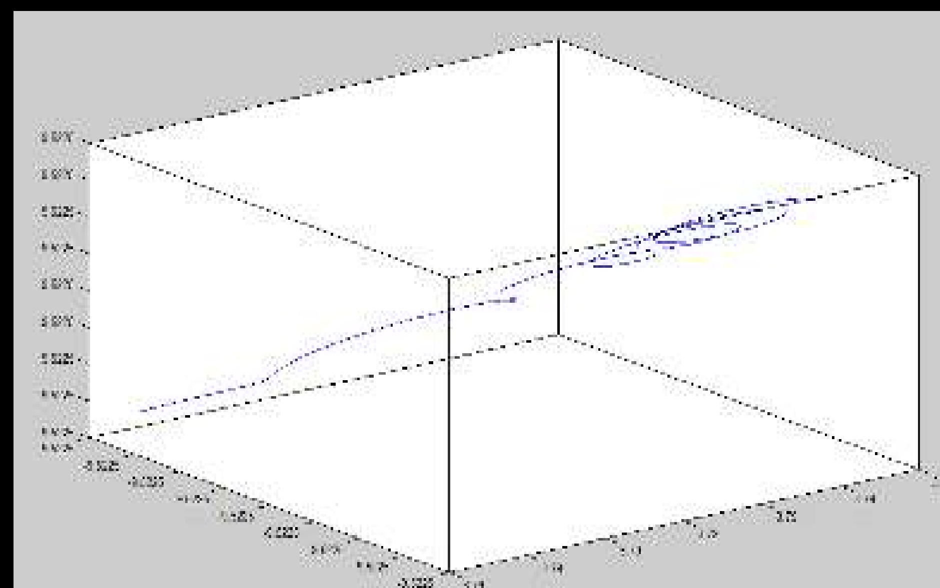
2. Résolution du système

1. Résolution numérique par Runge Kutta au rang 4.
2. Choix du nombre d’itérations
3. Choix du pas
4. Choix des conditions initiales

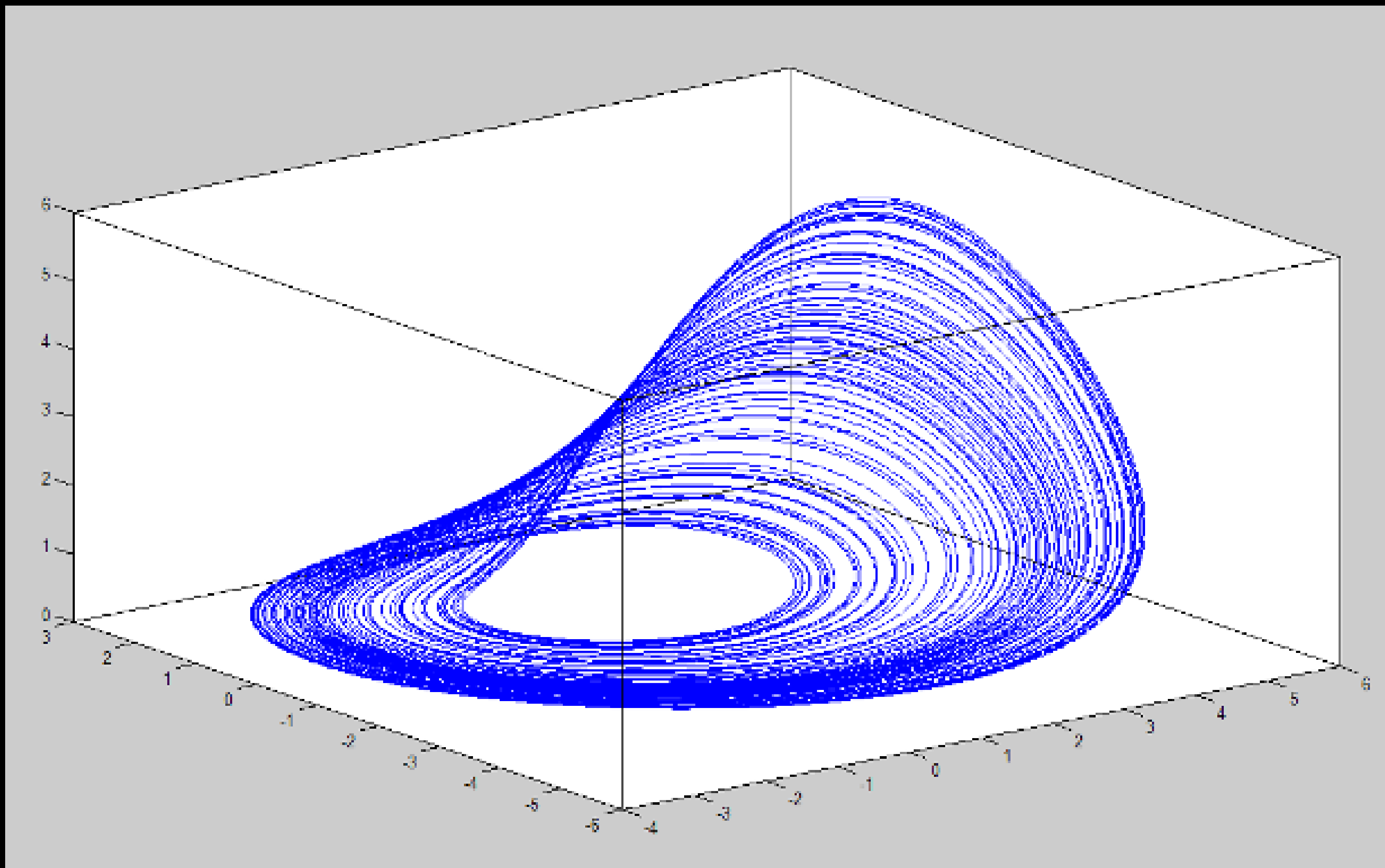


1ère position d'équilibre

2ème position d'équilibre



Résultat optimal

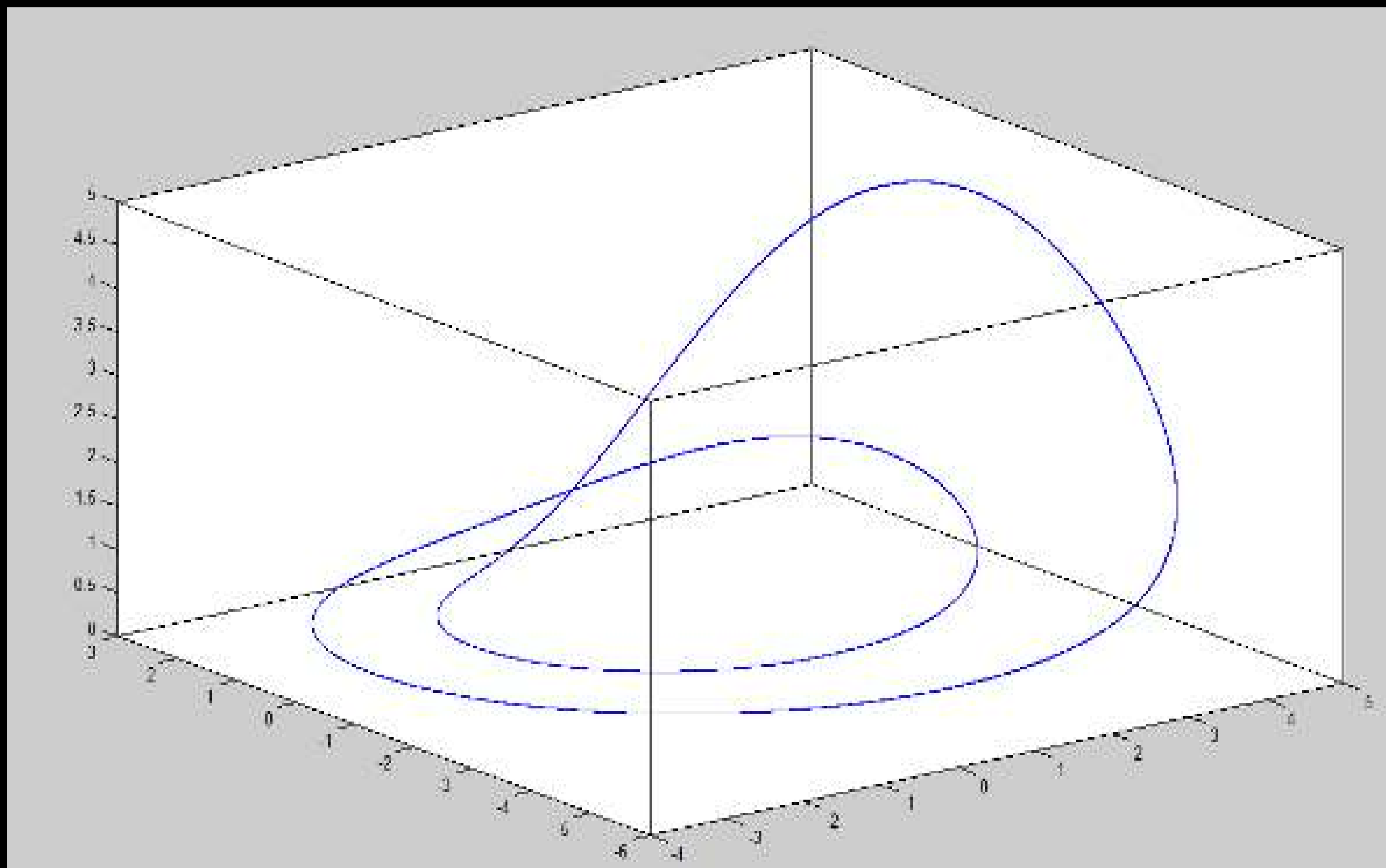


N=50 000, h=0.01, 1ére position d’équilibre

3. Périodicité du nombre de boucles en fonction de a.

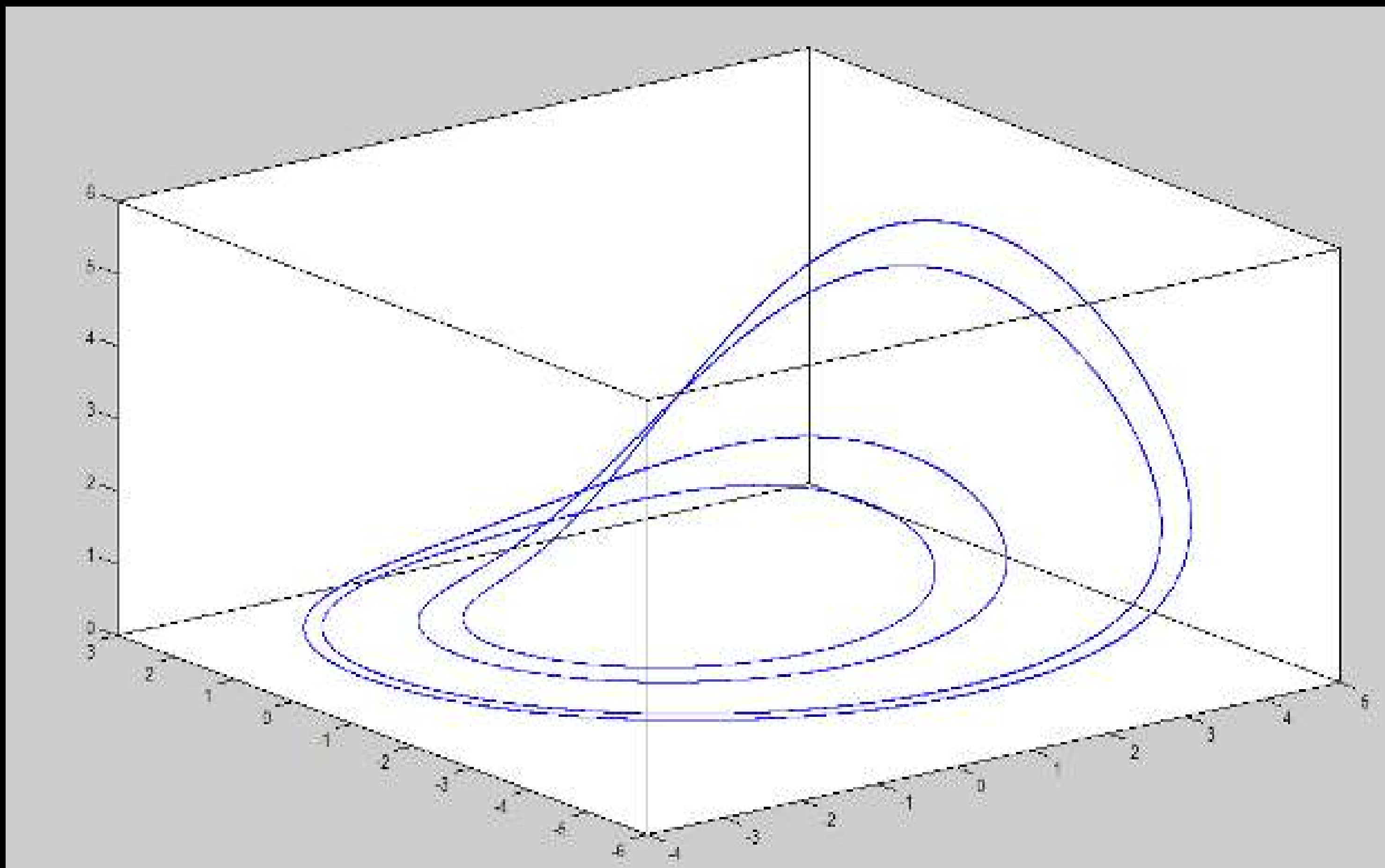
- Diminution de a fait varier le nombre de boucles
- Recherche d’une période par tâtonnement.

3.Solution à une boucle



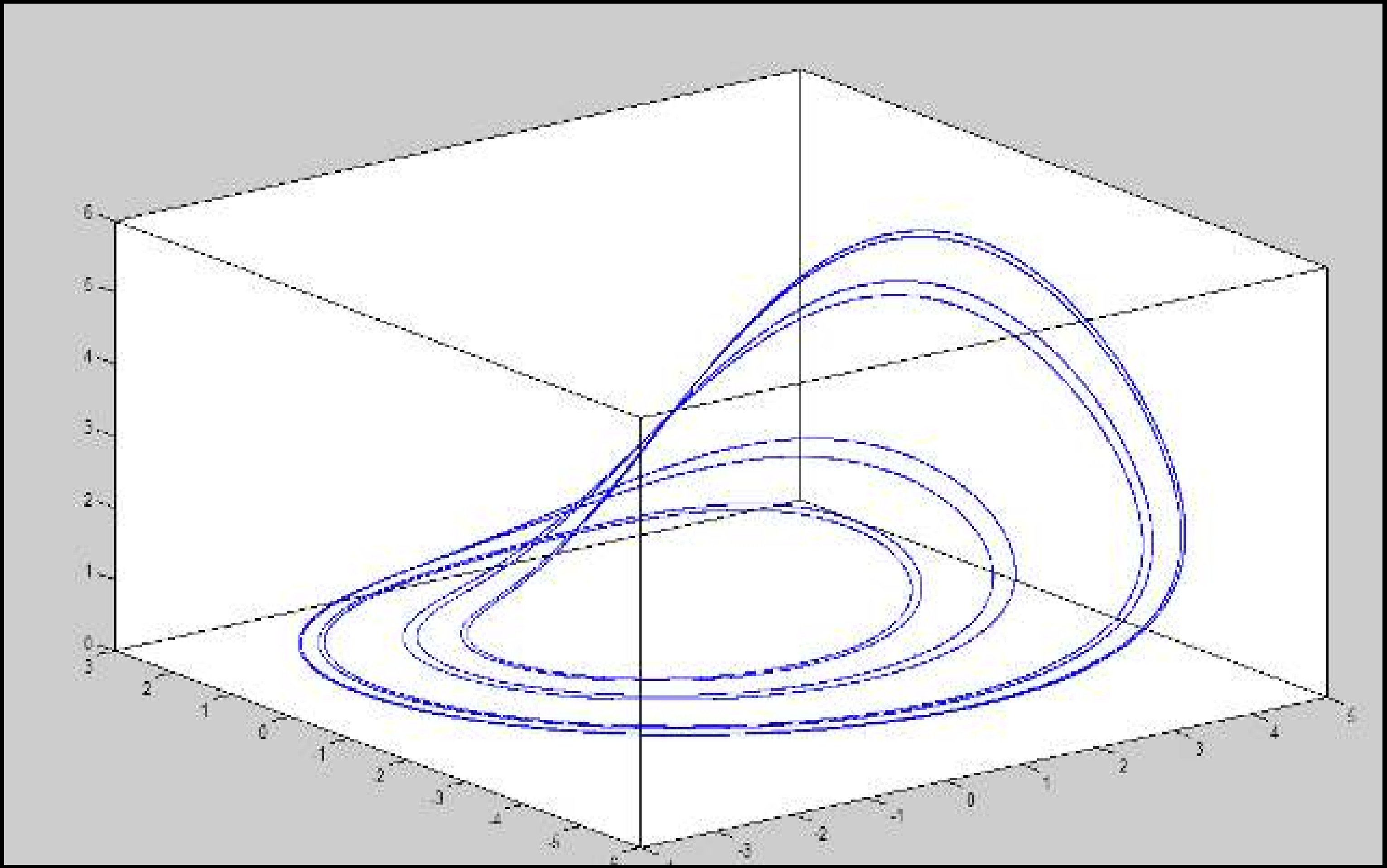
a = 0,371

3.Solution à deux boucles



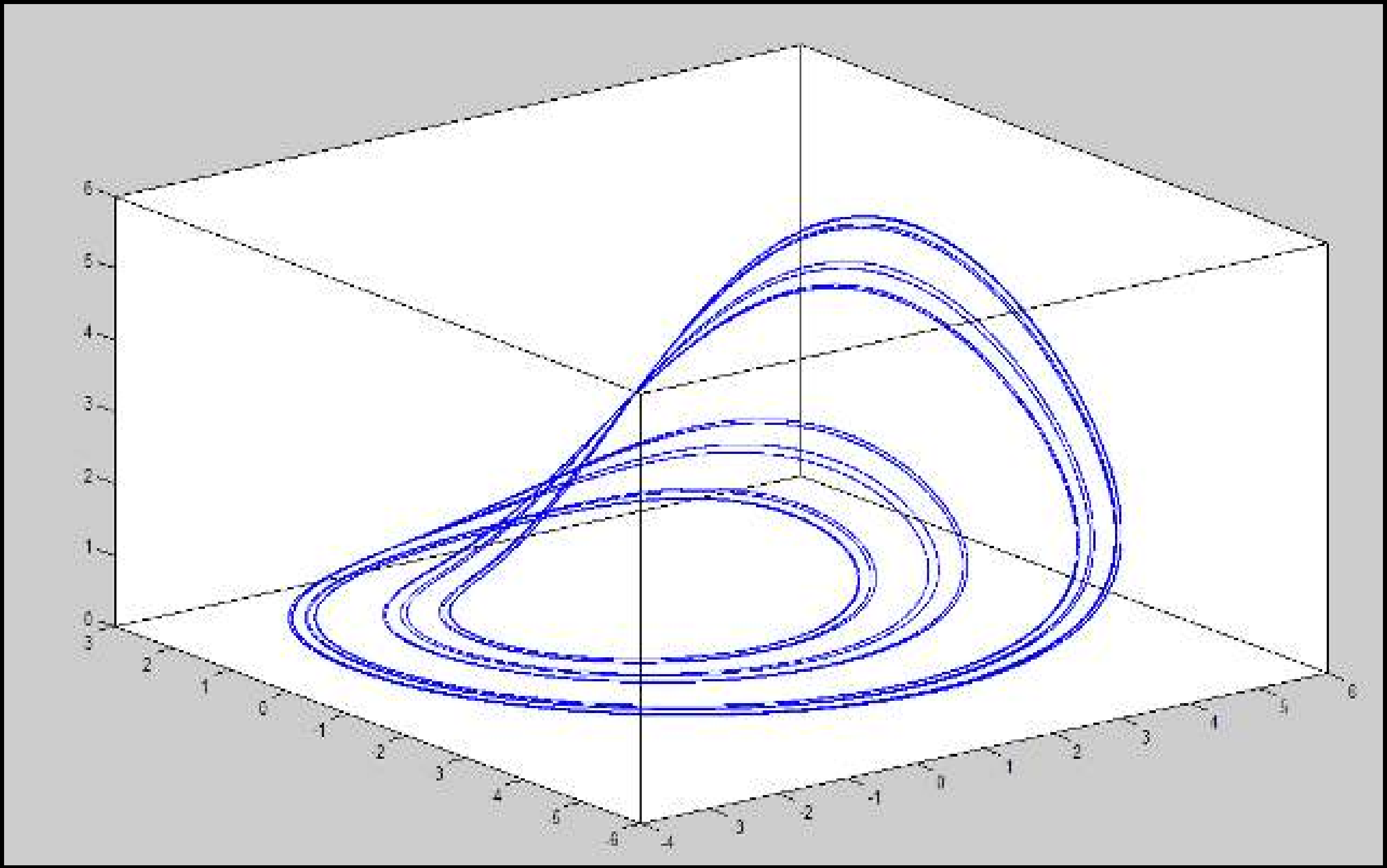
a = 0,38

3.Solution à quatre boucles



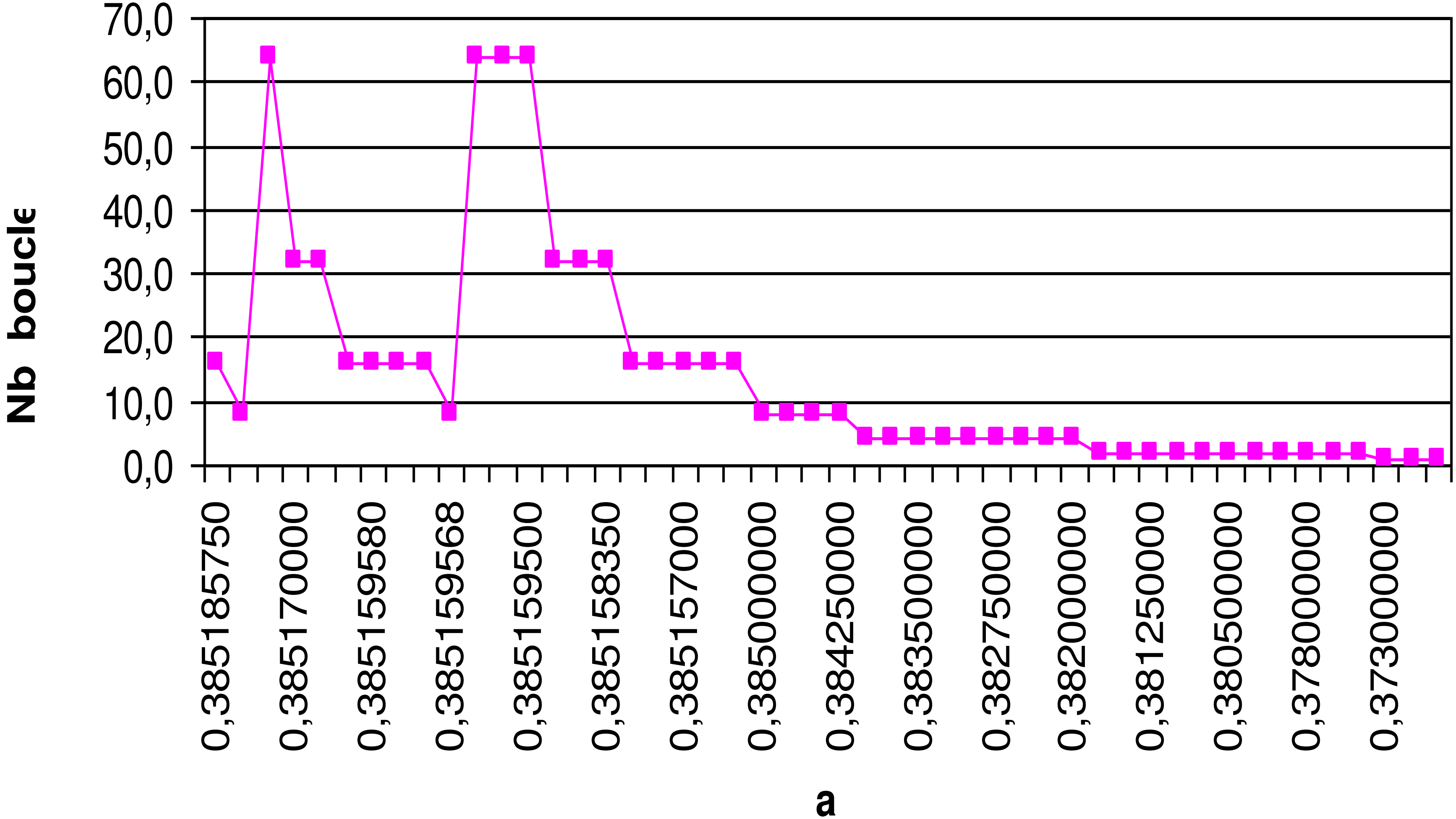
a = 0,38375

3.Solution à huit boucles



a = 0,385

Périodicité du nombre de boucles en fonction de a.



Limites

- Matlab => 8 décimales
- Zoom pour détermination du nombre de boucles
- Notre programme ne fonctionne que pour notre problème