

VALIDITE DE LA THEORIE DES POUTRES COMME MODELE DE COMPORTEMENT D'UNE POTENCE

SOMMAIRE

Introduction

Dispositif expérimental

Etude théorique

Stratégie

Résultats

Conclusion

Annexes : 4 calques

Introduction

L'objectif de ce TP est de discuter la validité de la théorie des poutres comme modèle de comportement d'une potence.

Nous ferons les expériences sur une structure en polycarbonate en forme de point d'interrogation. Les résultats des efforts de compression sont rendus visibles par l'utilisation d'un polariscope par transmission, projetés sur un tableau blanc.

Dispositif expérimental

On dispose de deux maquettes de structure réalisées en polycarbonate, une en potence et une en point d'interrogation. Vu le temps imparti nous n'avons testé que la deuxième.

La structure est mise en compression à l'aide d'un « étai » et les efforts résultants sont mis en évidence grâce au polariscope. Celui-ci est composé de 2 polariseurs, le premier polarisant la lumière avant le passage dans la structure et le second faisant office d'analyseur à la sortie de la structure. Suivant le chargement il apparaît des franges colorées et des franges noires.

Etude théorique

Les hypothèses de la théorie des poutres sont les suivantes :

- Petits déplacements : ils impliquent de petites déformations. On peut alors considérer le matériau comme linéaire, isotrope et élastique.
- Principe de Saint Venant : sur une section droite suffisamment loin d'une singularité, la distribution des efforts ne dépend que du torseur de gauche. La matrice des contraintes a donc la forme suivante :

$$\begin{array}{ccc} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & 0 \end{array}$$

- Principe de Navier - Bernoulli : en cas de flexion, la section reste plane et orthogonale à la fibre moyenne. On a donc $\varepsilon = ax + by + c$

A partir du principe de Saint Venant, la contrainte normale à une facette, sous l'effet d'efforts normaux ou de flexion, prend la forme suivante :

$$\sigma_x = (M_z/I_z) \cdot y - (M_y/I_y) \cdot z - N/S$$

Sous un effort tranchant : $\tau_{xy} = (T_y/I_z) \cdot (\Gamma z/b)$ avec b la largeur de la section et Γz le moment statique

Le profil de τ_{xy} en fonction de y est donc parabolique :

Principe de la photoélasticité :

Les franges colorées sont appelées des isochromes et le long de celles-ci $\sigma_1 - \sigma_2$ est constant.

La théorie de la photoélasticité nous donne : $\sigma_1 - \sigma_2 = (k\lambda) / (2ct)$

$\sigma = P \cdot \sigma_p \cdot P^{-1}$ avec σ_p la matrice des contraintes dans une base principale et P la matrice de passage d'une base quelconque à cette base.

Ce calcul matriciel donne $\sigma_{12} = \tau_{xy} = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin\theta \cos\theta$

Ainsi, si on connaît $\sigma_1 - \sigma_2$ et θ on peut déterminer τ_{xy} .

Stratégie

L'objectif de ce TP est de discuter la validité de la théorie des poutres. Il faut donc vérifier les différentes hypothèses.

- Les petits déplacements peuvent se vérifier avec une règle ou un comparateur. Il faut respecter la relation suivante : $d_{\max} / \text{longueur de l'objet} < 10^{-2}$
- Linéarité entre σ et ε : si on multiplie par 2 la charge appliquée, ε_{ij} devrait être multiplié par 2. On ne peut pas vérifier cela directement mais il existe un moyen indirect : on vérifie F / σ avec F la charge appliquée. On réalise les mesures dans la partie verticale (où l'effort normal n'est pas nul).
- Navier Bernoulli : il faut vérifier la linéarité de σ_x par rapport à y dans une section. Le torseur de contraintes n'a qu'une valeur non nulle : σ_x qui vaut $\sigma_1 - \sigma_2$.
- Saint Venant : à partir de l'ordre des franges on trouve $\sigma_1 - \sigma_2$ qui nous donne τ_{xy} (cf plus haut). Pour ces deux derniers points on réalise les mesures la partie horizontale du bas (où l'effort tranchant n'est pas nul). Voir schéma des efforts.

Résultats

- Linéarité entre σ et ε :

On a décalqué les différentes franges obtenues pour diverses charges. On a ensuite noté les contraintes associées aux différents ordres : voir documents ci-joints. Pour savoir si la relation est linéaire il faut comparer l'augmentation de la force avec l'augmentation de la pente.

On remarque que quand la force augmente, la pente augmente. Cependant il n'apparaît pas clairement que la relation soit linéaire ; on peut attribuer cela aux énormes imprécisions expérimentales (notamment dans le décalquage des lignes isochromes).

- Linéarité de σ_x par rapport à y :

Pour montrer cela, on mesure σ_x à x constant et à différents y et on compare les valeurs obtenues à celle de la théorie.

$$\sigma_x = (Mz/I_z) * y$$

$$\sigma_x = 10.5 * F * 20 / 7682.29 = 0.98 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x = \sigma_1 - \sigma_2 = 1.22 \text{ MPa}$$

- Saint Venant :

On détermine les ordres des franges ce qui nous permet d'obtenir $\sigma_1 - \sigma_2$. On mesure ensuite l'angle qui permet d'avoir l'isochrome en un point voulu de l'espace. On connaît $\sigma_1 - \sigma_2$ et θ , on peut donc obtenir τ_{xy} . On réitère l'opération pour plusieurs y et on trace le profil. On le compare au profil théorique.

$$\text{Pour le premier ordre, } \sigma_1 - \sigma_2 = cst / t = 7.2 / 5.9 = 1.22 \text{ MPa}$$

$$\text{Expérimentalement, } \theta = 7^\circ \text{ donc } \tau_{xy} = 0.15 \text{ MPa}$$

$$\theta = -5^\circ \text{ donc } \tau_{xy} = 0.11 \text{ MPa}$$

Conclusion

Il est apparu que les hypothèses de la théorie des poutres sont globalement acceptables. En effet, même si les conditions expérimentales ne nous permettent pas d'obtenir des résultats en adéquation parfaite avec la théorie les résultats sont tout de même assez proches. Afin de s'en rapprocher, on pourrait imaginer un protocole expérimental plus affiné utilisant notamment des instruments plus perfectionnés permettant une meilleure précision. De plus les dimensions de la structure étant faibles, il n'est pas évident d'être exactement dans les conditions optimales expérimentales (loin de toute singularité). Certaines hypothèses n'ont pu être vérifiées à cause du manque de temps et de matériel adapté (petites déformations).