

Amandine BROSSE
Blandine CHAUVIN
Emilie MORDACQUE

1A groupe 8
Trinôme 84
Xavier Olny

Projet d'Acoustique

Analyse théorique de l'acoustique des églises
des

Trois Sœurs de Provence



Abbaye de Sénanque



27 Juin 2005



TABLE DES MATIERES

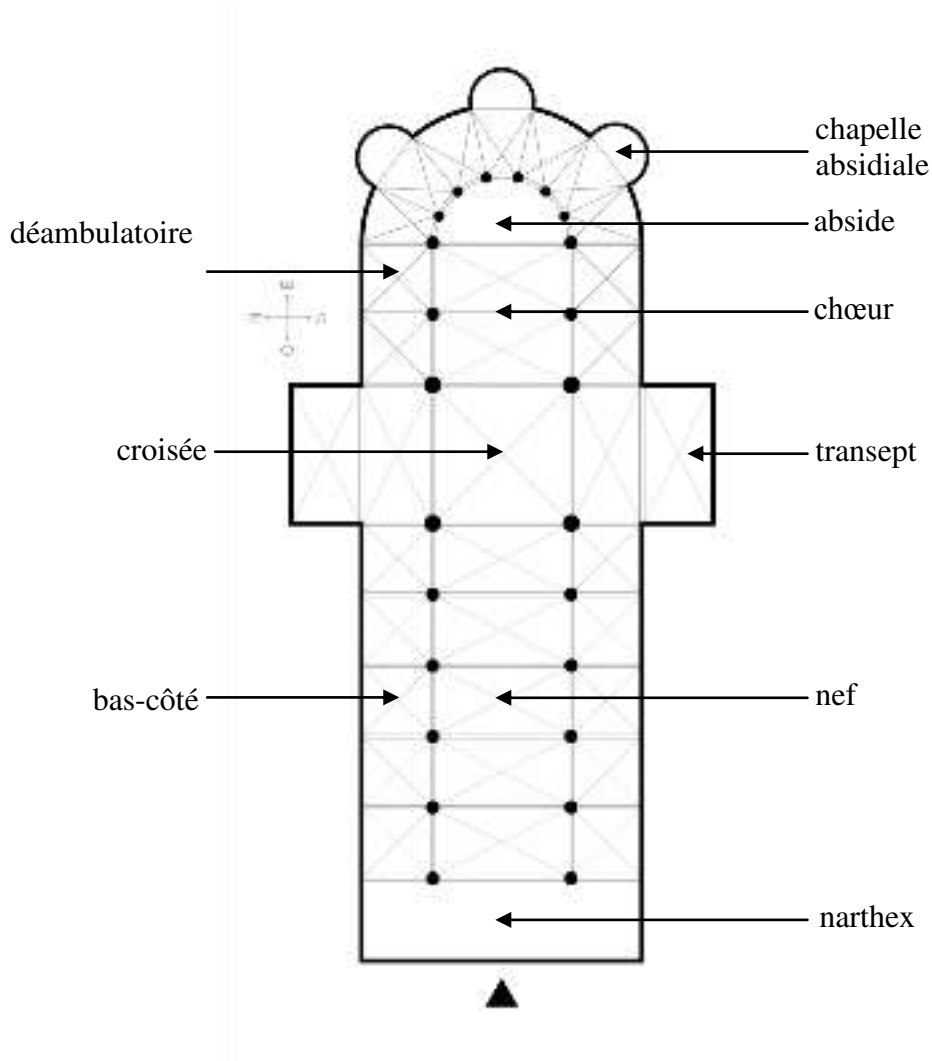
INTRODUCTION	3
I RESUME	4
I.1 Etude théorique des nefs des abbayes : sonorité de position.....	4
I.2 Autres phénomènes : sonorité instrumentale	5
I.2.a Phénomène de résonance.....	5
I.2.b Phénomène d'écho	5
II LES EFFETS DE RESONANCE DANS LES EGLISES.....	6
II.1 Renforcement du son	6
II.1.a Etude théorique	6
II.1.b Les boucles d'ondes stationnaires	7
II.1.c L'uniformisation du son.....	8
II. 2 Vases acoustiques	8
II.2.a Résonateur de Helmholtz.....	9
II.2.b Cas des vases acoustiques	9
III TERMINOLOGIE, NOTIONS ABORDEES DANS L'ARTICLE.....	11
III.1 Notion générales sur les ondes sonores	11
III.1.a Ondes planes	11
III.1.b Célérité	11
III.2 Notion d'acoustique géométrique.....	11
III.2.a Condition de validité de l'hypothèse de l'acoustique géométrique.....	12
III.2.b Lois de Descartes	12
III.2.c Foyer phonique, stigmatisme et axe phonique.....	12
III.3 Phénomène de résonance	13
III.3.a Onde stationnaire.....	13
III.3.b Résonance.....	14
III.4 Notion de sonorité : hauteur de son	14
IV BIBLIOGRAPHIE.....	15

Introduction

Ce projet s'intéresse à l'étude des particularités en matière de correction acoustique de certaines églises en France. Il s'appuie pour cela sur un article de Claude Verhnes, « Analyse théorique de l'acoustique des églises des trois sœurs de Provence »¹.

Nous rappellerons tout d'abord brièvement les différentes parties composant une église de type classique. Puis nous ferons un résumé de l'article, dont nous expliciterons par la suite les différentes notions évoquées. Enfin, nous développerons quelques points particuliers.

Dans cette introduction, nous allons présenter le plan typique d'une église afin que le lecteur ne se perde pas dans les dénominations employées par la suite :



¹ Voir Bibliographie, n°1

I Résumé

Cet article analyse les caractéristiques acoustiques des églises de trois abbayes cisterciennes situées en Provence : Sénanque, Silvacane et Thoronet. Il souligne l'ingéniosité des concepteurs qui ont su adapter leurs bâtiments à l'utilisation qui en était faite.

I.1 Etude théorique des nefs des abbayes : sonorité de position

Afin d'étudier de manière théorique le comportement des églises, l'auteur pose certaines hypothèses. Il considère premièrement que le son se propage en ligne droite, donc il présume qu'il s'agit d'ondes planes². De plus, il suppose que les réflexions sur les murs suivent des lois géométriques. Cette hypothèse est vérifiée si la distance caractéristique des aspérités des murs est faible devant la longueur d'onde, ce qui est vrai pour les sons graves. Il considère aussi les effets dus à la température et l'hygrométrie. La hausse de chacun de ces deux paramètres entraîne une hausse de la célérité de l'onde et donc de la longueur d'onde, lesquelles ont un impact sur la perception physiologique du son.

Compte tenu de ces hypothèses, les caractéristiques acoustiques de la nef dépendent de sa géométrie. Les trois églises étudiées ont une voûte en berceau brisé, constituée de deux arcs de cercle, qui repose sur des murs d'appui verticaux. Les églises sont dimensionnées à partir de la largeur de la nef. Lorsque l'écartement des centres des arcs vérifie une condition particulière, il existe dans un plan perpendiculaire à la nef un foyer phonique F, qui est le symétrique du sommet de la voûte par rapport à la droite où sont situés les centres³. Ces foyers créent un axe focal dans la nef. Les sons émis d'un point de l'axe, qui se réfléchissent sur la voûte, arrivent en un autre point de l'axe différencié d'un même temps par rapport au son direct.

De plus, il existe deux autres axes parallèles à ce premier, qui sont situés à même hauteur au niveau de la trajectoire verticale propre. Le son émis à partir de l'un de ces axes est concentré, après réflexion sur la voûte, sur le deuxième axe similaire et il est à nouveau reçu avec un même décalage par rapport au son direct, quel que soit le chemin parcouru. Dans tous les cas, le temps de retard onde réfléchi - onde directe (de l'ordre du dixième de seconde) est trop court pour créer une perception d'écho mais favorise l'audition des chants liturgiques qui sont dans des tonalités graves. Les sons restent intelligibles.

² Voir glossaire : III.2 Notion d'acoustique géométrique

³ Voir glossaire : III.2 Foyer phonique

I.2 Autres phénomènes : sonorité instrumentale

Dans ces églises, il se produit aussi deux autres effets.

I.2.a Phénomène de résonance

En premier lieu, il y a un renforcement du son, qui est indépendant de la position du récepteur, donc non différé. Ceci est dû à la présence de structures résonantes dans les églises. Au sein d'une nef ou d'un transept fermés par un mur vertical, il se forme sous certaines conditions des boucles polygonales d'ondes stationnaires harmoniques : c'est typiquement un phénomène de résonance⁴. Les fréquences sélectionnées dépendent de la longueur de la voûte, et sont situées dans le grave. Pour que le son reste intelligible, il faut qu'une large gamme de fréquences soit représentée. Or il peut se produire un couplage entre la nef et le transept, qui dépend de leurs hauteurs respectives et de l'écart entre leurs axes focaux phoniques. Il y a amortissement des énergies de résonance par échanges dans la croisée, et l'ensemble nef et transept se comporte comme un instrument de musique.

I.2.b Phénomène d'écho

Le deuxième effet est un phénomène de prolongation du signal sonore, perceptible après l'arrêt de l'émission. Il découle du parallélisme entre les parois verticales soutenant la voûte, car les boucles de résonance sont alors multipliées et cela crée un phénomène « d'écho », où les sons, réfléchis sur les parois verticales avant d'être réfléchis sur la voûte, arrivent cette fois décalés les uns par rapport aux autres au récepteur. Il en résulte ce phénomène de prolongation du son.

En conclusion, on peut remarquer que les architectures de ces églises sont parfaitement adaptées pour une écoute des chants religieux à tonalités graves et de la parole liturgique, comme c'est le cas dans une église. En revanche, ce type d'acoustique n'est pas adapté à des instruments de musique modernes. Cela montre l'habileté de ces constructeurs qui ont su incorporer la dimension acoustique à la conception architecturale.

⁴ Voir Glossaire : III.3 Phénomène de résonance

II Les effets de résonance dans les églises

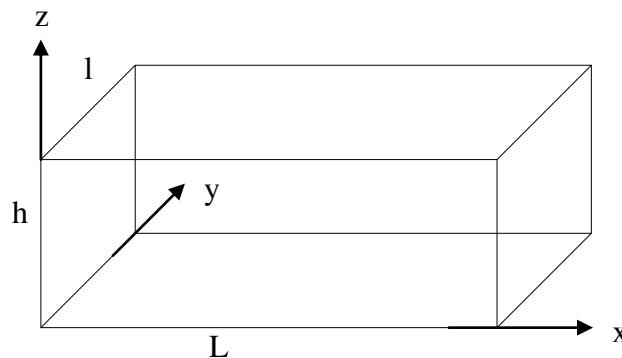
Dans cette partie, nous allons étudier plus particulièrement un point développé dans l'article : les phénomènes de résonance dans les églises. Nous regarderons les avantages et les inconvénients qui peuvent découler de ce phénomène.

II.1 Renforcement du son

Comme nous l'avons dit précédemment, le système composé de la nef (ou du transept), de sa voûte et des parois qui ferment le tout crée une structure acoustique résonante. Les conditions aux limites imposées à la vitesse (voir glossaire), entraînent la création de boucles polygonales d'ondes stationnaires harmoniques. La fréquence fondamentale de résonance de ces ondes dépend de la longueur de la voûte. Compte tenu de la longueur des nefs, ces fréquences sont en général situées dans le grave.

II.1.a Etude théorique

Essayons d'explicitier un peu ce point avec les connaissances que nous avons. Modélisons la nef sous forme d'un parallélépipède de dimensions L , l , h :



Dans une salle de cette forme, une onde stationnaire harmonique est de la forme :

$$\phi(x, y, z, t) = A \times \sin(k_x x) \times \sin(k_y y) \times \sin(k_z z) \times \sin(\omega t)$$

$$\text{avec } \begin{cases} k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \\ k_x = \frac{p\pi}{L}, k_y = \frac{q\pi}{l}, k_z = \frac{r\pi}{h}, (p, q, r) \in \mathbb{N}^3 \end{cases}$$

Chaque triplet (p, q, r) correspond à une fréquence propre : $f_{pqr} = \frac{c}{2} \left[\frac{p^2}{L^2} + \frac{q^2}{l^2} + \frac{r^2}{h^2} \right]^{\frac{1}{2}}$.

En faisant varier les triplets (p, q, r) , on peut obtenir les différentes valeurs des modes propres présents dans le parallélépipède. On voit qu'il y a discrétisation des fréquences prédominantes en comparaison avec un son brut pour lequel de nombreuses fréquences sont présentes.

On peut calculer quelques-unes de ces fréquences situées dans le grave en prenant pour base une église de dimensions suivantes :

$L = 30$ mètres	$l = 7,3$ mètres	$h = 15$ mètres
-----------------	------------------	-----------------

On trouve h (hauteur de nef) sachant qu'elle est égale à 3 fois la hauteur de voûte. Or le point focal F⁵ est situé à environ 5 m du sol dans les abbayes de Sénanque et du Thonoret et dans ces églises la hauteur de F par rapport au sol est égale à la hauteur de voûte. La largeur l se déduit des règles de proportionnalité des voûtes en berceau données dans les annotations à la fin de l'article.

N	p	1	2	0	3	3	2	3	2	6	13
	q	0	2	2	3	4	5	5	5	6	13
	r	0	0	1	3	3	3	3	3	6	13
f(N) (Hz)		5,70	48,42	48,42	80,28	101,59	123,05	123,71	123,05	160,56	347,88
N° de colonne		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

On peut faire les observations classiques : certains modes correspondent à des fréquences propres très proches (2^{ème} et 3^{ème} colonnes), ce qui amplifie le phénomène de résonance. Nous avons pris ici un échantillon disparate de fréquences pour recouvrir la gamme des graves mais si nous avions suivi l'ordre, on aurait remarqué la présence de trous de fréquence.

Dans ce cas précis, on remarque pour une même valeur de q, lorsqu'on fait varier une des 2 autres valeurs, la fréquence reste très proche de la première (6^{ème} et 7^{ème} colonnes). Il semblerait donc qu'il y ait des « plages » de fréquences de résonance. On observe aussi qu'il faut faire varier de beaucoup les valeurs de p, q, r pour couvrir la gamme des graves (de 20 à 400 Hz). Ce qui signifie que l'on a un grand nombre de modes propres situés dans cette gamme : on peut se demander si le champ acoustique dans l'église est hétérogène ou homogène.

Cette étude théorique ne prend bien sûr pas en compte la géométrie particulière des églises étudiées et notamment du phénomène de focalisation. Nous l'avons juste utilisée pour avoir un ordre de grandeur des fréquences de résonance et des écarts les unes par rapport aux autres.

II.1.b Les boucles d'ondes stationnaires

Bien souvent, les boucles d'ondes stationnaires ne peuvent se former que s'il y a vacuité de l'allée centrale. En effet, une onde « suivant » la boucle subit plusieurs réflexions, 5 si l'on prend l'exemple de l'église du Thonoret donné dans l'article. On voit dans cet exemple qu'il se produit dans la boucle une réflexion sur l'axe médian du sol de la nef. La présence d'un objet à cet endroit (chaise ou personne) aurait 2 effets à notre avis :

- Dans le cas d'une personne, la surface n'étant plus plane, on peut supposer que l'hypothèse de l'acoustique géométrique n'est plus valable. Dans le cas d'une chaise, la surface ne serait plus à la même hauteur. Comme la boucle est liée à une géométrie particulière, la présence de l'obstacle empêcherait probablement sa formation.

- A priori, une chaise ou une personne ont un coefficient d'absorption α supérieur à celui du dallage. Par exemple, sur l'octave centrée sur 250 Hz (sons graves), on a :

	audience assise	plâtre	béton non peint
α	0.74	0.03	0.01

⁵ Voir glossaire III.2.c Stigmatisme

On peut supposer que le α des dalles est du même ordre de grandeur que le béton et le plâtre. On observe une grande différence entre les coefficients d'absorption de ces matériaux et d'une personne.

Or, pour qu'il y ait résonance, il faut que l'énergie se conserve au sein de la boucle. Si une personne se place dans la boucle et si celle-ci se forme quand même, à chaque réflexion sur la personne il y aura atténuation de l'onde, car une partie de l'énergie sera absorbée. Cela diminuera les effets d'amplification sonore dus à la résonance. Il est à noter que ceci est plus particulièrement valable lorsque le sol n'a pas de dallage ou n'est pas composé d'un matériau très réfléchissant, comme c'est le cas dans l'église de Sénanque. On a alors une atténuation du phénomène de résonance.

De plus, l'un des principes architecturaux utilisés dans les abbayes cisterciennes telles que celles que nous étudions est le dépouillement. Dans les églises cisterciennes, il n'y a pas ou très peu d'éléments de décoration : les murs ne sont pas peints, ils sont en général plats, sans tentures, les surfaces sont régulières (sans relief), il y a peu de statues, etc. Ceci vient de la conception religieuse du mouvement qui veut mettre l'accent sur « la parole de Dieu ». Ce dépouillement, qui vise à obtenir des formes simples et harmonieuses, favorise justement la formation des boucles de résonance. C'est donc bien, au niveau physique comme au niveau religieux, le dépouillement qui permet de mieux entendre la « Parole » (sous-entendue la liturgie). Cette volonté d'avoir des surfaces régulières explique aussi que l'on puisse utiliser l'hypothèse de l'acoustique géométrique dans ce cas : les murs sont très lisses.

II.1.c L'uniformisation du son

Le problème réside dans le fait que ce système de résonance ne favorise que certaines ondes de fréquence spécifique, comme nous venons de le voir, ce qui a priori nuirait à l'intelligibilité du son dans l'église, car il y aurait modification du son émis. Cette difficulté est résolue grâce à un couplage entre les systèmes résonants nef et transept. Les 2 résonateurs agissent de manière couplée : il y a échange des énergies vibratoires au niveau de la croisée. En effet, l'énergie émise en un point du sol est distribuée par la voûte avec une intensité qui dépend de la hauteur de la nef ou du transept. Les niveaux énergétiques (L_w) dans ces 2 espaces devraient donc être différents. Mais il y a échange au niveau de la croisée : les ondes arrivant de la nef se réfléchissent sur le sol de la croisée et sont redistribuées dans l'église grâce aux propriétés géométriques de la coupole surmontant la croisée.

Le couplage dépend de la hauteur de la nef et du transept, et de l'écart des axes focaux phoniques. Il y a une harmonisation qui permet d'obtenir un effet sonore uniforme.

II. 2 Vases acoustiques

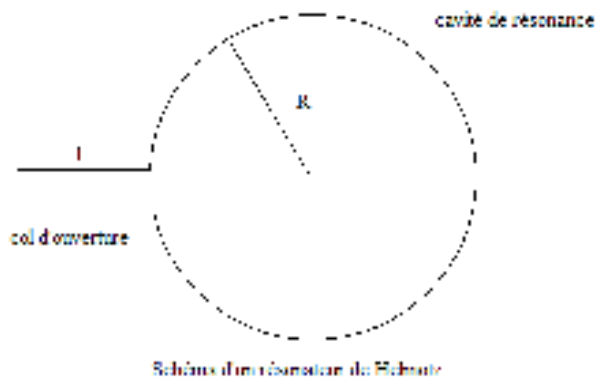
Dans cet article, l'auteur évoque la polémique des vases acoustiques. Il nous semblait intéressant de développer ce point. En effet, dans bon nombre d'églises construites entre le XI^{ème} et le XVI^{ème} siècle, on trouve insérés dans les murs des vases en poterie dont l'ouverture donne sur la pièce. Ces vases ont une fonction acoustique : ce sont des résonateurs de Helmholtz particuliers. Toutefois, leur utilité dans les églises n'est pas prouvée, d'où la controverse. Explicitons un peu ces notions.

II.2.a Résonateur de Helmholtz

Un résonateur de Helmholtz est composé d'une cavité à paroi rigide (en général de forme sphérique), qui communique avec l'air extérieur par une ouverture possédant un col de longueur l (voir schéma).

Comme tout résonateur, il possède une fréquence de résonance particulière : ce qui signifie qu'il va privilégier une fréquence particulière et ses harmoniques. Ainsi, s'il reçoit une onde incidente excitatrice, le résonateur réémet une onde dont le spectre présentera une amplitude maximale au niveau de la fréquence fondamentale, et des valeurs élevées en amplitude pour les harmoniques de cette fréquence. A l'inverse, les autres fréquences du spectre seront atténuées. Il y a donc absorption de l'énergie acoustique en dehors des fréquences de résonance.

En présence d'un tel résonateur dans une pièce, on peut alors observer une absorption d'énergie acoustique qui entraîne dans certaines bandes de fréquence une diminution du temps de réverbération, une amplification acoustique pour les fréquences citées précédemment et une modification de la structure du son. On remarque que la diminution du temps de réverbération peut être utile dans une grande église où des phénomènes d'écho auraient tendance à se créer.



Pour un tel résonateur, la fréquence fondamentale dépend de la taille de la cavité et de la longueur du col : $f_r = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{lV}}$ où c : célérité de l'onde, A : aire de la section du col, V : volume de la cavité, l : longueur du col.

II.2.b Cas des vases acoustiques

Les vases acoustiques placés dans les églises sont des poteries. Elles sont donc rarement sphériques et leur col n'est pas droit mais évasé. Il faut donc faire certaines approximations. Par exemple, pour définir la surface A , le col n'ayant pas une section constante, on peut prendre la section d'aire maximale et celle d'aire minimale. On obtient alors une estimation de A en prenant la moyenne des deux. On peut alors obtenir une estimation de la fréquence de résonance d'un pot en introduisant un terme correctif. Ainsi, dans la formule précédente on remplace l par $l_e = l + l_c$ où l_c est le terme correctif.

Les études⁶ faites dans un laboratoire sur 8 types de pots de formes semblables à celles des pots trouvés dans les églises datant du Moyen-âge donnent ces résultats :

Echantillon pot n°		1	2	3	4	5	6	7	8	Moyenne
Fréquence de résonance mesurée (Hz)	Pot "ouvert"	325	297	444	369	237	393	435	343	355,38
	Pot "fermé"	316	291	433	359	234	384	424	336	347,13

⁶ Voir Bibliographie, n°2

On observe que les fréquences de résonance sont situées dans les graves puisqu'elles s'étendent de 297 Hz à 444 Hz pour les pots ouverts, avec une moyenne de 355 Hz. Nous avons vu que les chants des moines qui utilisent les églises cisterciennes se situent également dans cette gamme. Les vases permettraient donc dans ces églises de renforcer les gammes de fréquences intéressantes si ils sont judicieusement placés et en nombre suffisant.

Mais ce n'est pas la seule action qu'ont les vases au niveau acoustique. Comme nous l'avons vu, les vases peuvent absorber l'énergie acoustique dans certaines bandes de fréquence. Cela peut entraîner une variation du temps de réverbération de la salle. La figure qui suit présente, pour différentes fréquences, les temps de réverbération d'une salle réverbérante vide ou remplie avec trente pots de type 2. Elle distingue la disposition spatiale des pots : pots placés au centre, dans les coins ou dispersés uniformément dans la pièce.

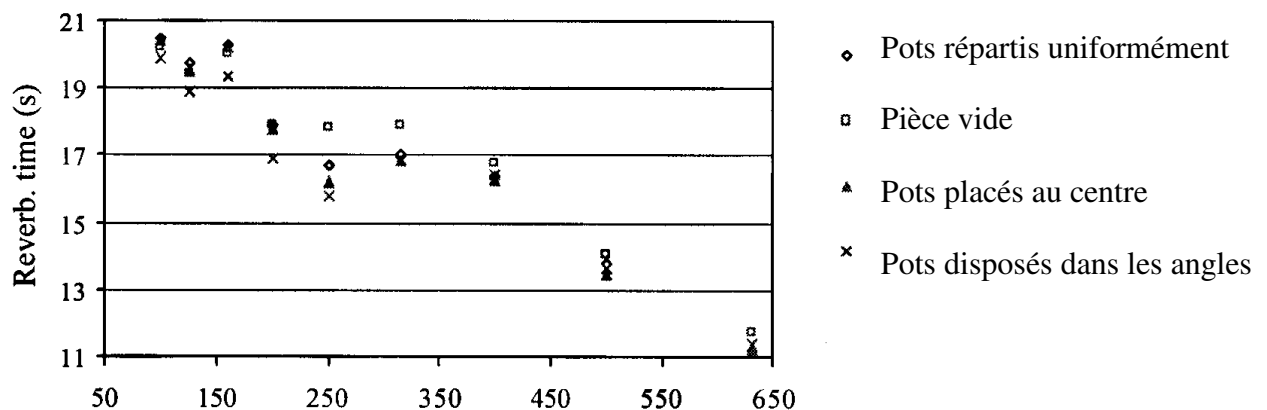


Figure : La figure présente le temps de réverbération de la salle (ordonnée) pour diverses configurations et pour plusieurs bandes de fréquences situées dans les graves (abscisse en Hz).

On observe que les temps de réverbération sont plus faibles lorsque les pots sont placés dans les coins : l'absorption des vases augmente. Ceci est cohérent avec les observations faites dans les églises, où les vases sont souvent placés dans les angles.

Enfin, il faut remarquer que si un vase acoustique reçoit une onde plane, il réémet une onde omnidirectionnelle sphérique. Cet effet de diffusion peut permettre d'atténuer les effets de focalisation acoustique dus à la voûte. Il peut ainsi contribuer à renforcer l'effet d'uniformisation vu précédemment.

Nous voyons que les vases acoustiques peuvent avoir un certain nombre d'effets intéressants. Toutefois, il n'est pas prouvé que ces effets soient significatifs lorsque ces vases sont placés dans les murs d'une église. Par exemple, concernant le phénomène d'amplification du son dans certaines fréquences, il est en général localisé dans un abord proche des vases. Il n'a donc que peu d'impact dans les églises de dimensions importantes, où il est trop localisé.

III Terminologie, notions abordées dans l'article

III.1 Notion générales sur les ondes sonores

III.1.a Ondes planes

L'auteur de l'article suppose que l'onde acoustique se propage en ligne droite, ce qui est caractéristique d'une onde plane. En effet, l'onde plane est définie par : sa surface d'onde est un plan, donc sa trajectoire de propagation une droite.

Considérons une onde plane progressive harmonique (i.e. sinusoïdale), c'est à dire telle que la pression p et la vitesse v s'écrivent sous la forme : $f(x,t) = A \cos(2\pi(ft - \frac{x}{\lambda}) - \varphi)$.

Il est légitime de considérer ce type d'onde car elle constitue une famille génératrice des ondes planes progressives et que toute onde plane est la somme de 2 ondes planes progressives se déplaçant en sens inverse sur l'axe de propagation. Pour ce type d'ondes, on a la relation de dispersion : $f = \frac{c}{\lambda}$ où f est la fréquence de l'onde, λ la longueur d'onde et c la célérité de l'onde dans le milieu.

On observe ainsi que si la célérité augmente, pour une même fréquence, la longueur d'onde augmente à son tour, comme le stipule l'article.

III.1.b Célérité

La célérité est la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu considéré.

Sa formule pour une onde sonore est (en m.s^{-1}) : $c = \frac{1}{\sqrt{\rho\chi_s}}$ où ρ est la masse volumique du milieu (kg.m^{-3}) et χ_s le coefficient de compressibilité isentropique.

Dans le cas de l'air sec comme milieu de propagation, si l'on adopte le modèle du gaz parfait, on a : $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ où γ est le coefficient isentropique, R la constante des gaz parfaits, M la masse molaire. On observe qu'il y a bien augmentation de la célérité avec la température, comme cela est précisé dans l'article.

III.2 Notion d'acoustique géométrique

L'acoustique géométrique consiste à considérer, à l'instar de l'optique géométrique, que les ondes sonores se déplacent en lignes droites (donc que ce sont des ondes planes) et que leurs réflexions sur les murs suivent des lois géométriques. Cela revient à supposer dans le cas des églises que les différentes surfaces réfléchissantes (murs, sol et voûte) ne sont pas diffusantes, c'est-à-dire qu'elles ne redistribuent pas l'énergie de façon uniforme dans le milieu. Elles se comportent donc comme un miroir si on reprend le parallèle avec l'optique géométrique.

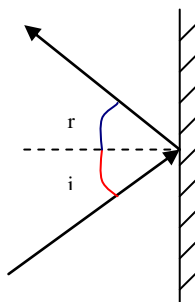
III.2.a Condition de validité de l'hypothèse de l'acoustique géométrique

Pour que cette hypothèse soit vérifiée, ainsi que cela est expliqué dans l'article, il faut : $\frac{d}{\lambda} \leq 0.01$ avec d la dimension caractéristique des aspérités et λ la longueur d'onde. Dans le cas des églises $d = 5$ mm. L'auteur vérifie que pour le la31 ($\lambda = 75$ cm), l'hypothèse est vérifiée. Nous remarquons que la valeur minimale de λ pour rester dans le cadre de la théorie est de 50 cm. Si l'on se place dans l'air sec à 0°C (où la longueur d'onde est plus faible que pour des températures supérieures), la célérité est de 330 m.s⁻¹ environ. Dans ce cas, le λ_{\min} correspond à une fréquence maximale de 660 Hz.

Examinons cela dans les domaines fréquentiels de la parole et de la musique, qui concernent particulièrement les églises. Le premier s'étend grossièrement de 50 à 1500 Hz, donc on remarque que toute la partie des aiguës sort du cadre de la théorie. Concernant les instruments, le domaine s'étend de 20 à 10 000 Hz, et l'on peut faire la même remarque. Toutefois les instruments utilisés dans les églises sont souvent des orgues, qui ont des tonalités assez graves.

III.2.b Lois de Descartes

Si l'on se place dans le cadre de l'acoustique géométrique, tout « rayon phonique » (en utilisant le parallèle avec l'optique géométrique) arrivant sur un « miroir » (ici les murs, le sol ou la voûte de l'église) suit les lois de Descartes.



1^{ère} loi : le rayon réfléchi est contenu dans le plan d'incidence

2^{ème} loi : les angles d'incidence et de réflexion sont opposés par rapport à la normale à la surface au point d'incidence $\Leftrightarrow \mathbf{r} = -\mathbf{i}$

III.2.c Foyer phonique, stigmatisme et axe phonique

La notion de foyer est en optique associée à celle de stigmatisme des systèmes centrés.

Stigmatisme : Tous les rayons passant en un point A émergent du système en passant « très près » d'un point A', qu'on appelle image de A. On dit que A et A' sont conjugués.

On appelle foyer en optique les points qui présentent une particularité : soit parce qu'ils sont conjugués avec l'infini, soit parce qu'ils sont conjugués avec eux-mêmes.

C'est typiquement ce dernier cas qui se produit dans le cas de la voûte lorsqu'on la coupe dans un plan perpendiculaire à la nef et qu'on ne considère que les ondes émises dans le plan perpendiculaire. La voûte est alors un système acoustique et le foyer F est son propre conjugué dans le système. C'est à dire qu'un faisceau de rayons émis en F est renvoyé après réflexion en F.

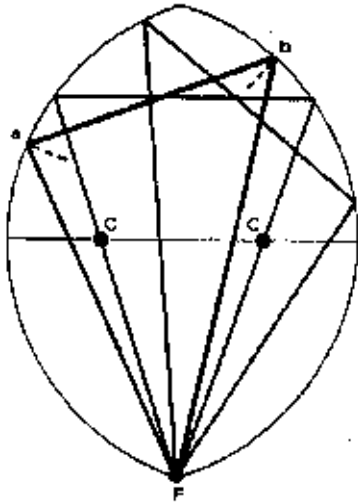


Figure :

Une onde émise en F est réfléchiée en a puis en b selon les lois de Descartes et revient en F avec un décalage de temps inférieur à $1/10^{\circ}$ de seconde.

Cet effet résulte de la géométrie particulière de la voûte, en berceau brisé. Plus spécialement, il résulte du rapport du rayon des arcs (R) sur l'écartement de leurs centres (d) :

$$\frac{R}{d} = 1,618... \text{ (nombre d'or)}$$

Axe phonique : Dans le cas de la voûte, les propriétés définies précédemment concernent un plan perpendiculaire à la nef. Toutefois, si l'on prend le foyer de chacun de ces plans on obtient un axe : c'est l'axe phonique. Dans ce cas, cet axe présente des propriétés bien particulières : voir résumé.

III.3 Phénomène de résonance

III.3.a Onde stationnaire

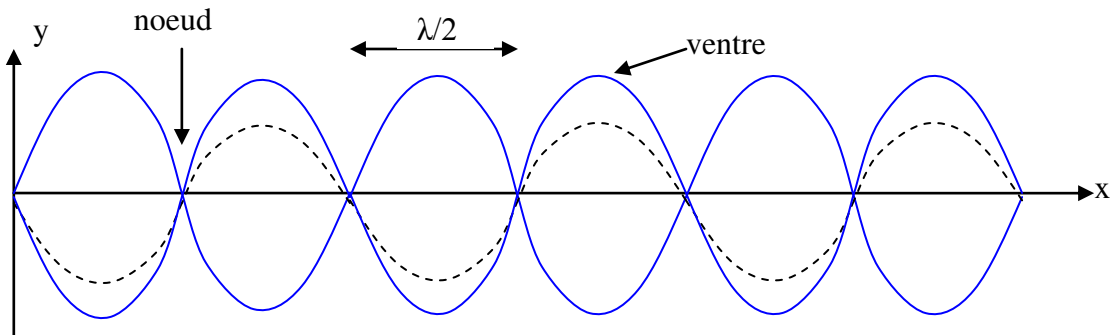
Une onde est stationnaire si les dépendances temporelle et spatiale de l'onde sont séparées, découplées. Typiquement, elle s'écrit sous la forme d'une fonction à variables séparées de type : $\Phi = f(x) \times g(t)$. Pour une onde acoustique plane stationnaire harmonique

dans l'air on a :

$$\begin{cases} p = A \cos(kx + \varphi) \cos(2\pi ft) \\ v = \frac{A}{\rho c} \sin(kx + \varphi) \sin(2\pi ft) \end{cases}$$

La pression et la vitesse sont en quadrature de phase.

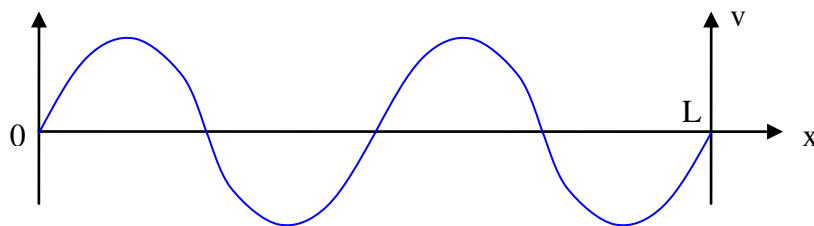
Il n'y a plus propagation de l'onde. La dépendance spatiale intervient dans l'amplitude de l'oscillation. Il y a apparition de nœuds de pression : ce sont des points où $p=0$ pour tout t. On a aussi des ventres de pression : ce sont les points d'abscisse x tels que $\cos(kx)=1$, les variations d'amplitude en fonction du temps sont alors maximales.



Onde plane stationnaire sinusoïdale

III.3.b Résonance

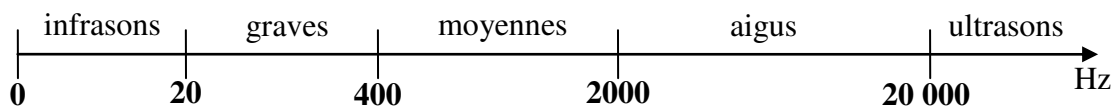
Prenons une onde plane stationnaire sinusoïdale. Supposons qu'on lui impose des conditions aux limites. On place en $x=0$ et en $x=L$ des obstacles plans, imperméables, orthogonaux à l'axe Ox . On impose donc : $v(0,t) = v(L,t) = 0 \quad \forall t$. D'où, en reprenant l'expression de v ci-dessus, il vient : $\varphi = 0$ et $kL = n\pi \Leftrightarrow f = n \frac{c}{2L}$. On observe à travers cet exemple que seules les ondes ayant des fréquences multiples de $f_o = \frac{c}{2L}$ vont subsister. Il s'agit d'un phénomène de résonance : pour les autres fréquences, les ondes auront tendance à s'interférer et leurs amplitudes seront faibles devant celles des fréquences propres du système. Les fréquences propres du système sont appelées **modes propres**.



Onde plane stationnaire sinusoïdale avec conditions aux limites

III.4 Notion de sonorité : hauteur de son

La hauteur est une perception physiologique qui est liée à la fréquence de l'onde sonore détectée par l'oreille. On distingue les sons graves, moyens, aigus.



Echelle des fréquences

IV Bibliographie

Article :

1- Claude Verhnes, « analyse théorique de l'acoustique des églises des trois sœurs de Provence », Acoustique et technologie, n°30

Etudes :

2- Antonio P.O. Carvalho, Victor Desarnaulds, Yves Loerincik, "Acoustic behavior of ceramic pots used in middle age worship spaces-A laboratory analysis", Ninth international congress on sound and vibration (ICSV9)

3- Antonio P.O. Carvalho, Victor Desarnaulds, Yves Loerincik, "Efficiency of 13th-century acoustic ceramic pots in two swiss churches", Noise-Con 2001