Calcul Scientifique

Etude de l'écoulement d'air dans un tunnel

CHATEAU Carine
ROBIN Olivia
ZAZZARON Chloé

1AG4

Avril 2007

PLAN

INTRODUCTION

I -POSITIONNEMENT DU PROBLEME ET HYPOTHESES

II-APPROCHE SIMPLIFIEE / DETERMINATION D'UNE SOLUTION DANS UN CAS IDEAL :

1) **Hypothèse 1 : le débit linéique est nul**
2) **Hypothèse 2 : On injecte un debit linéique q≠0**
3) **Détermination de u_0 sous l'hypothèse K=0**

III) REPONSE A DES PERTURBATIONS EXTERIEURES :

1) **Modification des conditions météorologiques extérieures**
2) **Evènements particuliers du type incendie**

INTRODUCTION

Objectif de l'étude :

Etudier l'écoulement d'air dans un tunnel

- Présentation du tunnel :

Longueur : L
Section : S

- la vitesse de l'air en fonction du temps et de l'espace

  u(x,t)

- équations différentielles de Navier-Stokes avec p_{air} = constante

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x,t)=S_m \qquad \rho*\frac{\partial u}{\partial t}(x,t)+2*\rho\, u(x,t)*\frac{\partial u}{\partial x}(x,t)=\frac{-\partial P}{\partial x}+S_{mvt}$$

Sm : sources de masse dans le tunnel
Smvt : sources de quantité de mouvement
P: pression

I -POSITIONNEMENT DU PROBLEME ET HYPOTHESES

Etude des variations de la vitesse de l'air avec les hypothèses:

- S_m = q/S
  q débit linéique

- Gradient de pression composé
  - des contrepressions atmosphériques Δpa/L
  - des pertes de charge en entrée et en sortie du tunnel, fonction
    - du coefficient de perte de charge en entrée ξ_e
    - du coefficient de perte de charge en sortie ξ_s
    - de la vitesse u en valeur absolue

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\Delta Pa}{L} + \frac{\rho}{2*L} * (\xi_e + \xi_s) * u(x,t) * |u(x,t)|$$

- Le frottement de l'air sur les parois (source de quantité de mouvement)

$$S_{mvt} = \frac{-\lambda \rho}{2*D_h} * u(x,t) * |u(x,t)|$$

II-APPROCHE SIMPLIFIEE / DETERMINATION D'UNE SOLUTION DANS UN CAS IDEAL :

Système simplifié

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x,t)=\frac{q}{S}$$

$$\rho*\frac{\partial u}{\partial t}(x,t)+2*\rho u(x,t)*\frac{\partial u}{\partial x}(x,t)=\frac{-\Delta Pa}{L}-\frac{\rho}{2}*(\frac{\xi_e+\xi_s}{L}+\frac{\lambda}{D_h})*u(x,t)*|u(x,t)|$$

1) Hypothèse 1 : le débit linéique est nul

Le système devient (avec q=0 et ΔPa=0) :

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x,t)=0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,t)=-(\frac{1}{2})*(\frac{\xi_e+\xi_s}{L}+\frac{\lambda}{D_h})*u(x,t)*|u(x,t)|=K*u(x,t)*|u(x,t)|$$

On pose K la constante :

$$K=\frac{-1}{2}(\frac{\xi_e+\xi_s}{L}+\frac{\lambda}{D_h})$$

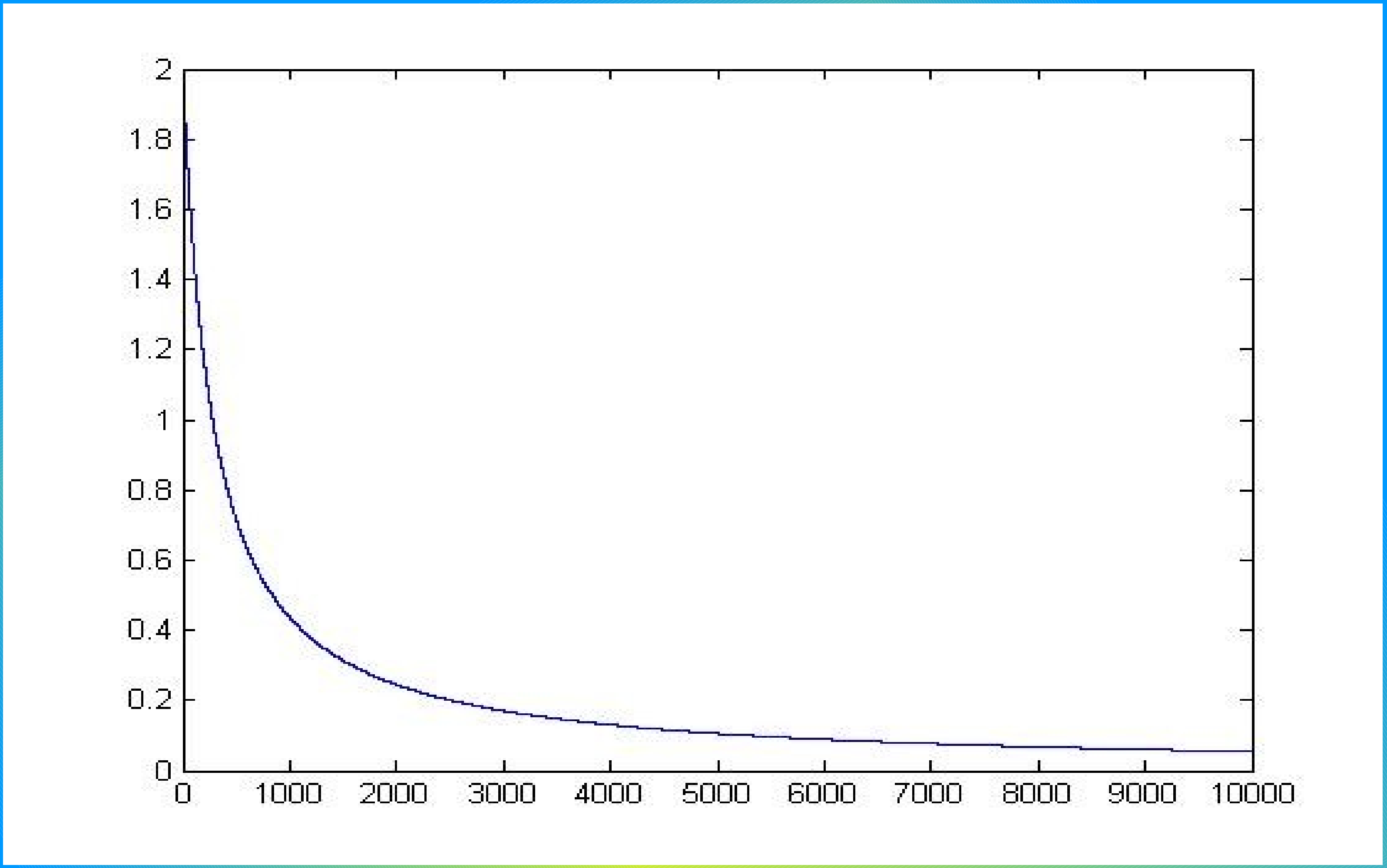
Résolution de u(x,t)=u(t) :

Schéma numérique de type Runge-Kutta de rang 1

<=>

Schéma d'Euler explicite à 1 pas

$$u_{n+1}=u_n+h_n*K*u_n*|u_n|$$



Représentation Graphique de u(x,t) en fonction de t

avec u(x=0, t=0) =2

h=1/4

tmax=10 000 s

Asymptote en u(t)=0 quand t→∞

2) Hypothèse 2 : On injecte un debit linéique q≠0

On a $q \neq 0$ et $\Delta Pa \neq 0$

On peut écrire **u(x,t) = g(x) + f(t)**

$$g(x) = \frac{q}{S}x + g(0)$$

$$\rho f'(t) + 2\rho\left(\frac{q}{S}x + g(0) + f(t)\right)\frac{q}{S} = \frac{-\Delta Pa}{L} - \frac{\rho}{2}\left(\frac{\xi_e + \xi_s}{L} + \frac{\lambda}{D_h}\right)\left[f(t) + \frac{q}{S}x + g(0)\right]\left|f(t) + \frac{q}{S}x + g(0)\right|$$

3) Détermination de u_0 sous l'hypothèse K=0

Equation vérifiée par f(t)

$$\rho\, f'(t)+2\rho\left(\frac{q}{S}x+g(0)+f(t)\right)\frac{q}{S}=\frac{-\Delta Pa}{L}$$

On recherche la solution pour x=0 d'où :

$$f'(t)=-2\frac{q}{S}f(t)-2\frac{q}{S}g(0)-\frac{\Delta Pa}{\rho L}$$

On a donc l'expression de f(t) pour x=0 :

$$f(t)=\left[u_0+\frac{\Delta Pa\,S}{2\rho q L}\right]e^{-2\frac{q}{S}t}-g(0)-\frac{\Delta Pa\,S}{2\rho q L}$$

3) Détermination de u_0 sous l'hypothèse K=0

On recherche l'expression de la solution $u_p(x)$,

i.e. de u(x,t) en <u>régime permanent</u>

$$2\rho\, u_p(x) \frac{\partial u_p(x)}{\partial x} = \frac{-\Delta Pa}{L}$$

On veut l'expression de $u_p(x=0)$

$$u_p(x=0) = u_0 = \frac{-\Delta Pa\, S}{2\rho\, Q\, L}$$

Puisque $$\frac{\partial u}{\partial x}(x,t) = \frac{q}{S}$$

La valeur de u_0 est cohérente avec l'expression trouvée pour f(t).

En effet, on a :

$$f(t)=[u_0+\frac{\Delta Pa\,S}{2\rho q L}]e^{-2\frac{q}{S}t}-g(0)-\frac{\Delta Pa\,S}{2\rho q L}$$

En régime permanent, f(t) vaut donc

$$f(t)=-g(0)-\frac{\Delta Pa\,S}{2\rho q L}$$

Ce qui correspond à :

$$u_0+\frac{\Delta Pa\,S}{2\rho q L}=0$$

On retrouve donc bien la valeur de u_0.

3) Détermination de u_0 sous l'hypothèse K=0

Calcul de u0 pour ΔPa Є [-200 Pa, 200 Pa] par pas de 50 Pa.

ΔPa	-200	-150	-100	-50	0	50	100	150	200
U_0	54,2	40,65	27,1	13,55	0	-13,55	-27,1	-40,65	-54,2

u_0 est de signe négatif par rapport à ΔPa.

Ceci est physiquement cohérent : une variation négative de pression à l'entrée du tunnel, c'est-à-dire une dépression, correspond à une vitesse d'air négative.

III- REPONSE A DES PERTURBATIONS EXTERIEURES :

Il s'agit de se placer dans des situations limites afin d'étudier la réponse de la vitesse à de telles perturbations

1) Modification des conditions météorologiques extérieures :

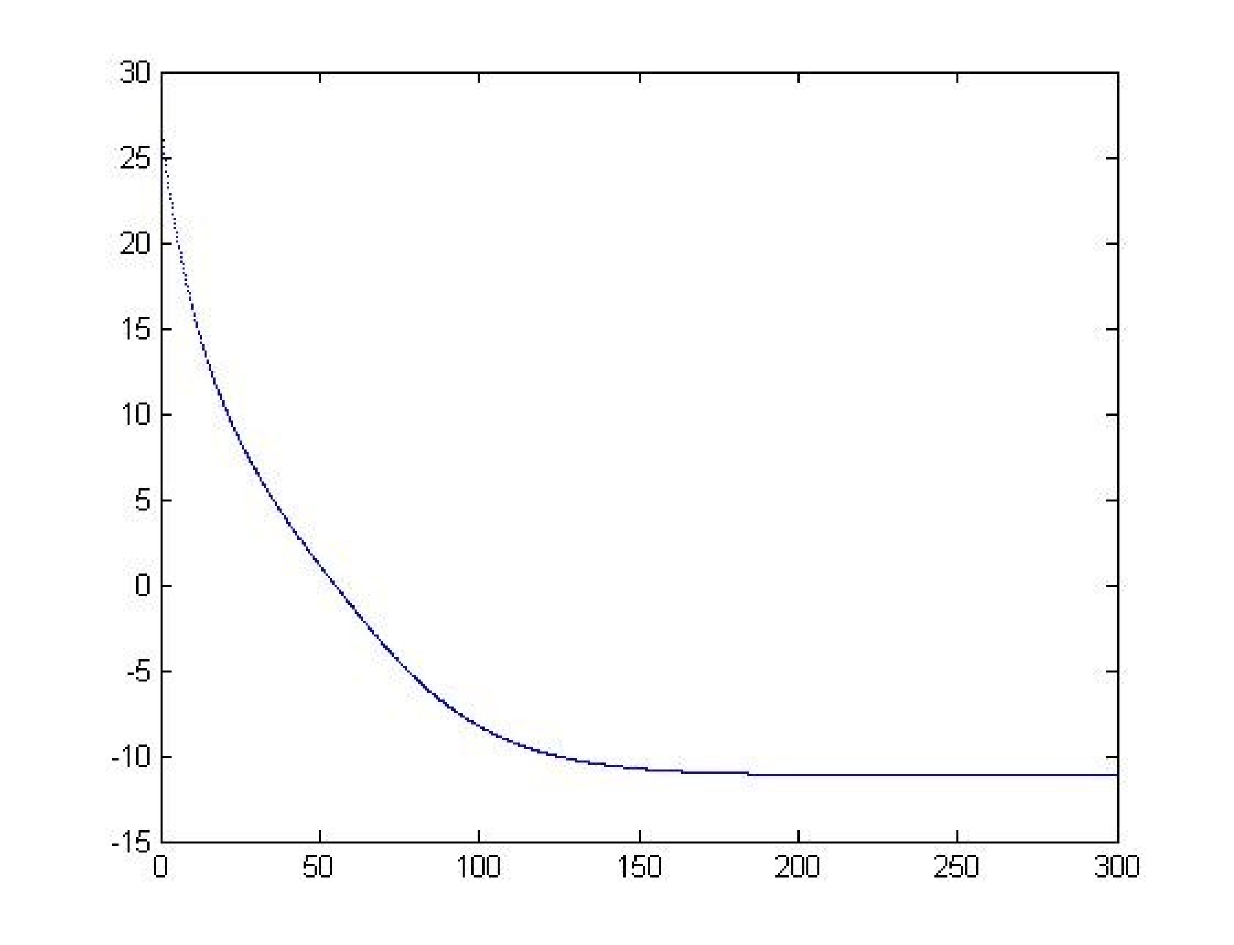
On veut étudier la réponse de la vitesse à une modification brutale de la pression dans le tunnel.

$\Delta P_{a,ini} = -100$ Pa pour $t<0$

$\Delta P_a = 600$ Pa pour $t=0$

Le schéma de Runge-Kutta au rang 1 donne :

$$u_{i+1} = u_i \left[1 - h_i \left(\frac{2q}{S} + K |u_i| \right) \right] - h_i \frac{\Delta Pa}{\rho L}$$



Représentation graphique de u(x,t)

$h=1/4$; $t_{max}=300s$

$u_0=27,10m/s$

$\Delta Pa=-100$ Pa pour $t<0$

$\Delta Pa=600$ Pa pour $t=0$

$q= 0,034\ m^3.s^{-1}/m$

- la vitesse diminue de manière brutale au début
- La vitesse se stabilise autour de la valeur -12m/s

THE END