Projet de modélisation

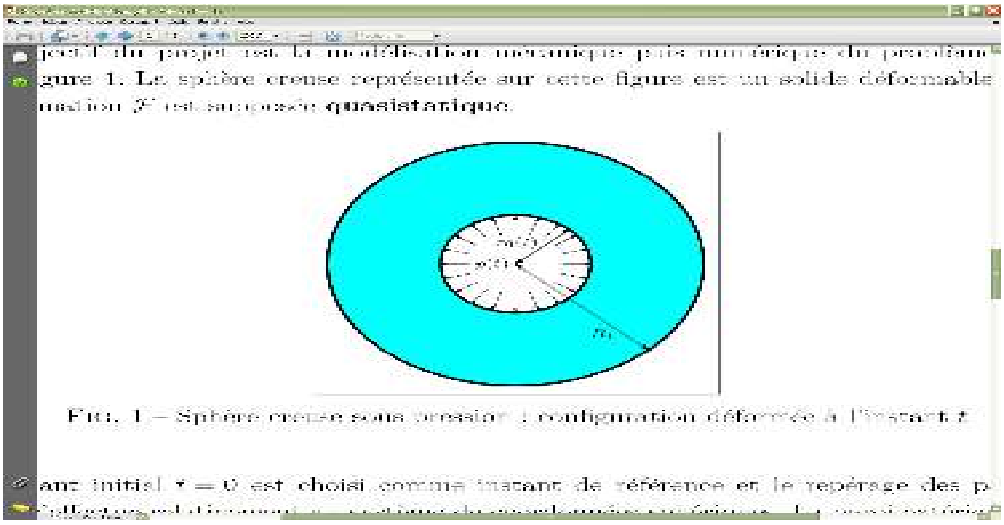
Sphère creuse sous pression

BLANCHE Luis – MBOH Aminata – PAPET Laura
Année scolaire 2010-2011

SOMMAIRE

1. **Position du problème**

L’objectif du projet est la modélisation mécanique puis numérique d’une sphère creuse sous pression.



La transformation est supposée quasi-statique, le solide est supposé hypoélastique et son comportement est régi par les relations :

$$\check{\sigma} = \lambda.\mathrm{tr}(\mathbf{D}).\delta + 2.\mu.\mathbf{D}$$

$$\check{\sigma} = \acute{\sigma} + \sigma.\mathbf{W} - \mathbf{W}.\sigma$$

où **D** et **W** sont respectivement les tenseurs des taux de déformation et de rotation, $\check{\sigma}$ la dérivée objective de Jaumann du tenseur des contraintes de Cauchy σ, $\acute{\sigma}$ la dérivée matérielle de σ, λ et μ des constantes mécaniques propres au solide, telles que :

$\lambda = \dfrac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ $\qquad$ $\mu = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$ $\qquad$ E>0 ; ν $\in$ $]-1; \frac{1}{2}[$

Le but de cette étude est la détermination de f, fonction inconnue des variables R (position initiale de la particule) et t le temps. f correspond au déplacement radial de la particule de position initiale (R,Θ,Φ)

2. Modélisation mécanique

Nous allons utiliser les notations suivantes :

r = f(R,t)
θ = j(Θ,t)
φ = k(Φ,t)

f'(R,t) = $\frac{\partial f(R,t)}{\partial R}$ f''(R,t) = $\frac{\partial^2 f(R,t)}{\partial R^2}$ $\acute{f} = \frac{\partial f(R,t)}{\partial t}$

$\forall (R,t) \in [R_0; R_1] \times R_{¿}^{+¿}$

Nous avons d'abord remarqué les symétries du problème afin de simplifier l'étude. Comme la sphère est invariante par rotation selon θ et φ, nous pouvons réécrire la position de la particule :

$$\begin{cases} r = f(R,t) \\ \theta = \Theta \\ \varphi = \Phi \end{cases}$$

Nous avons donc un déplacement $\vec{u}$ qui est uniquement radial :

$\vec{u}$ = (r-R) $\vec{u}_r$ et r ne dépend que de R et de t. Or par définitions, les expressions des différents tenseurs eulériens (D, σ, …) sont fonctions de $\vec{u}$ et de sa dérivée temporelle. Ainsi, ces tenseurs ne dépendent que du temps et de la variable de Lagrange R.

A présent nous nous proposons d'exprimer les composantes de ces tenseurs non comme fonction de r et t mais bien comme fonction de R et t.

Soit $t \geq 0$ un instant quelconque mais fixé.

Introduisons g et h les fonctions définies par :

$$g(R) = \frac{f(R,t)}{R f'(R,t)}$$

$$\forall R \in [R_0 ; R_1]$$

$$h(R) = \frac{f(R,t)}{R}$$

puis les fonctions v et w définies $\forall x \in [x_1 ; 1]$ par :

$$v(x) = g(R)$$

$$w(x) = h(R)$$

Où $x_1 = \frac{R_0}{R_1}$ et $x = \frac{R_0}{R}$

Nous allons chercher les équations différentielles liant ces deux nouvelles fonctions et des conditions aux limites, puis discrétiser le problème afin d'approcher numériquement ces fonctions. Enfin, connaissant la relation entre ces fonctions et la fonction f initiale, nous allons tenter d'approcher la déformation radiale de ce cylindre.

a. **Calcul de w'**

$$w(x) = h(R) = \frac{f(R,t)}{R} \qquad \forall x \in [x_1 ; 1]$$

D'où : $$w'(x) = \frac{dw}{dx} = \frac{\partial h(R)}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\left(\frac{\partial f(R,t)}{\partial R} . \frac{dR}{dx}\right) . R - f(R,t) . \frac{dR}{dx}}{R^2}$$

Or $$\frac{\partial f(R,t)}{\partial R} = f'(R,t)$$

$$R=\frac{R_0}{x}\,donc\,\frac{dR}{dx}=\frac{-R_0}{x^2}=\frac{-R}{x}$$

Ce qui donne :

$$w'(x)=\frac{f'(R,t).R-f(R,t)}{R^2}.\frac{-R}{x}=\left(\frac{f'(R,t)}{R}-\frac{f(R,t)}{R^2}\right).\left(\frac{-R_0}{x^2}\right)=\left(\frac{f(R,t)}{Rg(R)}-\frac{f(R,t)}{R}\right).\left(\frac{-1}{x}\right)$$

$$¿\left(\frac{w(x)}{v(x)}-w(x)\right).\left(\frac{-1}{x}\right)=w(x)\left(\frac{1}{v(x)}-1\right).\left(\frac{-1}{x}\right)=w(x)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{xv(x)}\right)$$

Ce qui donne :

$$w'(x)=w(x)\left(\frac{v(x)-1}{xv(x)}\right),\forall x\in[x_1;1]$$

b. **Calcul de v’**

Pour trouver l’équation différentielle sur v’ nous allons passer par les tenseurs G, D et σ.

Calculons $\check{\sigma}$ grâce aux relations :

$$\check{\sigma} = \lambda \mathrm{tr}(\mathbf{D})\delta + 2\mu\mathbf{D}$$

$$\check{\sigma} = \acute{\sigma} + \sigma.\mathbf{W}-\mathbf{W}.\sigma$$

Avec $D=\frac{1}{2}(G+G^t);W=\frac{1}{2}(G-G^t)\,et\,G=grad_r\vec{v}\,où\,\vec{v}\,est\,la\,vitesse\,déformation$

On a $\vec{u}$ = (r $-R$¿ $\vec{u}_r = (f(R,t) - R)\vec{u}_r$ = $\begin{pmatrix} f(R,t)-R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

D’où $\vec{v} = \begin{pmatrix} \acute{f}(R,t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

donc $G = \begin{bmatrix} \frac{\partial \acute{f}(R,t)}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r}\acute{f}(R,t) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r}\acute{f}(R,t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \acute{f}(R,t)}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\acute{f}(R,t)}{f(R,t)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\acute{f}(R,t)}{f(R,t)} \end{bmatrix} = D$

$et\, W = 0$

On a donc $\check{\sigma}$ = $\acute{\sigma}$ soit $\acute{\sigma} = \begin{bmatrix} \acute{\sigma}_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \acute{\sigma}_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \acute{\sigma}_{\varphi\varphi} \end{bmatrix}$

Calculons les composantes de $\acute{\sigma}$:

$\acute{\sigma}_{rr} = \lambda\, trD + 2\mu D_{rr} = \lambda\left(\frac{\partial \acute{f}(R,t)}{\partial r} + 2\frac{\acute{f}(R,t)}{f(R,t)}\right) + 2\mu \frac{\partial \acute{f}(R,t)}{\partial r}$

¿ $(\lambda + 2\mu)\frac{\partial \acute{f}(R,t)}{\partial r} + 2\lambda \frac{\acute{f}(R,t)}{f(R,t)}$

$\acute{\sigma}_{\theta\theta} = \acute{\sigma}_{\varphi\varphi} = \lambda\, trD + 2\mu D_{\theta\theta} = \lambda\left(\frac{\partial \acute{f}(R,t)}{\partial r} + 2\frac{\acute{f}(R,t)}{f(R,t)}\right) + 2\mu \frac{\acute{f}(R,t)}{f(R,t)}$

¿ $2(\lambda + \mu)\frac{\acute{f}(R,t)}{f(R,t)} + \lambda \frac{\partial \acute{f}(R,t)}{\partial r}$

Or $\frac{\partial \acute{f}(R,t)}{\partial r}=\frac{\partial \acute{f}(R,t)}{\partial r}\frac{\partial R}{\partial r}=\frac{\acute{f}'(R,t)}{f'(R,t)}$ donc :

$$\acute{\sigma}_{rr}=(\lambda+2\mu)\frac{\acute{f}'(R,t)}{f'(R,t)}+2\lambda\frac{\acute{f}(R,t)}{f(R,t)}$$

$$\acute{\sigma}_{\theta\theta}=\acute{\sigma}_{\varphi\varphi}=2(\lambda+\mu)\frac{\acute{f}(R,t)}{f(R,t)}+\lambda\frac{\acute{f}'(R,t)}{f'(R,t)}$$

Ce qui donne en intégrant selon t entre 0 et t :

$$\sigma_{rr}=(\lambda+2\mu)\ln\left(f'(R,t)\right)+2\lambda ln\left(\frac{f(R,t)}{R}\right)$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\sigma_{\varphi\varphi}=2(\lambda+\mu)\ln\left(\frac{f(R,t)}{R}\right)+\lambda\ln\left(f'(R,t)\right)$$

On passe ensuite par les équations indéfinies du mouvement en coordonnées sphériques, qui se réduit dans notre cas (b=0 et γ=0) à div(σ)=0 soit :

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{1}{r}(2\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta}-\sigma_{\varphi\varphi})\\ \frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta}+cot\theta(\sigma_{\theta\theta}-\sigma_{\varphi\varphi})\\ \frac{1}{rsin\theta}\frac{\partial\sigma_{\varphi\varphi}}{\partial\varphi}\end{bmatrix}=0$$

Or $\sigma_{\theta\theta}\, et\, \sigma_{\varphi\varphi}$ ne dépendent que de R et de t donc :

$$\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{1}{r}(2\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta}-\sigma_{\varphi\varphi})=0$$

Ou encore

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{2}{r}(\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta})=0$$

$$2\mu \ln(f'(R,t))-2\mu \ln\left(\frac{f(R,t)}{R}\right)=0$$

Soit :

$$(\lambda+2\mu)\frac{\partial \ln(f'(R,t))}{\partial r}+2\lambda\frac{\partial \ln\left(\frac{f(R,t)}{R}\right)}{\partial x}+\frac{2}{f(R,t)}¿$$

$$(\lambda+2\mu)\frac{\frac{\partial f'(R,t)}{\partial r}}{f'(R,t)}+2\lambda\frac{\frac{\partial\left(\frac{f(R,t)}{R}\right)}{\partial r}}{\frac{f(R,t)}{R}}-\frac{4\mu}{f(R,t)}\ln(g(R))=0$$

$$(\lambda+2\mu)\frac{\frac{\partial f'(R,t)}{\partial R}\frac{\partial R}{\partial r}}{f'(R,t)}+2\lambda\frac{\frac{\partial\left(\frac{f(R,t)}{R}\right)}{\partial R}\frac{\partial R}{\partial r}}{\frac{f(R,t)}{R}}-\frac{4\mu}{f(R,t)}\ln(g(R))=0$$

$$(\lambda+2\mu)\frac{f''(R,t)}{(f'(R,t))^2}+2R\lambda\frac{Rf'(R,t)-f(R,t)}{R^2 f(R,t)f'(R,t)}-\frac{4\mu}{f(R,t)}\ln(g(R))=0$$

Rf

f

$R^2 f(R,t)(¿¿'(R,t))^2=0$

$$(\lambda+2\mu)R^2 f(R,t)f''(R,t)+2R\lambda\frac{(¿¿'(R,t)-f(R,t))-4\mu R^2(f'(R,t))^2 ln(g(R))}{¿}$$

$¿$

$Rf(R,t)f''(R,t)+f(R,t)f'(R,t)-R\left[f'(R,t)^2\right]-3R\lambda f(R,t)f'(R,t)+3R^2\lambda(f'(R,t))^2-2\mu R f(R,t)f'(R,t$

$¿$

f

$R^2(¿¿'(R,t))^2=0$

$R(\lambda+2\mu)¿$

$¿$

$$-R(\lambda+2\mu)g'(R)-3\lambda g(R)+3\lambda-2\mu g(R)+2\mu-4\mu\ln(g(r))=0$$

$$-R(\lambda+2\mu)g'(R)-(3\lambda+2\mu)(g(R)-1)-4\mu\ln(g(r))=0$$

$$g'(R)=\frac{(3\lambda+2\mu)(1-g(R))-4\mu\ln(g(r))}{R(\lambda+2\mu)}$$

Or on a :

$$\lambda=\frac{E\,\nu}{(1+\nu)(1-2\,\nu)} \qquad \mu=\frac{E}{2(1+\nu)} \qquad E>0\ ;\ \nu \in\ ]-1;\ \frac{1}{2}\ [$$

Donc $$3\lambda+2\mu=E\,\frac{1+\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\ et\ \lambda+2\mu=E\,\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

Soit $$\frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu}=\frac{1+\nu}{1-\nu}\ et\ \frac{\mu}{\lambda+2\mu}=\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$$

Ce qui donne :

$$g'(R)=\frac{(1+\nu)(1-g(R))}{R(1-\nu)}-4\ln(g(r))\frac{1-2\nu}{2\mathrm{R}(1-\nu)}$$

$$g'(R)=\frac{(1+\nu)(1-g(R))-2\ln(g(R))(1-2\nu)}{R(1-\nu)}$$

Or $$g\,'(R)=v'(x)\left(\frac{-R_0}{R^2}\right) donc\ v'(x)\left(\frac{-R_0}{R^2}\right)=\frac{(1+\nu)(1-v(x))-2\ln(v(x))(1-2\,\nu)}{R(1-\nu)}$$

Ce qui nous mène à une équation différentielle sur v :

$$\boxed{v'(x)=\frac{(1+\nu)(v(x)-1)-2(1-2\nu)\ln(v(x))}{x(1-\nu)} \qquad \forall x\in[x_1;1]}$$

Intéressons nous désormais aux conditions aux limites :

- Puisque la paroi extérieure de la sphère est fixe on a :

$$\boxed{w(x_1)=\frac{f(R_1,t)}{R_1}=\frac{R_1}{R_1}=1}$$

- Dans un deuxième temps on constate que pour R= R_0 , la contrainte radiale σ_{rr} vaut l'opposé de la pression sur la paroi interne soit $\sigma_{rr}=-p(t)$ pour R= R_0

Soit : $(\lambda+2\mu)\ln\left(f'(R_0,t)\right)+2\lambda\ln\left(\frac{f(R_0,t)}{R_0}\right)=-p(t)$

Comme $f'(R_0,t)=\frac{w(1)}{v(1)}\, et\, \frac{f(R_0,t)}{R_0}=w(1)$ on a :

$$(\lambda+2\mu)\ln\left(\frac{w(1)}{v(1)}\right)+2\lambda\ln(w(1))=-p(t)$$

$$E\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\ln\left(\frac{w(1)}{v(1)}\right)+2E\frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\ln(w(1))=-p(t)$$

$$\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}[(1+\nu)\ln(w(1))-(1-\nu)\ln(v(1))]=-p(t)$$

Ce qui donne finalement

$$\boxed{\frac{v^{1-\nu}(1)}{w^{1+\nu}(1)}=e^{\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E}p(t)}}$$

En conclusion, v et w sont solutions du problème différentiel suivant :

$$\begin{cases} v'(x)=\dfrac{(1+\nu)(v(x)-1)-2(1-2\nu)\ln(v(x))}{x(1-\nu)}\forall x\in[x_1;1] \\ w'(x)=w(x)\left(\dfrac{v(x)-1}{xv(x)}\right)\forall x\in[x_1;1] \\ w(x_1)=1 \\ \dfrac{v^{1-\nu}(1)}{w^{1+\nu}(1)}=e^{\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E}p(t)} \end{cases}$$

c. **Calcul de tenseur des contraintes σ**

On a $f(R,t)=Rh(R)=\dfrac{R_0}{x}w(x)$

D'où :

$$\sigma_{rr}=(\lambda+2\mu)\ln(f'(R,t))+2\lambda\ln\left(\frac{f(R,t)}{R}\right)$$

$$\sigma_{rr}=(\lambda+2\mu)\ln\left(\frac{w(x)}{v(x)}\right)+2\lambda\ln(w(x))$$

$$(v(x))$$

$$(1+v)\ln(w(x))-(1-v)\ln \text{¿}$$

$$\sigma_{rr}=\frac{E}{(1+v)(1-2v)}\text{¿}$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\sigma_{\varphi\varphi}=2(\lambda+\mu)\ln\left(\frac{f(R,t)}{R}\right)+\lambda\ln\left(f'(R,t)\right)$$

$$\ln(w(x))+v\ln\left(\frac{w(x)}{v(x)}\right)$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\sigma_{\varphi\varphi}=\frac{E}{(1+v)(1-2v)}\text{¿}$$

$$(1+v)\ln(w(x))-v\ln\left(v(x)\right)$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\sigma_{\varphi\varphi}=\frac{E}{(1+v)(1-2v)}\text{¿}$$

d. **<u>Calcul du tenseur des déformations d’Almansi-Euler E</u>**

On a :

- $E=\frac{1}{2}(\delta-B^{-1})$
- $B={}^{t}_{\square}FF$
- $F=\delta+H$
- $H=grad_r(\vec{u})$

Soit :

$$H=\begin{pmatrix} \frac{\partial(f(R,t)-R)}{\partial R} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f(R,t)-R}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f(R,t)-R}{R} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} f^{'}(R,t)-1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f(R,t)}{R}-1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f(R,t)}{R}-1 \end{pmatrix}$$

$$F=\begin{pmatrix} f^{'}(R,t) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f(R,t)}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f(R,t)}{R} \end{pmatrix}$$

f

$(¿¿'(R,t))^2$

¿

¿$0 \quad 0$

$0 \quad (\frac{f(R,t)}{R})^2$

¿

0

¿

$B=F^2=\left(0¿(\frac{f(R,t)}{R})^2¿\right)$

$$B^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{(f^{'}(R,t))^2} & 0 & 0 \\ 0 & (\frac{R}{f(R,t)})^2 & 0 \\ 0 & 0 & (\frac{R}{f(R,t)})^2 \end{pmatrix} -$$

$$E=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \frac{\left(f'(R,t)\right)^2-1}{\left(f'(R,t)\right)^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\left(f'(R,t)\right)^2-R^2}{\left(f'(R,t)\right)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\left(f'(R,t)\right)^2-R^2}{\left(f'(R,t)\right)^2} \end{pmatrix} -$$

$$E=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \frac{\left(w(x)\right)^2-\left(v(x)\right)^2}{\left(w(x)\right)^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\left(w(x)\right)^2-1}{\left(w(x)\right)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\left(w(x)\right)^2-1}{\left(w(x)\right)^2} \end{pmatrix}$$

3. Modélisation numérique

- Dans un premier temps nous avons écrit un script qui nous permet de calculer les fonctions v et w en fonction des paramètres R0,R, v(1), ν, p et E.

On calcule v par la méthode d'Euler appliquée à l'équation différentielle :

$$\boxed{v'(x)=\frac{(1+\nu)\left(v(x)-1\right)-2(1-2\nu)\ln\left(v(x)\right)}{x(1-\nu)} \qquad \forall x\in\left[x_1;1\right]}$$

Et w par la méthode des trapèzes puisque :

- Une deuxième fonction nous permet d'en déduire les composantes non nulles du tenseur des contraintes σ

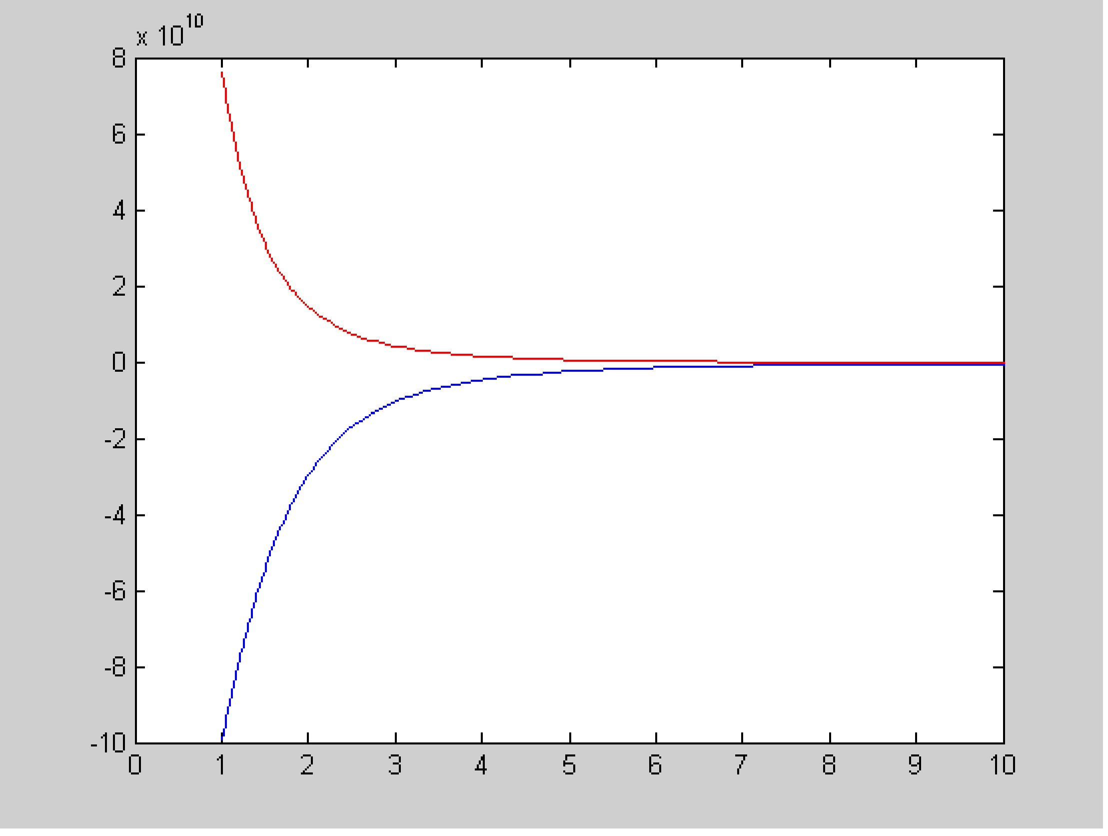
- Une troisième fonction calcule les composantes non nulles du tenseur d'Almansi-Euler

- Notre dernière fonction permet de tracer le déplacement radiale f(R,t) qu'on déduit de v et w

Nous avons ensuite fait tourner ces fonctions avec les paramètres suivant :

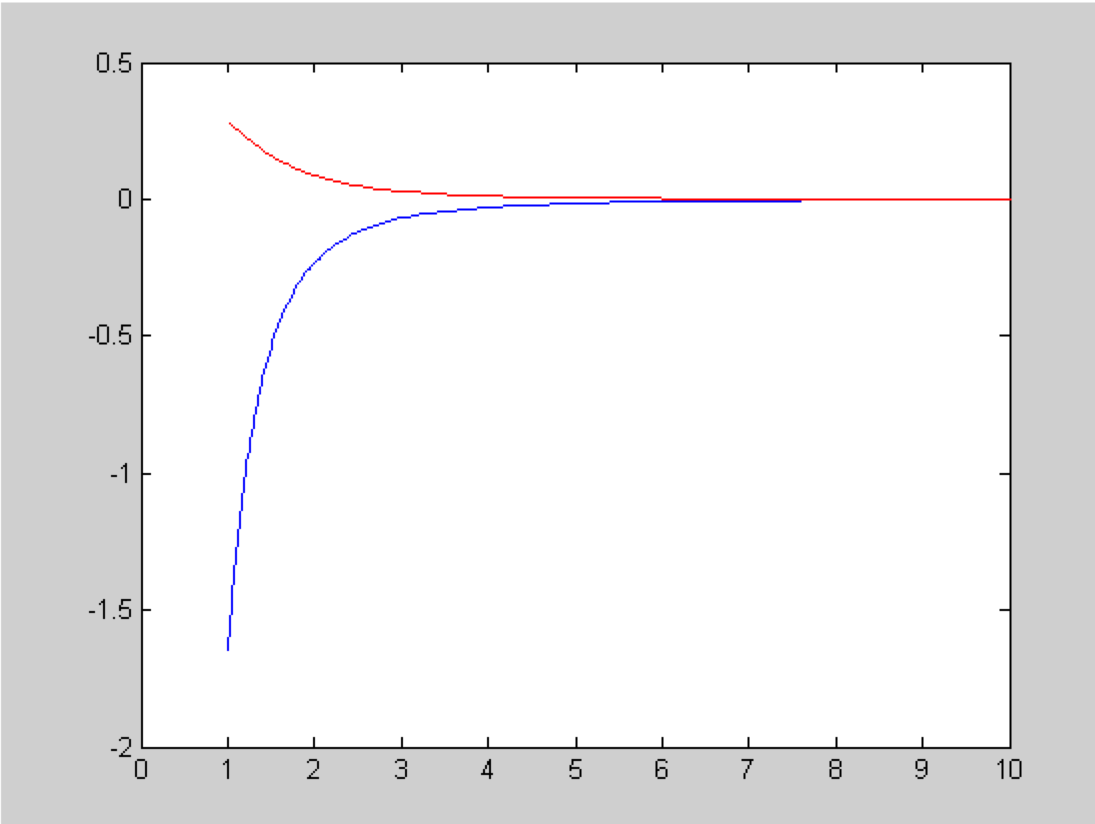
R0=1
R=10
v(1)=1.0032
ν=0.3
p=100 GPa
E=200 GPa^{-1}

Ce qui nous donne les graphes suivants :



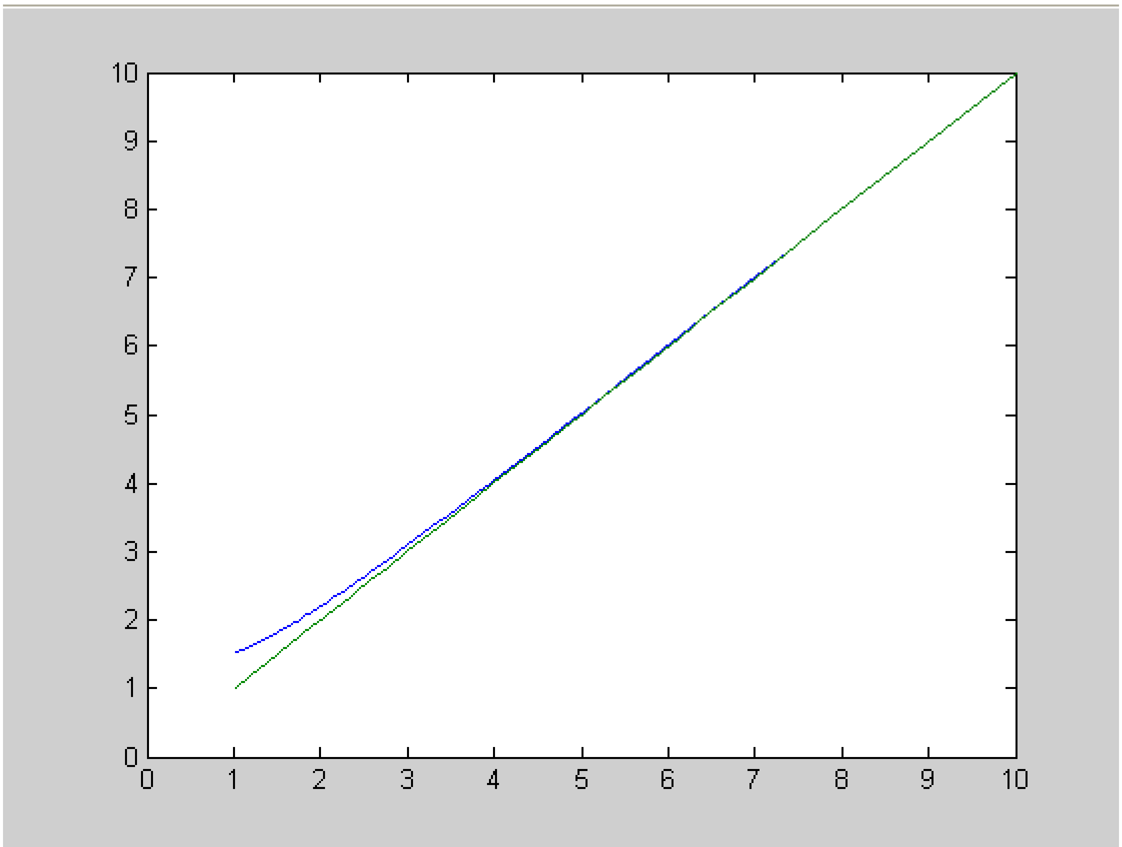
Sigmarr en bleu

Sigmafifi et sigmatetateta en rouge



Err en bleu

Efifi Etetateta en rouge



f(R,t) en bleu

y=x en vert

Annexe

Calcul de v et w

```
function [calc,x,v,w]=calcul(npas,R0,R,v1,nu,p,E)
x1=R0/R;
pas=(1-x1)/npas;

% on met en première ligne de la matrice le numéro du point considéré
for i=1:npas+1;
    calc(1,i)=i;
end

% on met en deuxième ligne de la matrice la valeur de x
for i=1:npas+1;
    calc(2,i)=x1+(i-1)*pas;
end
fin=false;
while (fin==false)
    calc(3,npas+1)=v1;

%     on calcul les différentes valeurs de v à l'aide d'un schéma d'euler
%     implicite. On met ces valeurs dans la troisième mogne de la matrice
%     de calcul
    for j=0:(npas-1)

calc(3,npas-j)=calc(3,npas-j+1)-pas*((1+nu)*(calc(3,npas-j+1)-1)+2*(1-2*nu)
*log(calc(3,npas-j+1)))/((1-nu)*calc(2,npas-j+1));
    end
calc(4,1)=0;
calc(5,1)=exp(calc(4,1));

% on calcul les valeurs de ln(w(x)) selon le schéma d'intégration du
% trapèze et on les met dans la quatrième ligne de la matrice de calcul
for k=2:(npas+1)
    calc(4,k)=calc(4,k-1)+0.5*pas*((calc(3,k-1)-1)/
(calc(2,k-1)*calc(3,k-1))+(calc(3,k)-1)/(calc(2,k)*(calc(3,k))));

%     on calcul les valeurs de w(x) qu'on met dans la cinquième ligne de la
%     matrice
    calc(5,k)=exp(calc(4,k));
end

% on définit deux valeurs aux et aux1 qui représentent le numérateur et le
% dénominateur de l'égalité donnée par v(1) et w(1) que nous cherchons à
% vérifier pour valider l'approximation de v(1)
aux=exp((1+nu)*(1-2*nu)*p/E);
aux1=(calc(3,npas+1)^(1-nu))/(calc(5,npas+1)^(1+nu));

% on choisit un critère d'arrêt pour une valeur de v(1) suffisamment proche
% de la réalité. Nous avons choisi une précision de 10^(-5).
if abs(aux1-aux)<10^(-5)
    fin=true;

% si cette condition d'arrêt n'est pas vérifiée, on calcule une nouvelle
```

```
% valeur de v(1) à partir de la dernière valeur de w(1) vérifiant l'égalité
% recherchée
else v1=((calc(5,npas+1)^(1+nu))*aux)^(1/(1-nu));
end
end

% on affiche x, v et w
x=calc(2,:)
v=calc(3,:)
w=calc(5,:)
end
```

calcul des composantes non nulles sigma

```
function [sigmar,sigmatheta,sigmafi]=calculsigma(x,v,w,E,nu,R0)
for i=1:length(x)
    r(1,i)=R0/x(1,i);
end;
sigmar=(E/((1+nu)*(1-2*nu)))*((1+nu)*log(w)-(1-nu)*log(v));
sigmatheta=(E/((1+nu)*(1-2*nu)))*((1+nu)*log(w)-nu*log(v));
sigmafi=sigmatheta;
plot(r,sigmar,'blue',r,sigmatheta,'red');
```

calcul des composantes non nulles de E

```
function [Er,Etheta,Efi]=calculeuler(x,v,w,R0)
for i=1:length(x)
    r(1,i)=R0/x(1,i);
    Er(1,i)=(w(1,i)^2-v(1,i)^2)/(2*w(1,i)^2);
    Etheta(1,i)=(w(1,i)^2-1)/(2*w(1,i)^2);
    Efi=Etheta;
end;
plot(r,Er,'blue',r,Etheta,'red');
```

tracé de f(R,t)

```
function fr=calculfr(x,w,R0)
for i=1:length(x)
    fr(1,i)=R0*w(1,i)/x(1,i);
    r(1,i)=R0/x(1,i);
end;
plot(r,fr,r,r)
```