E.N.T.P.E Février 2008

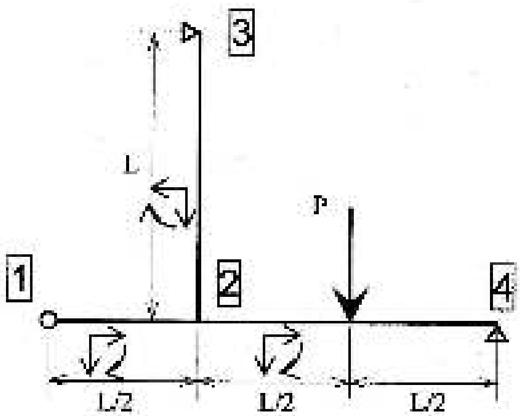
2ème Année
COURS de STRUCTURES

I – méthodes manuelles

Résolution par la méthode de **MOHR** et celle des **Rotations**.

- déterminer les inconnues (Mohr : 4 pts ; Méthode des rotations : 5 pts)
- tracer les diagrammes des efforts N, T, M (5 pts)

Section **S** Inertie **I** Matériau **E** pour toutes les poutres



II – méthode des éléments finis

- Construire la matrice de rigidité assemblée (2 pts)
- Construire le second membre (2 pts)
- Donner les mêmes quantités après Conditions aux limites (2 pts)

JM REYNOUARD

FORMULAIRE POUR LA VALIDATION DE SYSTEMES DE POUTRES

Rotations

$$M_{ij} = \overline{M}_{ij} + K_{ij}\beta_i + \lambda_{ij}K_{ij}\beta_j - K_{ij}\left(1+\lambda_{ij}\right)\Omega_{ij}$$

$M'_{ij} = \overline{M}'_{ij} + K'_{ij}\beta_i - K'_{ij}\Omega_{ij}$ si le noeud j est libre en rotation

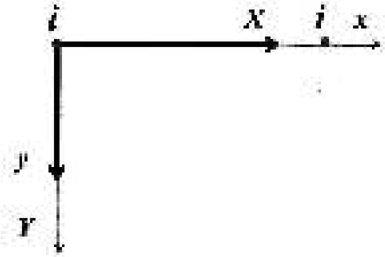
Si les effets de l'effort tranchant sont négligeables et si la rigidité EI est constante par élément,

$$M_{ij} = \overline{M}_{ij} + \frac{4EI}{L}\beta_i - \frac{2EI}{L}\beta_j - \frac{6EI}{L}\Omega_{ij} \quad \text{et} \quad M'_{ij} = \overline{M}'_{ij} + \frac{3EI}{L}\beta_i - \frac{3EI}{L}\Omega_{ij}$$

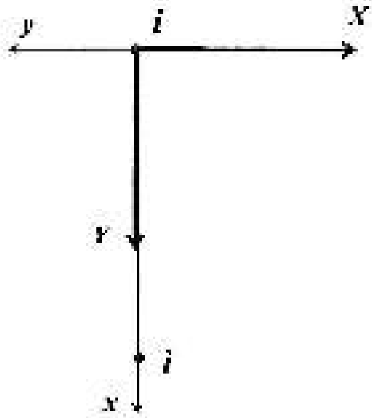
Moments en travée $\quad m(x) = \mu(x) + M_{ij}\left(1-\frac{x}{L}\right) - M_{ji}\frac{x}{L}$

Matrice de Rigidité **:** effet de l'effort tranchant négligé et rigidité EI constante par élément

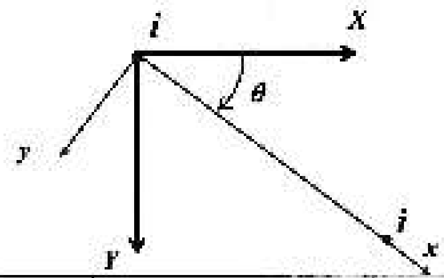
$$\begin{bmatrix} \frac{ES}{L} & 0 & 0 & -\frac{ES}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{ES}{L} & 0 & 0 & \frac{ES}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{ES}{L} & 0 & 0 & -\frac{ES}{L} & 0 \\ -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{ES}{L} & 0 & 0 & \frac{ES}{L} & 0 \\ -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$



Matrice de rigidité en axes quelconques :



$\frac{ES}{L}\cos^2\theta+\frac{12EI}{L^3}\sin^2\theta$					
$\left(\frac{ES}{L}-\frac{12EI}{L^3}\right)\sin\theta\cos\theta$	$\frac{ES}{L}\sin^2\theta+\frac{12EI}{L^3}\cos^2\theta$				
$-\frac{6EI}{L^2}\sin\theta$	$\frac{6EI}{L^2}\cos\theta$	$\frac{4EI}{L}$			
$-\frac{ES}{L}\cos^2\theta-\frac{12EI}{L^3}\sin^2\theta$	$\left(-\frac{ES}{L}+\frac{12EI}{L^3}\right)\sin\theta\cos\theta$	$\frac{6EI}{L^2}\sin\theta$	$\frac{ES}{L}\cos^2\theta+\frac{12EI}{L^3}\sin^2\theta$		
$\left(-\frac{ES}{L}+\frac{12EI}{L^3}\right)\sin\theta\cos\theta$	$-\frac{ES}{L}\sin^2\theta-\frac{12EI}{L^3}\cos^2\theta$	$-\frac{6EI}{L^2}\cos\theta$	$\left(\frac{ES}{L}-\frac{12EI}{L^3}\right)\sin\theta\cos\theta$	$\frac{ES}{L}\sin^2\theta-\frac{12EI}{L^3}\cos^2\theta$	
$-\frac{6EI}{L^2}\sin\theta$	$-\frac{6EI}{L^2}\cos\theta$	$\frac{2EI}{L}$	$\frac{6EI}{L^2}\sin\theta$	$-\frac{6EI}{L^2}\cos\theta$	$\frac{4EI}{L}$