

## Exercice MOTUS 2013 :

### Calage de deux modèles de poursuite sur des données de trajectoires

Pour réaliser l'exercice, vous devez installer sur votre ordinateur l'ensemble des données stockées sur le dossier qui vous a été transmis.

L'objectif du TP est :

1. De vous faire représenter les données individuelles de trajectoires recueillies par le programme NGSim ;
2. De vous faire simuler les trajectoires avec des modèles microscopiques de poursuite ;
3. Enfin, de vous conduire à réfléchir sur le calage de ces modèles microscopiques de poursuite.

Les TP seront rendus (sous format Motus2013NNXXXX.pdf pour le rapport et MotusNNXXXX.m<sup>1</sup> pour le code) par courrier électronique à [christine.buisson@entpe.fr](mailto:christine.buisson@entpe.fr) au plus tard le 27 mars par binômes correspondants à la liste qui vous est fournie. Vous devez répondre à l'ensemble des points abordés, mais pas nécessairement en respectant à la lettre chacune des questions de l'énoncé. En effet, celles-ci sont données pour vous guider plutôt que pour vous imposer une réponse point par point. L'évaluation porte sur le rapport mais le code sera vérifié. Les critères de notation du rapport sont les suivants :

1. Exactitude des résultats présentés ;
2. Finesse et pertinence de l'analyse conduite ;
3. Soin apporté à la justification des choix réalisés ;
4. Rigueur de la présentation : précision du style de l'écriture, orthographe, figures légendées et références dans le corps du texte, au besoin présentation de références.

Avant le début de cet exercice, un peu de lecture.

#### *Données*

Les données utilisées ont été recueillies par le programme NGSim (<http://ngsim-community.org/>) de la l'administration fédérale américaine des autoroutes (FHWA) sur l'autoroute I80 à Emeryville, CA, (<http://goo.gl/maps/9C2jQ>), voir (FHWA, 2006a) et sur l'US 101 à Los Angeles (<http://goo.gl/maps/7ymFB>, (FHWA, 2006b)) en plaçant plusieurs caméras sur les toits de deux immeubles voisins de ces deux autoroutes.

#### *Modèles*

Nous utiliserons deux modèles de poursuite. Le modèle de poursuite de Newell est une version microscopique équivalente du modèle LWR (modèle macroscopique le plus simple basé sur la conservation des véhicules) avec un diagramme fondamental triangulaire. Il s'exprime (Newell, 2002), dans le cas du trafic congestionné, comme :

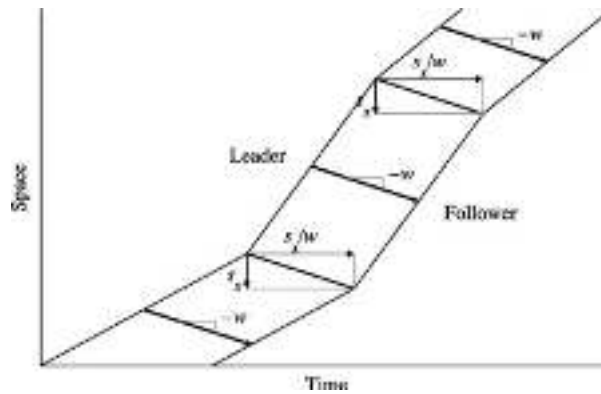
$$x_n(t + \tau^n) = x_{n-1}(t) - s_x^n,$$

où  $\tau^n = \frac{s_x^n}{w^n}$ ,  $s_x^n$  est la distance à l'arrêt entre le véhicule  $n$  et son leader,  $n$  et  $n - 1$  sont respectivement les indices du suiveur et du leader ; enfin  $w^n$  est la valeur individuelle de la vitesse maximale de remontée de la congestion (pente du diagramme fondamental à droite).

Ceci est illustré par la Figure 1.

---

<sup>1</sup> NN étant votre numéro de binôme et XXXX étant vos initiales.



**Figure 1** : représentation de la trajectoire du suiveur comme une translation de celle du leader dans le cadre du modèle (Newell, 2002) d'après (Chiabaut et al., 2010).

Dans le cas où le trafic est fluide on a (où  $v_x^n$  est la vitesse en fluide du véhicule  $n$ ) :

$$x_n(t + \tau^n) = x_n(t) + \tau^n \times v_x^n.$$

Les deux paramètres à caler seront donc dans notre cas (puisque les données NGSim ont été recueillies en congestion)  $\tau^n$  et  $s_x^n$ .

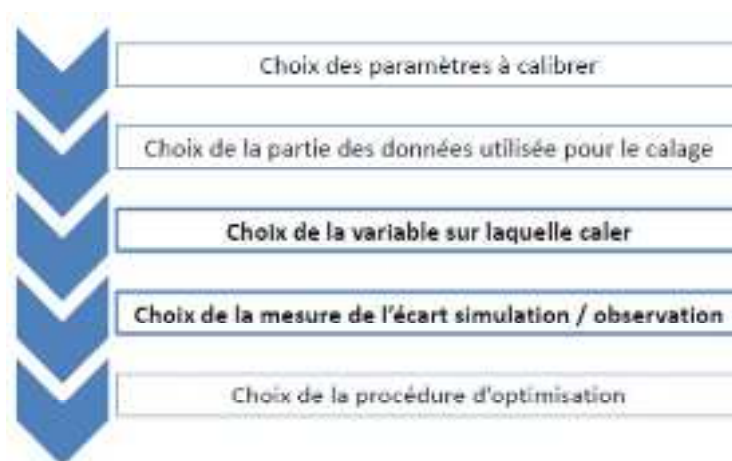
Le modèle historique de poursuite est celui connu sous le nom de « General Motors »(équation 2.16, page 44 de (Gerlough & Capelle, 1964)) :

$$\ddot{x}_n(t + T^n) = C^n \times \frac{(x_{n-1} - \dot{x}_n)}{(x_{n-1} - x_n)}.$$

Les deux paramètres de ce modèle très simple sont le temps de réaction du véhicule  $n$  :  $T^n$  et la sensibilité de ce véhicule au ratio de la différence de vitesse et de la différence de position avec son leader :  $C^n$ . Il existe de nombreuses versions plus élaborées de ce modèle de base. Ce sont généralement elles qui sont présentes dans les outils de simulation microscopique du marché. Les trois plus grands vendeurs mondiaux d'outils de simulation dynamique sont (par ordre alphabétique) :

- Aimsun, développé par TSS (maison mère à Barcelone en Catalogne) (TSS, 2013) ;
- Paramics, développé par Quadstone (maison mère à Edimburgh en Ecosse) (Quastrone, 2013) ;
- Vissim, développé par PTV (maison mère à Karlsruhe en Allemagne) (PTV, 2013).

#### Principe général du calage d'un outil de simulation



**Figure 2** : les cinq étapes décisives d'un travail de calage des paramètres d'un modèle

En toute généralité, ajuster les paramètres d'un modèle quelconque repose sur cinq étapes qui sont présentées sur la Figure 2. Tout d'abord on choisit les paramètres que l'on calibrera. Cette étape est particulièrement nécessaire lorsque les modèles comprennent un grand nombre de paramètres. Les méthodes d'analyse de sensibilité permettent de sélectionner les paramètres qui ont les effets les plus significatifs et de rejeter ceux qui sont « muets » pour le domaine considéré. Dans notre cas, par exemple, la vitesse désirée des véhicules dans le modèle de Newell est un paramètre qui ne « s'exprime pas » puisque les véhicules ne circulent jamais à vitesse libre dans les données NGSim qui sont très congestionnées.

Ensuite, en toute rigueur, on utilise une partie du jeu de données disponibles pour caler le modèle et l'autre partie pour le valider. Il faut donc choisir une méthode de partage de l'échantillon en deux sous parties. Dans notre cas, on pourrait chercher à caler (sur un très grand nombre de données de trajectoires) les distributions des paramètres et ensuite utiliser ces distributions pour générer des véhicules. On comparerait ensuite au niveau macroscopique un résultat de simulation avec les observations sur un autre échantillon (les distributions de paramètres résultant du calage seraient utilisées pour générer ces simulations). Dans le cadre de notre exercice, nous cherchons plus à voir quelle est la faisabilité d'une modélisation de trajectoires de poursuite et à tester le principe général.

L'étape suivante consiste à choisir parmi les variables mesurées directement (dans notre cas, la position) ou indirectement (par exemple la vitesse ou l'accélération) celle sur laquelle on ajustera les paramètres du modèle. Cette variable est généralement appelée MoP (Measure of Performance).

Il faut ensuite choisir comment mesurer l'écart entre l'observation de cette variable et sa simulation. Cette mesure de l'écart est généralement appelée GoF (pour Goodness of Fit). Par exemple, on peut choisir un écart moyen (ME : erreur moyenne), une moyenne des écarts en valeur absolue... le tableau suivant récapitule les principales définitions que l'on utilise en pratique.

**Tableau 1:** Mesures de l'écart entre l'observation et la simulation (repris de (Hollander and Liu, 2008) et de (Ciuffo and Punzo, 2010))

Name	Measure	Comments
Percent error (PE)	$\frac{x_i - y_i}{y_i}$	Applied either to a single pair of observed-simulated measurements or to aggregate network-wide measures
Squared error (SE)	$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2$	Most widely used GoF. Low values show a good fit; strongly penalizes large errors. It is the estimator at the basis of the famous Least Squares Method which, according to the Gauss-Markov theorem (Plackett, 1950), provides the best parameter estimation for linear models with zero-mean, unbiased and uncorrelated errors
Mean error (ME)	$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)$	Indicates the existence of systematic bias. Useful when applied separately to measurements at each location Useful to indicate the presence of systematic bias, but cannot be used in calibration because low values do not ensure a good fit (the same high errors with opposite sign will result in zero ME)
Mean normalized error (MNE) or Mean percent error (MPE)	$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{x_i - y_i}{y_i}$	Indicates the existence of systematic bias. Useful when applied separately to measurements at each location Useful to indicate the presence of systematic bias, but cannot be used in calibration because low values do not ensure a good fit (the same high errors with opposite sign will result in zero ME)
Mean absolute error (MAE)	$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N  x_i - y_i $	Not particularly sensitive to large errors
Mean absolute normalized error (MANE) or Mean absolute error ratio (MAER)	$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{ x_i - y_i }{y_i}$	Not particularly sensitive to large errors Using absolute values would result in using the same weight for all errors, while it would be preferable to assign more importance to high errors than to small ones. The gradient of the absolute value analytical function has a discontinuity point in zero

Name	Measure	Comments
		Second most widely used GoF.
Root mean squared error ( <i>RMSE</i> )	$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2}$	Large errors are heavily penalised. Sometimes appears as mean squared error, without the root sign
Root mean squared normalized error ( <i>RMSNE</i> ) or Root mean squared percent error ( <i>RMSPE</i> )	$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - y_i}{y_i}\right)^2}$	Large errors are heavily penalised Normalized measures (also MANE) are very attractive GoFs, since they allow a model to be calibrated using different measures of performance (only relative error is considered). However, instabilities due to low values among the measurements in the fraction's denominator might affect their use
Theil's bias proportion ( <i>Um</i> )	$\frac{N(\bar{y} - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2}$	A high value implies the existence of systematic bias. <i>Um</i> =0 indicates a perfect fit, <i>Um</i> =1 indicates the worst fit
Theil's variance proportion ( <i>Us</i> )	$\frac{N(\sigma_y - \sigma_x)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2}$	A high value implies that the distribution of simulated measurements is significantly different from that of the observed data. <i>Us</i> =0 indicates a perfect fit, <i>Us</i> =1 indicates the worst fit
Theil's covariance proportion ( <i>Uc</i> )	$\frac{2N(1 - r)\sigma_x\sigma_y}{\sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2}$	A low value implies the existence of unsystematic error. <i>Uc</i> =1 indicates a perfect fit, <i>Uc</i> =0 indicates the worst fit. <i>r</i> is the correlation coefficient
Theil's inequality coefficient ( <i>U</i> )	$\frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i)^2} + \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i)^2}}$	Combines effects of all 3 Theil's error proportions ( <i>Um</i> , <i>Us</i> , <i>Uc</i> ). <i>U</i> =0 indicates a perfect fit, <i>U</i> =1 indicates the worst fit
Kolmogorov-Smirnov test	$\max( F_x - F_y )$	<i>F</i> is the cumulative probability density function of <i>x</i> or <i>y</i> Requires more detailed traffic measurements In the case of comparing time-series, two time-series can have the same distribution of values and therefore a really good KS-test result, but may still be completely different

La dernière étape consiste à choisir la procédure d'exploration de l'espace des paramètres. Ici nous choisissons de le réduire à un espace à deux dimensions (seuls deux paramètres varient pour chaque modèle), pour lequel on explore 10 valeurs par paramètre (donc 100 valeurs au total). Cette méthode brutale ne peut être utilisée que dans un cas simple comme le nôtre. Lorsque le nombre de paramètres est plus important (ce qui en pratique est toujours le cas), on peut utiliser des méthodes plus ou moins élaborées pour explorer cet espace de manière non exhaustive (sinon les temps de calcul deviennent supérieurs à la durée de vie des utilisateurs). Ces méthodes doivent cependant permettre de s'approcher du groupe de paramètres optimum.

Notez que ce groupe de paramètres optimum obtenu *in fine* dépend de tous les choix qui ont été faits précédemment :

- Choix des paramètres à caler,
- Choix du jeu de données sur lequel faire le calage,
- Choix de la variable à simuler,
- Choix de la mesure de l'écart entre simulation et observation (GoF)
- Choix de la procédure d'optimisation.

### **Partie 1 : Observation des trajectoires**

Représentez dans le plan  $(x,y)$  et dans le plan  $(x,t)$  des trajectoires de véhicules. Quelles sont les variables auxquelles vous avez accès ? Vous modifierez le code proposé pour analyser d'autres périodes, d'autres voies ...

Analysez les trajectoires sur une voie et expliquez les croisements de trajectoires. Est-ce que l'on peut qualitativement comparer les phénomènes observés sur les voies 7 et 1 ? Avez-vous des explications ?

Sur une représentation  $(x,t)$  que vous agrandirez (ou sur un calcul de vitesse instantanée lissé), observez des modifications de vitesse. Proposez des explications à ce phénomène.

### **Partie 2 : Simulation de trajectoires de paires de véhicules se suivant continuellement pendant toute la traversée de la section**

Dans un modèle de poursuite simple, on considère que le véhicule suiveur adapte sa vitesse à celle de son leader et qu'il ne considère pas plus d'un leader. La trajectoire du leader suffit dans ce modèle à prévoir la trajectoire du suiveur. Quelles sont les phénomènes qui ne sont pas reproduits dans ce modèle ?

Analysez les deux fonctions Newell.m et GMMModel.m. Retrouvez-vous les équations présentées ci-dessus ?

Utilisez le code fourni pour représenter les trajectoires simulées par ces deux modèles avec les valeurs par défaut des paramètres. Est-ce que ces valeurs par défaut conviennent à toutes les situations présentes (analyse paire par paire et au cours des évolutions des trajectoires d'une paire) ?

### **Partie 3 : Calage des deux modèles de poursuite**

Choisissez une variable de calage (MoP) : position, vitesse, ou accélération du suiveur. Justifiez.

Choisissez dans le Tableau 1 deux quantifications de l'écart observation / simulation (GoF). Justifiez.

Codez votre choix de variable (MoP) et vos choix de quantification de l'écart (GoF1 et GoF2). Codez ensuite une exploration brutale du domaine de définition des deux paramètres entre les deux bornes définies dans le code avec au moins un nombre de pas de 10 par paramètre.

Pour une paire de trajectoires judicieusement choisie (au moins), tracez la fonction de coût pour l'ensemble des combinaisons (modèle/GoF) explorées. Existe-t-il un paramètre pour lequel la fonction de coût évolue plus significativement ?

Pour chaque paire de trajectoire, pour les deux GoF et les deux modèles, retenez les valeurs des paramètres optimaux. Dressez un tableau de synthèse pour l'ensemble des paires de trajectoires et faites-en une analyse.

## Références :

- Ciuffo, B. and Punzo, V., 2010a. Verification of traffic micro-simulation model calibration procedures: analysis of Goodness-of-Fit measures. Proceedings of the 89th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, DC.
- Chiabaut, N., Leclercq, L. and Buisson, C. (2010) From heterogeneous drivers to macroscopic patterns in congestion, Transportation Research Part B: Methodological, Volume 44, Issue 2, Pages 299-308. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261509000976>.
- FHWA, (2006a) Fact sheet Interstate 80 Freeway Dataset, <http://www.fhwa.dot.gov/publications/research/operations/06137/index.cfm>, consulté le 18 février 2013.
- FHWA, (2006b) US Highway 101 Dataset, <http://www.fhwa.dot.gov/publications/research/operations/07030/index.cfm>, consulté le 18 février 2013.
- Gerlough, D.L. and Capelle, D.G. (1964) An introduction to traffic flow theory, Highway research Board, special report 79, [http://www.tft.pdx.edu/docs/Intro\\_Traffic\\_Flow\\_Theory\\_1964.pdf](http://www.tft.pdx.edu/docs/Intro_Traffic_Flow_Theory_1964.pdf), consulté le 18 février 2013.
- Hollander, Y. and Liu, R. (2008) The principles of calibrating traffic microsimulation models. Transportation, 35(3), pp. 347-362.
- Newell, G.F. (2002) A simplified car-following theory: a lower order model, Transportation Research Part B: Methodological, Volume 36, Issue 3, Pages 195–205, <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S019126150000448>.
- PTV (2013), <http://vision-traffic.ptvgroup.com/en-us/products/ptv-vissim/>, consulté le 18 février 2013.
- Quadstone (2013) <http://www.paramics-online.com/paramics-product-tour.php>, consulté le 18 février 2013.
- TSS (2013), [http://www.aimsun.com/wp/?page\\_id=21](http://www.aimsun.com/wp/?page_id=21), consulté le 18 février 2013.

Christine Buisson  
LICIT (IFSTTAR/ENTPE)  
Février 2013

# TD MOTUS : Calage de 2 modèles de poursuite

Mathieu KERMEL & Robin LECONTE

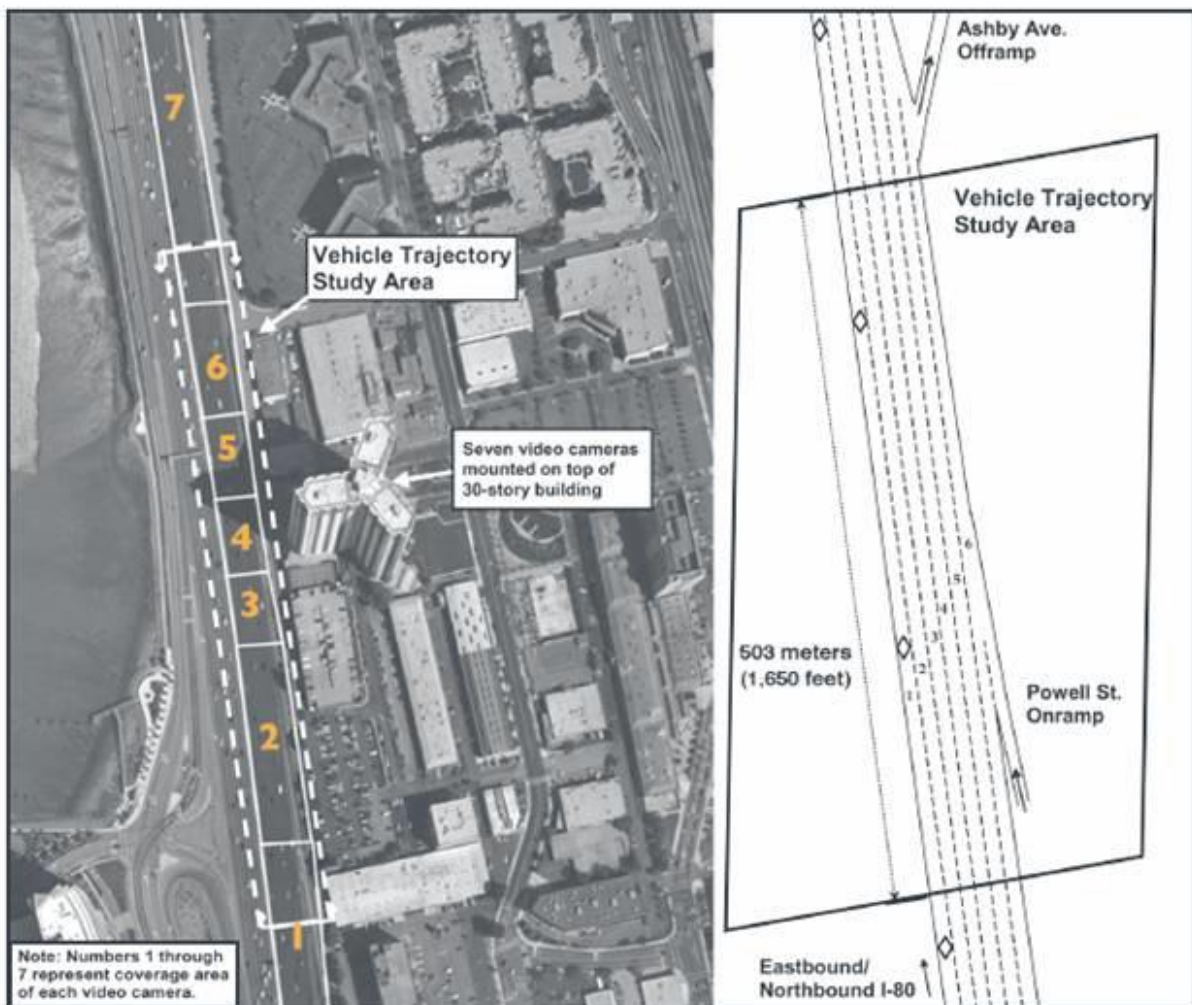
ENTPE, VA Transport, Promotion 59

## Partie I : Observation des trajectoires

Représentation dans les plans  $(x,y)$  et  $(x,t)$  avec les données DATA1 et DATA2 – ce dernier contenant plus d'informations

1	2	3	4	5
N° véhicule	Temps t	y	x	N° Voie

Colonnes du fichier DATA



L'autoroute étudiée

## Représentations de diverses trajectoires :

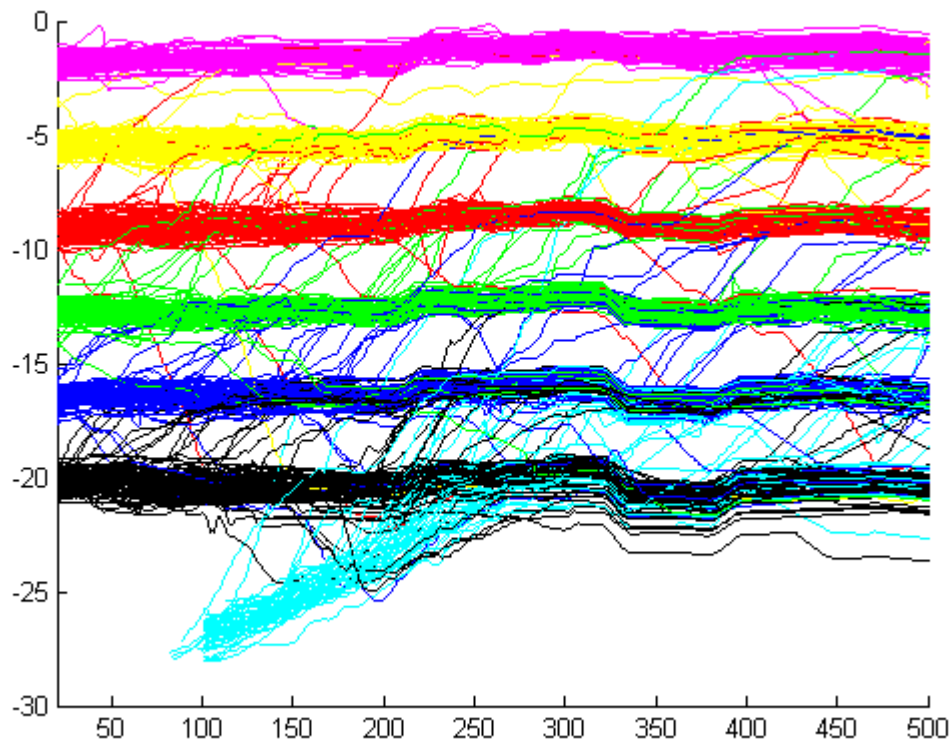


Figure 1 : Trajectoires dans le plan (x,y)

Comment expliquer la partie bleue turquoise ? Elle correspond correspond à la voie 7. Cette dernière est une voie d'insertion ; d'où son le rabattement des véhicules sur la voie 6.

On observe aussi des croisements entre les différentes trajectoires. Ceux-ci correspondent à des changements de voies de la part des conducteurs. On rappelle qu'il s'agit d'une autoroute à 6 voies.

Remarque : on observe parfois, quand un véhicule change de voie, un décalage de toutes les trajectoires. Il s'agit d'un rabattement de courtoisie : les véhicules se rabattent de manière à laisser le nouveau véhicule s'insérer en toute sécurité.



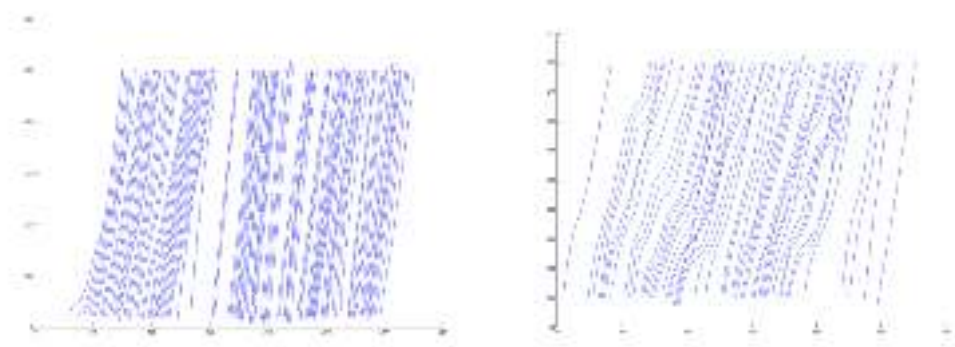


Figure 2 : Voie 1 et voie 7 en représentation (x,t)

Du point de vue qualitatif, l'observation montre que la principale différence entre les voies 1 et 7 est la présence de croisements de trajectoires sur la voie 7 contrairement à la première. Les trajectoires sur la voie 1 sont bien plus « ordonnées » que celles de la voie 7.

Sur la voie 1, en représentation (x,t) il n'y a pas, voir très peu de croisements. C'est une voie rapide sur laquelle les véhicules se suivent à vitesse constante et élevée (comme le montre la pente des trajectoires).

Sur la voie 7, en représentation (x,t), on observe des trajectoires qui se coupent : cela s'explique du fait que cette voie étant lente, certains véhicules empruntent une autre voie pour doubler puis se rabattent.

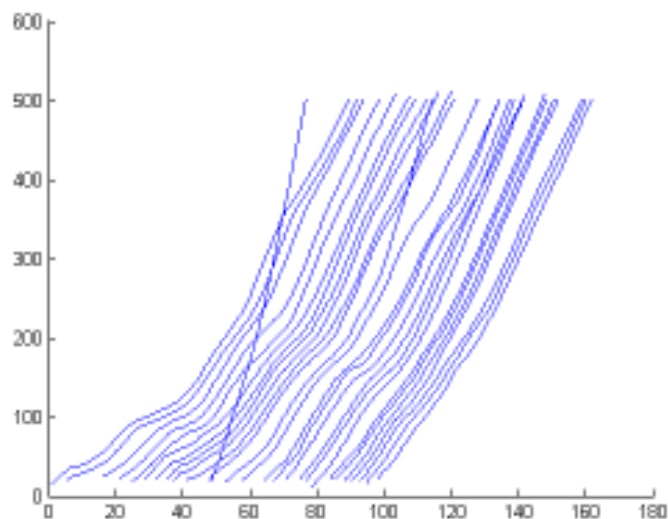


Figure 3 : Représentation de la voie 2 dans le plan (x,t).

On observe qu'un véhicule a une vitesse constante bien plus importante que les autres automobilistes. Comment l'expliquer ? Il sort simplement de la voie. Cependant sa trajectoire est tracée dans le plan (x,y) de cette voie car la représentation se fait sur tous les véhicules qui étaient présents sur la voie étudiée à l'instant 0.

## Partie 2 : Simulation de trajectoires de paires de véhicules se suivant continuellement pendant toute la traversée de la section

### Un modèle de « poursuite simple »

On se place dans un modèle de poursuite simple. Cela signifie que le véhicule suiveur adapte sa vitesse à la vitesse de son leader. De plus, le suiveur ne considère qu'un seul et unique leader. Ainsi, seule l'information de la trajectoire du leader suffira dans ce modèle pour générer la trajectoire de son suiveur.

Forcément, le modèle qui se veut simplifié va omettre de répercuter certains phénomènes sur la simulation qu'il produit. Le modèle ne peut prendre en compte les véhicules qui se doublent et se dépasse puisqu'on est sur un modèle de marche qui se cantonne à une seule voie de circulation. Par conséquent lorsque le leader ralentit le suiveur ralentit aussi et cela sans possibilité de dépassement pour ce dernier. De la même façon si le leader s'arrête alors le suiveur ne peut que s'arrêter.

Notons de plus que le modèle ne prend pas en compte la possibilité qu'a un suiveur de faire varier la distance entre lui et son leader. En effet, l'écart leader-suiveur est fixe dans le modèle de Newell qui comme on le verra plus tard ne réalise en fait que des translations. Pour le modèle de General Motors, les paramètres de temps de réaction et de sensibilité du suiveur étant elles aussi fixées, cela ne pourra donc pas faire intervenir la possibilité qu'a le suiveur de faire varier la distance qui le sépare du leader, comme il peut le faire dans la réalité.

Il y a d'autres paramètres qui ne sont pas pris en compte par le modèle de poursuite simple : les autres véhicules, les obstacles potentiels (incidents, accidents, travaux...), les conditions météorologiques, le trafic environnant...

Pour conclure, le modèle de poursuite simple ne permet pas la prise en compte des événements extérieurs.

### Analyse des deux fonctions Newell.m et GMModel.m :

On nous fournit le code de deux fonctions, l'une Newell détermine une trajectoire du suiveur à partir de deux paramètres ( $s_x$ , la valeur de l'espacement à l'arrêt (en mètres) et  $\tau$ , la valeur du temps de réaction (en secondes)) qui viennent paramétrer une translation, l'autre GMModel détermine la trajectoire du suiveur à partir de deux autres paramètres ( $T$ , le temps de réaction (en secondes) ;  $C$ , le coefficient de sensibilité (homogène à une vitesse, en m/s)).

#### La fonction Newell.m

Le modèle de Newell permet de déterminer la trajectoire d'un véhicule suiveur en fonction de la trajectoire du véhicule qui le précède, le leader. Cette trajectoire est déterminée par une translation. Pour réaliser cette translation entre les trajectoires du leader et du suiveur, on introduit 2 paramètres :

- l'angle ( $\theta$ )
- la longueur translatée ( $l$ ).

Remarquons qu'on retrouve quasiment les équations présentées dans le sujet (formule ci-dessous).

$$x_n(t + \tau^n) = x_{n-1}(t) - s_x^n$$

```
% Newell
sx      =10;      % valeur de l'espace à l'arrêt (en metres)
tau     =1.2;    % Valeur du temps de réaction (en secondes).
w       =sx/tau; % pente du diagramme à droite : vitesse maximale de remontée
           % de la congestion
```

Figure 4 : Paramétrage de Newell.m dans ExoCalibV2013.m

```
function [a] = Newell(leader_exp,Smin,w) % Changement de coordonnées
% On passe des coordonnées (x,t) en (X,T), par une rotation d'angle Teta
% En entrée on a notre trajectoire en deux colonnes -x-t- dans une matrice
% traj

%on définit l'angle (en rad)
Teta = atan(-1/w);
%on définit la longueur de la translation entre le leader et le suiveur
l=Smin/cos(Teta);

%on calcule les coordonnées du leader après un rotation de Teta
%on définit la matrice de rotation
M=[[cos(Teta) -sin(Teta)];[sin(Teta) cos(Teta)]];
%on calcule les coordonnées de la trajectoire du leader dans le nouveau
%repère (X,T)
leader_exp1=M*leader_exp;
clear M
% on en déduit la trajectoire du suiveur par une simple translation de
% longueur l
suiveur_mod1=leader_exp1;
suiveur_mod1(2,:) = suiveur_mod1(2, :)-ones(1,length(suiveur_mod1(2, :)))*l;
% on calcule la trajectoire du suiveur dans l'ancien repère (x,t) par une
% rotation de -Teta
%on définit la matrice de rotation
M=[[cos(-Teta) -sin(-Teta)];[sin(-Teta) cos(-Teta)]];
%on calcule les coordonnées de la trajectoire du leader dans le nouveau
%repère (X,T)
suiveur_mod=M*suiveur_mod1;
clear M
a.suiveur_mod = suiveur_mod;
```

Figure 5 : fonction Newell.m

## La fonction GMModel.m

Pour le modèle de General Motors on a besoin de trois valeurs parce que le modèle utilise la différence des vitesses et pas seulement la position du leader. Ces dernières sont :

- T, le temps de réaction (en secondes)
- C, le coefficient de sensibilité (homogène à une vitesse, en m/s)
- La trajectoire du suiveur expérimental, puisqu'il nous faut utiliser la distance entre lui et le leader à «T avant », c'est-à-dire au temps t=0-T.

```

%% Initialisation
% Tous les leader et les suiveurs ont le même nombre de pas de temps.

% On remplit les premières valeurs du modélisé avec les valeurs de
% l'expérimental pour nbT pas de temps.
nbT=floor(T*10);
suiveur_modGM=zeros(3,length(suiveur_exp));
suiveur_modGM(1,:)=suiveur_exp(1,:);
suiveur_modGM(2:3,1:nbT)=suiveur_exp(2:3,1:nbT);

% ensuite on modélise réellement
for t=nbT+1:length(leader_exp)
    DifX=leader_exp(2,t-nbT)-suiveur_modGM(2,t-nbT);
    DifV=leader_exp(3,t-nbT)-suiveur_modGM(3,t-nbT);
    Accel=C*DifV/DifX;
    suiveur_modGM(3,t)=Accel*T+suiveur_modGM(3,t-nbT);
    suiveur_modGM(2,t)=suiveur_modGM(3,t)*T+suiveur_modGM(2,t-nbT);
end;

```

Figure 6 : fonction GMMModel

On retrouve les équations dans le modèle GM explicité dans le document de l'exercice :

$$x_n'(t+T) = C \times \frac{(x_{n-1} - x_n)}{(x_{n-1} - x_n)}$$

On voit que plus le suiveur est proche du leader, plus le suiveur adapte son allure à celle du leader.

### Erreurs des modèles

On applique les deux modèles à 13 couples de véhicules, on obtient ainsi quatre trajectoires différentes.

Légende :

- trajectoire du leader en noir
- trajectoire du suiveur mesuré en bleu
- trajectoire du suiveur simulé par Newell en rouge
- trajectoire du suiveur simulé par GM en cyan

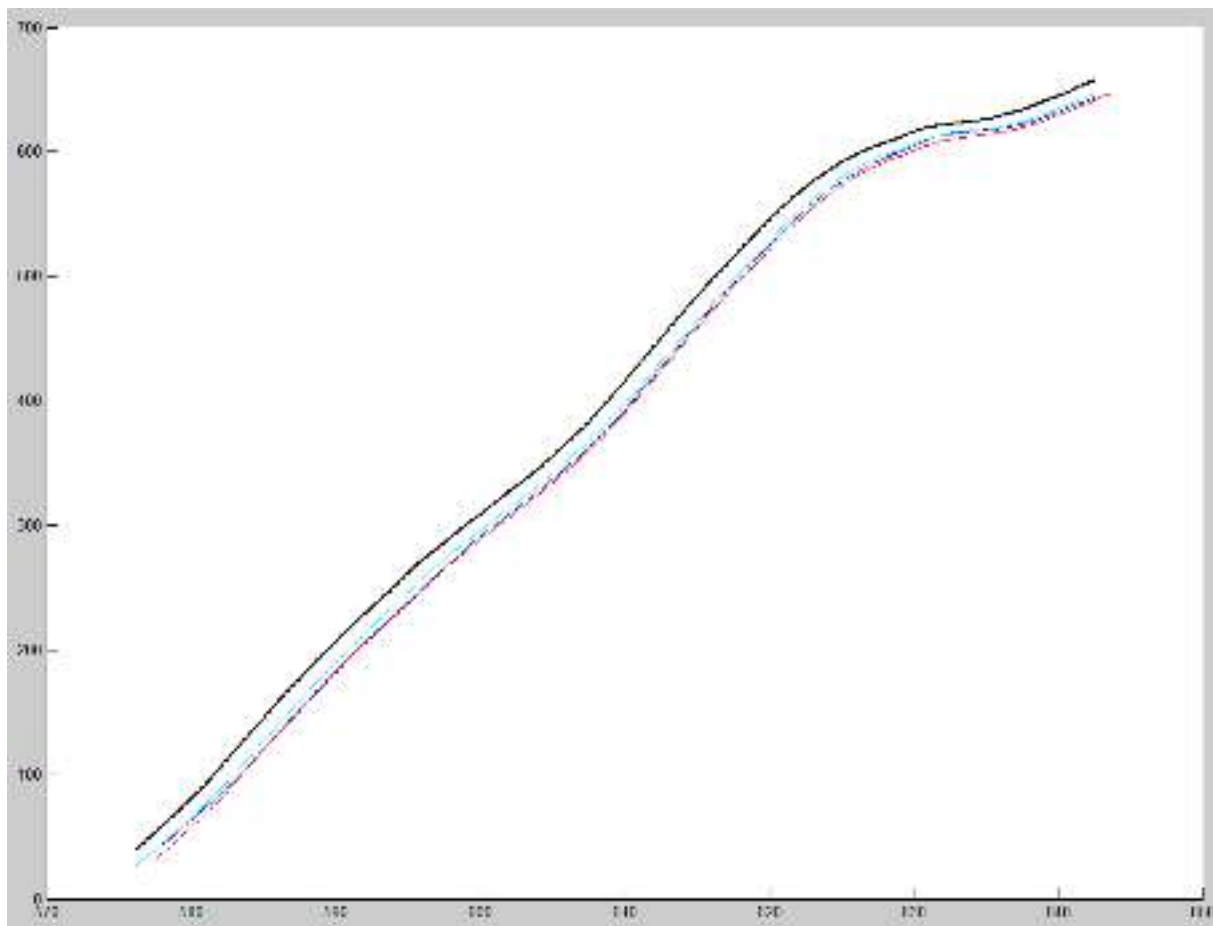


Figure 7 : Simulation des trajectoires de la paire n°3 (x,t)

Sur la plupart des couples de véhicules, les résultats des modèles de poursuites sont plutôt satisfaisants. Néanmoins, on s'aperçoit que lorsqu'il y a des changements de vitesse, les valeurs simulées s'écartent des valeurs mesurées. On le remarque surtout pour le couple n°7, comme on peut le voir ci-après.

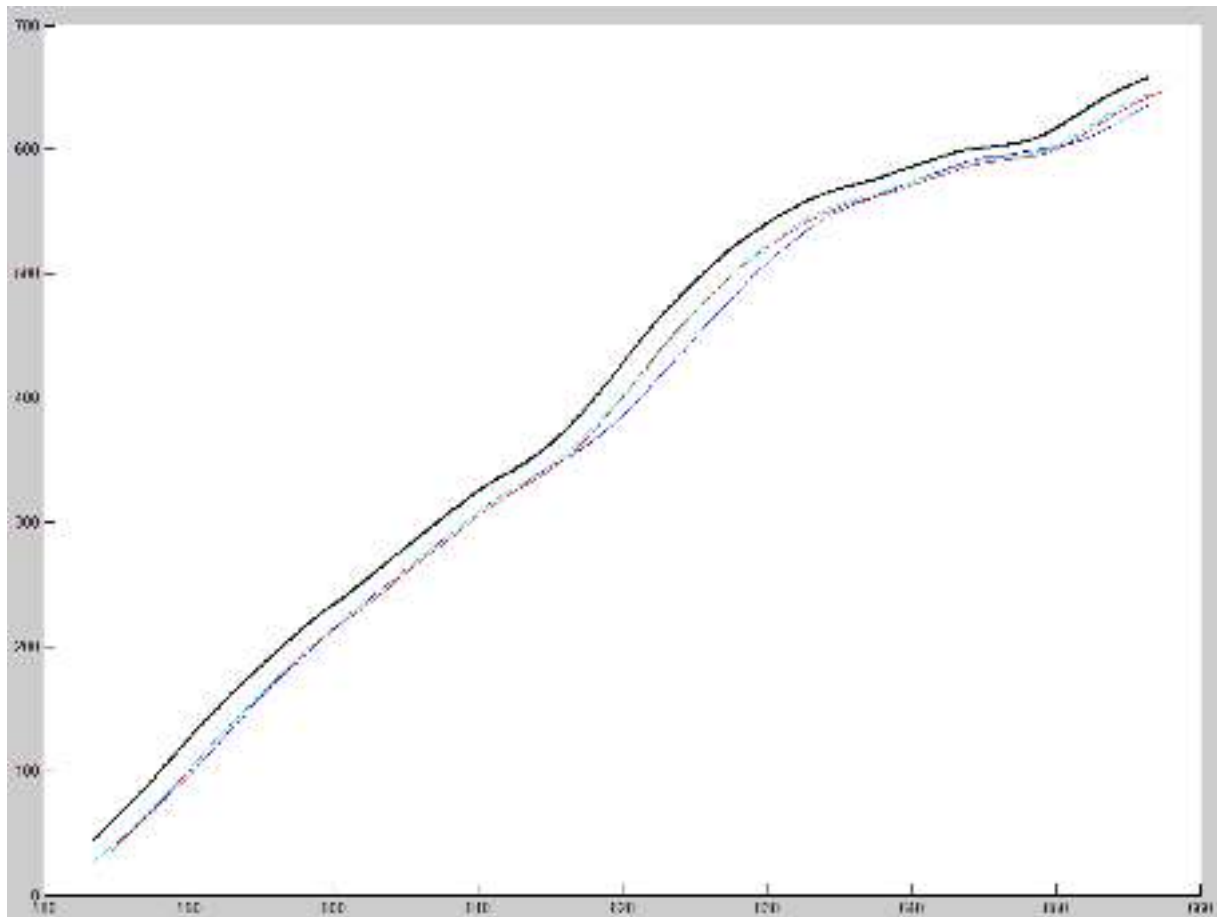


Figure 8 : Simulation des trajectoires de la paire n°7 (x,t)

On remarque ci-après que le modèle de General Motors (en cyan) présente des oscillations. Cela s'explique en partie au fait que la position du suiveur dépend de la vitesse et position du véhicule du leader. En effet, comme l'adaptation de la vitesse du suiveur est entre deux modes (personnelle et en copiant le leader), cela fait apparaître des oscillations lorsqu'on se situe à la limite entre la copie de l'allure du leader et l'adaptation personnelle de la vitesse.

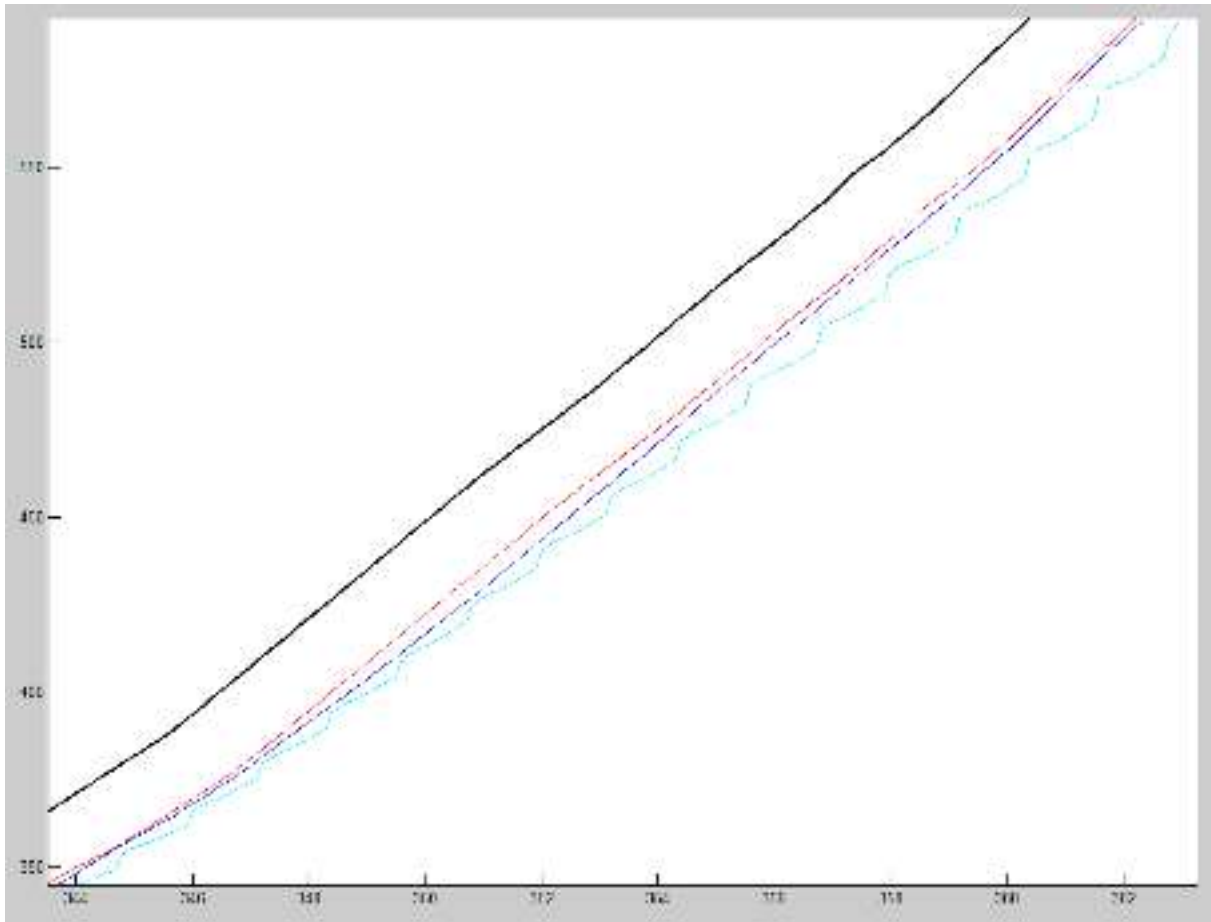


Figure 9 : Zoom sur la simulation des trajectoires de la paire n°10 (x,t)

On remarque ci-dessous que le modèle de General Motors (en cyan) présente des oscillations. Cela s'explique en partie au fait que la position du suiveur dépend de la vitesse et position du véhicule du leader. En effet, comme l'adaptation de la vitesse du suiveur est entre deux modes (personnelle et en copiant le leader), cela fait apparaître des oscillations lorsqu'on se situe à la limite entre la copie de l'allure du leader et l'adaptation personnelle de la vitesse.

### Partie III : Calage de deux modèles de poursuite

#### Quelle variable de calage ?

La variable ici choisie est la position (x). Nous justifions ce choix, tout d'abord car nous serons amenés à utiliser une fonction (RMSE) de quantification d'écart entre simulation et observation qui utilise la position – celle-ci étant déjà programmée.

Mais la seconde raison – bien plus déterminante – est que les relevés de position ne sont pas continus. Autrement dit, il nous est impossible d'obtenir des valeurs correcte de vitesse (et encore moins d'accélération) par simple dérivation de la variable x. C'est donc bel et bien les données qui conditionnent notre choix de variable de calage.

## Quelles fonctions pour quantifier l'écart simulation/observation ?

Nous avons choisi d'utiliser les fonctions :

- RMSE (Root Mean Squared Error). Celle-ci est déjà écrite et se trouve sensible aux écarts importants.
- MAE (Mean Absolute Error). Elle calcule la moyenne des écarts en valeur absolue. Peu sensible aux grands écarts, nous l'avons choisie pour comparer les résultats à la précédente fonction.

*Les codes de ces fonctions sont en annexe.*

### Codage.

Les deux modèles de poursuite (Newell et GM) utilisent tous deux, 2 variables que nous cherchons à caler. Nous allons donc parcourir une grille de valeurs pour couvrir tous les couples de valeur possibles et sauvegarder celui qui minimise l'écart (écart calculé à l'aide des fonctions RMSE et MAE).

Fonctionnement type de l'algorithme :

En notant V1 et V2 les variables à caler.

Pour un véhicule i. Pour V1 et V2 allant de leur valeur minimale à maximale FAIRE :

- Calculer écart (modélisation – observation) avec MAE ou RMSE
- Si cet écart est inférieur au plus petit écart calculé lors des itérations précédentes FAIRE :
  - o Enregistrer cet écart en tant que plus petit écart
  - o Enregistrer V1 et V2 donnant cet écart (ou plutôt écraser les valeurs précédentes)

A la fin de la double itération (boucles FOR) renvoyer le couple qui a minimisé la fonction de coût.

*Remarque : vous pourrez aussi observer dans le corps des fonctions quelques lignes de code servant à la représentation 3D de la fonction COUT :  $(V1, V2) \rightarrow \text{Cout}(V1, V2)$ .*

Nous avons donc écrit 4 fonctions (codes en annexe) :

- Calage\_GM\_mae.m : renvoie le couple optimal (C,T) qui minimise le coût au sens de la fonction MAE.
- Calage\_GM\_rmse.m : renvoie le couple optimal (C,T) qui minimise le coût au sens de la fonction RMSE.
- Calage\_Newell\_mae.m : renvoie le couple optimal (Sx,Tau) qui minimise le coût au sens de la fonction MAE.
- Calage\_Newell\_rmse.m : renvoie le couple optimal (Sx,Tau) qui minimise le coût au sens de la fonction RMSE.

Pour les fonctions calage GM, on utilise Cmin = 0,5 Cmax = 10,5 et un pas de 0,1. Tmin = 0,5 Tmax = 4,5 et un pas de 0,1.

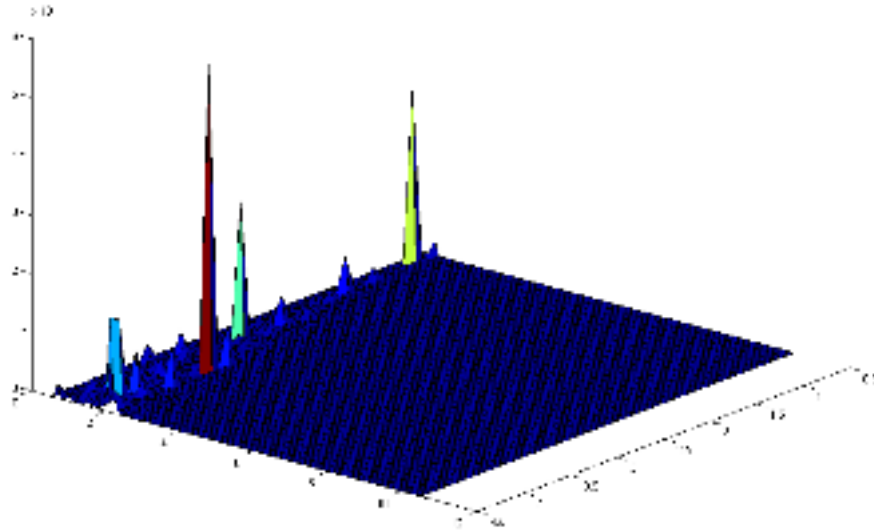
Pour les fonctions calage Newell, on utilise Sxmin = 1 Sxmax = 20 et un pas de 1. Taumin = 0,5 Taumax = 1,5 et un pas de 0,1.



## Représentation graphiques de la fonction coût (Voie 7)

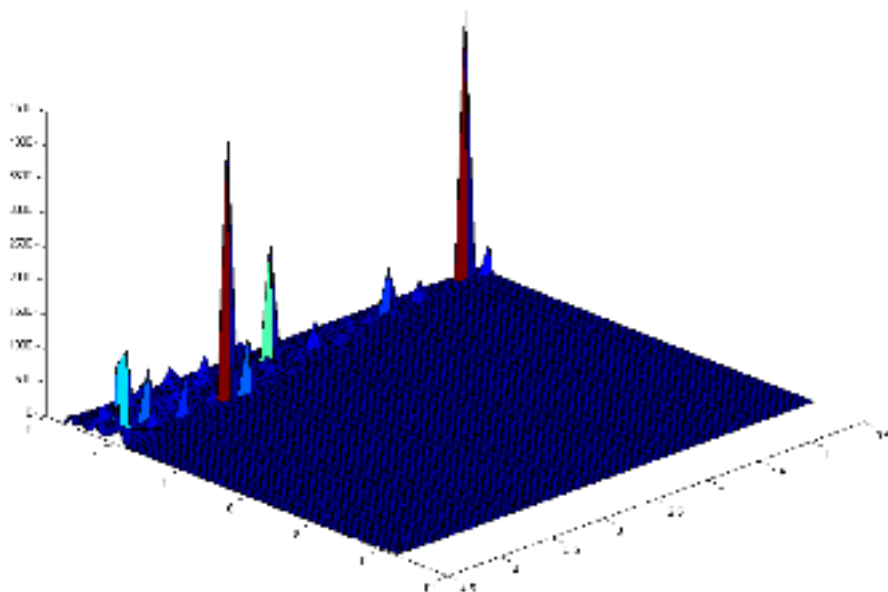
La voie 7 est choisie car elle induit les modèles les plus écartés de l'observation

- Calage GM RMSE :



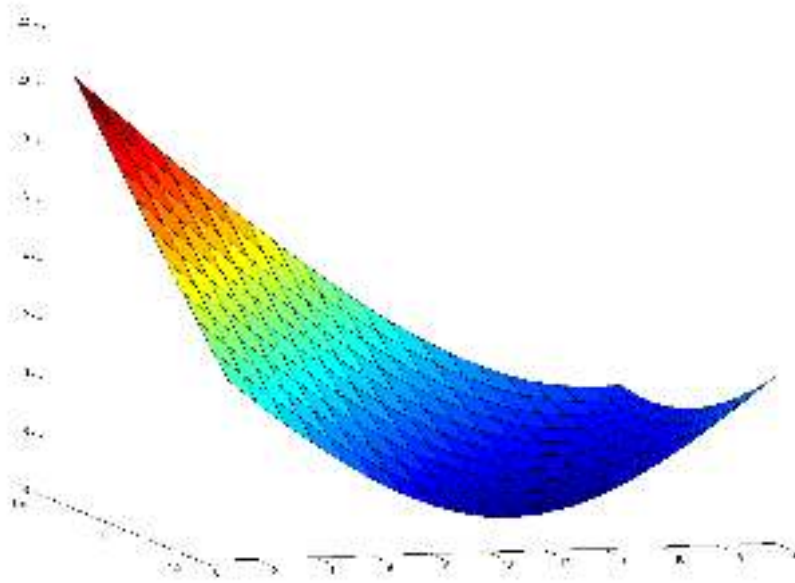
Calage : C = 3,7 et T = 3,4

- Calage GM MAE :



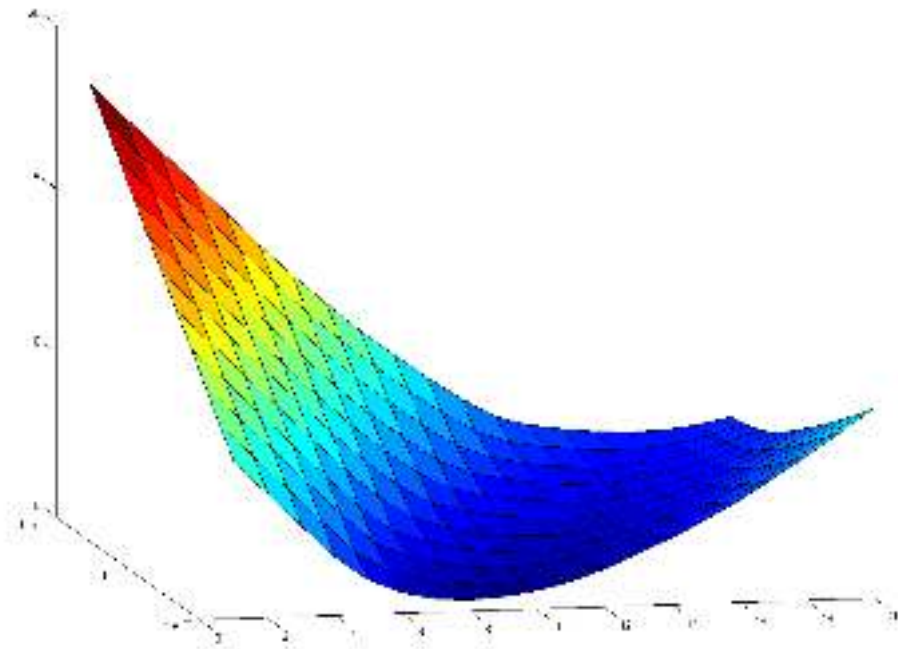
Calage : C = 3,9 et T = 3,3

- Calage Newell RMSE :



Calage :  $S_x = 11$  et  $\tau = 1,5$

- Calage Newell MAE :



Calage :  $S_x = 8$  et  $\tau = 1,5$

Remarques : L'écart des valeurs issues des 2 fonctions de coût est minime ; ce qui laisse à penser que nos fonctions sont écrites correctement.

Les représentations graphiques issues du modèles GM ne sont pas explicites. Afin de mieux visualiser le minimum de la fonction coût, on peut jouer sur les axes.

### Tableau récapitulatif des couples :

Paires de véhicules	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Newell sx optimal rmse	8	2	6	14	3	4	11	9	7	20	6	10	8
Newell tau optimal rmse	0,9	1,2	1,4	0,9	1,5	1,2	1,5	0,7	0,8	0,9	1,5	0,9	0,9
Newell sx optimal mae	7	2	6	14	2	4	8	9	8	20	7	9	8
Newell tau optimal mae	1	1,2	1,3	0,9	1,5	1,2	1,5	0,6	0,7	0,9	1,4	1	0,9
GM C optimal rmse	10,5	10,3	4,4	10,5	7,8	10,3	3,7	10,5	10,2	10,5	6,7	10,4	10,5
GM T optimal rmse	1,4	1	1,9	1,5	1,4	2,2	3,4	1,6	0,9	1	1,3	1,4	1,4
GM C optimal mae	10,5	10,4	4,4	10,5	5,9	10,5	3,9	10,5	10,2	10,5	6,8	10,5	10,5
GM T optimal mae	1,4	1	2,1	2,7	1,4	2,7	3,3	1,6	0,9	1,5	1,6	1,2	1,6

	Moyennes
Newell sx optimal rmse	8,3
Newell tau optimal rmse	1,1
Newell sx optimal mae	8,0
Newell tau optimal mae	1,1
GM C optimal rmse	8,9
GM T optimal rmse	1,6
GM C optimal mae	8,9
GM T optimal mae	1,8

La valeur moyenne T (temps de réaction) est bonne puisqu'elle est conforme à la réalité. On a en effet l'habitude de prendre une valeur autour de 2 secondes.

La valeur sx – distance entre véhicules à l'arrêt est elle aussi tout à fait cohérente voire plus grande que la réalité.

## Annexes :

### CALAGE NEWELL RMSE

```
% bornes d'évolution des paramètres de Newell
    sxmin    = 1;      % Valeur minimale de la distance entre deux avants
                    % successifs de voiture (en mètres !)
    sxmax    = 20;    % valeur maximale
    taumin   = 0.5;   % temps de réaction minimal (en secondes)
    taumax   = 1.5;   % temps de réaction maximal (idem)

    X = 1:1:20;
    Y = 0.5:0.1:1.5;
    Z = zeros(20,11);

    l = 1;
    m = 1;

    load i101.mat

    %% On a sélectionné pour vous 13 paires de véhicules qui se suivent
    % dans toute la traversée de la section (sans changement de voie ni
    % ni du leader ni du suiveur).

Veh=[1,2,84;1,4,14;2,2,126;1,3,26;1,3,95;1,2,39;2,2,128;3,5,17;2,4,6;1,4,45
;3,5,33;1,2,26;2,4,23];

    i = 7;% length(Veh)
        figure;
        hold on;

        sx0 = sxmin;
        tau0 = taumin;
        sx = sxmin;
        tau = taumin;

        diffmin = 1000 ;

        jeu=Veh(i,1);
        k=Veh(i,2);
        j=Veh(i,3);
        [a] = ext_donnees(voie,jeu,k,j);
        leader_exp = a.leader_exp;
        suiveur_exp = a.suiveur_exp;
        % plot(leader_exp(1,:),leader_exp(2,),'k','LineWidth',2);
        % plot(suiveur_exp(1,:),suiveur_exp(2,),'b');

        % plot(suiveur_Ne(1,:),suiveur_Ne(2,),'r');

    for sx0 = sxmin:1:sxmax
        m = 1;
```

```

    for tau0 = taumin:0.1:taumax

        w=sx0/tau0;
        a=Newell(leader_exp(1:2,:),sx0,w);
        suiveur_Ne(1:2,1:length(a.suiveur_mod(1,:))) =
a.suiveur_mod;
        diff = rmse_traj(a.suiveur_mod,suiveur_exp);
        if diff < diffmin

            diffmin = diff;
            sx = sx0;
            tau = tau0;

        end;

        Z(1,m) = diff;

        m = m + 1;

    end;

    % clear a jeu k j leader_exp suiveur_exp suiveur_Ne suiveur_GM
suiveur_GMV2

end;

l = l+1;
end;
surf(Y,X,Z)
sx
tau

```

## CALAGE GM MAE

```

% bornes d'évolution des paramètres de GM
Cmin = 0.5; % valeur minimale du coeficient de sensibilité
(homogène à une vitesse)
Cmax = 10.5; % valeur maxi
Tmin = 0.5; % temps de réaction minimal (en secondes)
Tmax = 4.5; % Temps de réaction maximal (idem)

X = 0.5:0.1:10.5 ; % Vecteurs et matrices destinés à tracer la surface
3D des coûts
Y = 0.5:0.1:4.5;
Z = zeros(101,41);

l = 1; % Variables d'incrémentatation
m = 1;

load i101.mat
%% On a sélectionné pour vous 13 paires de véhicules qui se suivent
% dans toute la traversée de la section (sans changement de voie ni
% ni du leader ni du suiveur).

```

```
Veh=[1,2,84;1,4,14;2,2,126;1,3,26;1,3,95;1,2,39;2,2,128;3,5,17;2,4,6;1,4,45;3,5,33;1,2,26;2,4,23];
```

```
i = 7;% length(Veh)
figure;
hold on;

C0 = Cmin;
T0 = Tmin;
C = Cmin;
T = Tmin;

diffmin = 1000 ;

jeu=Veh(i,1);
k=Veh(i,2);
j=Veh(i,3);
[a] = ext_donnees(voie,jeu,k,j);
leader_exp = a.leader_exp;
suiveur_exp = a.suiveur_exp;
% plot(leader_exp(1,:),leader_exp(2:,:), 'k', 'LineWidth',2);
% plot(suiveur_exp(1,:),suiveur_exp(2:,:), 'b');

% plot(suiveur_Ne(1,:),suiveur_Ne(2:,:), 'r');

for C0 = Cmin:0.1:Cmax
    m = 1;
    for T0 = Tmin:0.1:Tmax

suiveur_GM=GMModel(leader_exp(1:3,:),suiveur_exp(1:3,:),C0,T0);

        diff = mae_traj(suiveur_GM,suiveur_exp);
        if diff < diffmin

            diffmin = diff;
            C = C0;
            T = T0;
            % Si on obtient un coût plus bas au précédant, on sauve
les valeurs.
            end;

            Z(1,m) = diff;% On garde en mémoire la valeur de l'écart

            m = m + 1;

        % clear a jeu k j leader_exp suiveur_exp suiveur_Ne suiveur_GM
suiveur_GMV2

        end;

    l = l+1;
    end;
```

```
surf(Y,X,Z) % Tracé de la surface.  
C  
T
```

Pour obtenir les deux fonctions restantes, il suffit de remplacer `rmse_traj` par `mae_traj` dans la première et l'inverse dans la seconde.