APPROCHE STATIQUE

2013-2014

Denis Garnier * , Anne-Sophie Colas ** , Jean-Claude Morel ***

* Laboratoire Navier, Ecole des Ponts ParisTech email : denis.garnier@enpc.fr

** IFSTTAR. email : Anne-Sophie.Colas@ifsttar.fr

*** LGCB, ENTPE. email : jeanclaude.morel@entpe.fr

Plan du cours

20/09 **Introduction au raisonnement du calcul à la rupture et analyse limite :** Charge extrême et charge limite d'une structure réticulée

Amphi : 1h30 ; PC : 1h30

27/09 **Théorie du calcul à la rupture : approche statique par l'intérieur.**

Amphi : 1h30 ; PC : 1h30

04/10 **Travaux dirigés : approche statique**

PC : 3h

11/10 **Approche cinématique du calcul à la rupture. Fonctions "π".**

Amphi : 1h30 ; PC : 1h30

18/10 **Travaux dirigés : approche cinématique**

PC : 3h

25/10 **Poutres en flexion**

Amphi : 1h30 ; PC : 1h30

8/11 **Modélisation mixte (1h) ; TP TALREN (2h)**

15/11 **Travaux dirigés : poutres en flexion**

PC : 3h

22/12 **Contrôle des connaissances**

MILIEU CONTINU 3D

MILIEU CONTINU 3D

- Efforts :

MILIEU CONTINU 3D

- Efforts :

Contrainte $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$

MILIEU CONTINU 3D

- <u>Efforts</u> :

Contrainte $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$

$$\text{Equilibre} \left\{ \begin{array}{l} \text{div}\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) + \rho(\underline{\mathsf{F}}) = \underline{0} \\ [\![\underline{T}(\underline{x})]\!] = [\![\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})]\!] \cdot \underline{n} = \underline{0} \end{array} \right.$$

- Efforts :

Contrainte $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$

$$\text{Equilibre} \left\{ \begin{array}{l} \text{div}\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) + \rho(\underline{\mathsf{F}}) = \underline{0} \\ [\![\underline{T}(\underline{x})]\!] = [\![\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})]\!] \cdot \underline{n} = \underline{0} \end{array} \right.$$

- Cinématique :

MILIEU CONTINU 3D

- Efforts :

Contrainte $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$

$$\text{Equilibre} \begin{cases} \text{div}\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) + \rho(\underline{\mathsf{F}}) = \underline{0} \\ [\![\underline{T}(\underline{x})]\!] = [\![\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})]\!] \cdot \underline{n} = \underline{0} \end{cases}$$

- Cinématique :

Vitesse $\underline{V}(\underline{x})$

MILIEU CONTINU 3D

- Efforts :

Contrainte $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$

$$\text{Equilibre} \left\{ \begin{array}{l} \text{div}\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) + \rho(\underline{\text{F}}) = \underline{0} \\ [\![\underline{T}(\underline{x})]\!] = [\![\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})]\!] \cdot \underline{n} = \underline{0} \end{array} \right.$$

- Cinématique :

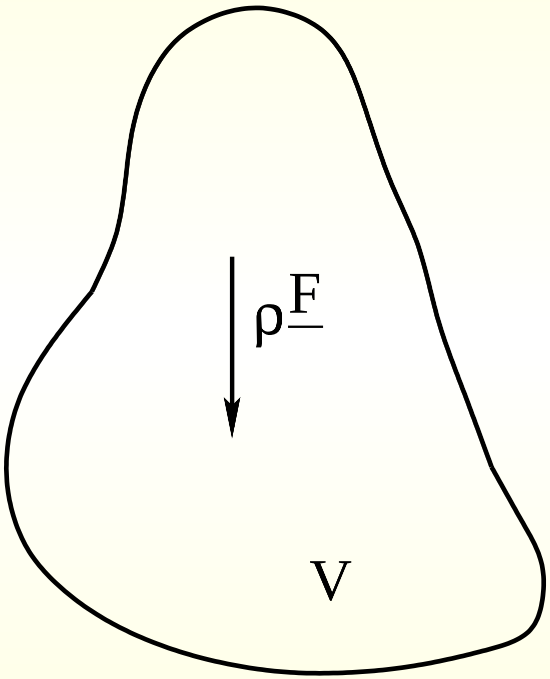
Vitesse $\underline{V}(\underline{x})$

$$\underline{\underline{\text{d}}}(\underline{x}) = \frac{1}{2} \left\{ \underline{\underline{\text{grad}}}\, \underline{\text{V}}(\underline{x}) \ + \ {}^{t}\underline{\underline{\text{grad}}}\, \underline{\text{V}}(\underline{x}) \right\}$$

$\underline{\underline{\text{d}}}(\underline{x})$ = taux de déformation

CONDITIONS DE CHARGEMENT

- Forces de volume $\rho\,\underline{F}$

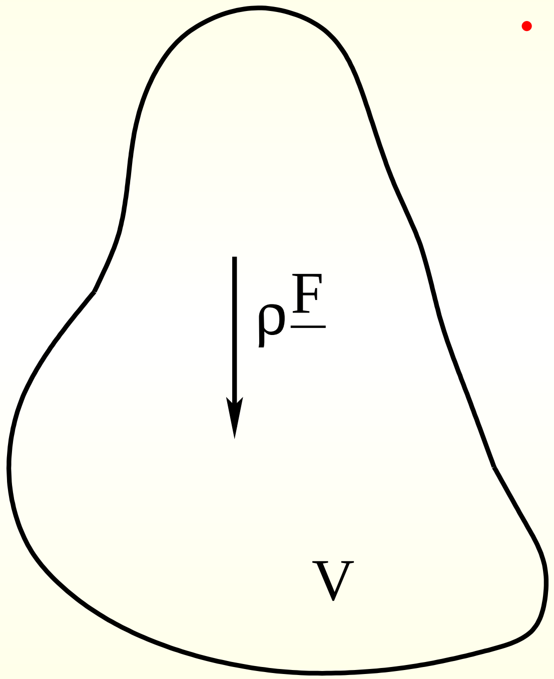


$S = \partial V$

CONDITIONS DE CHARGEMENT

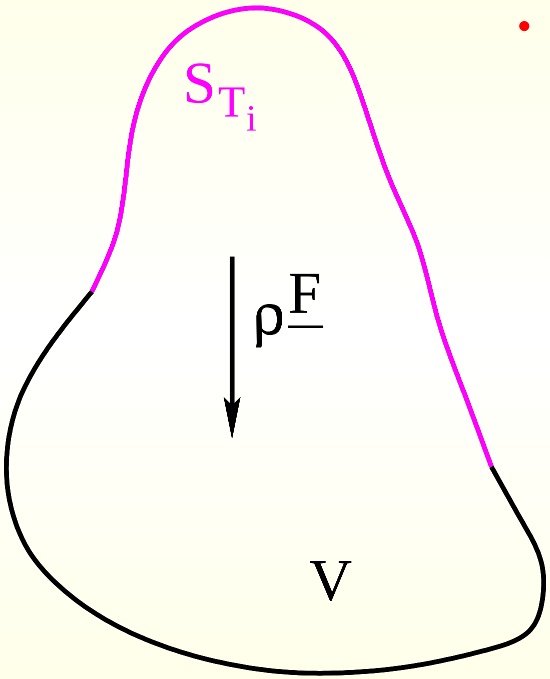
- Forces de volume $\rho \, \underline{F}$

- Conditions aux limites



$S = \partial V$

CONDITIONS DE CHARGEMENT



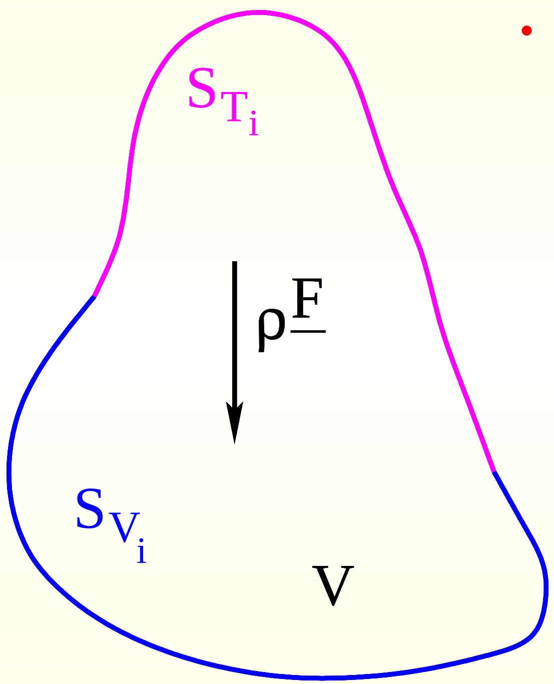
$S = \partial V$

- Forces de volume $\rho\,\underline{F}$
- Conditions aux limites

<u>en contrainte</u>

$$T_i(\underline{x}) = T_i^d(\underline{x}) \qquad \forall \underline{x} \in S_{T_i}$$

CONDITIONS DE CHARGEMENT



$S = \partial V$

- Forces de volume $\rho\,\underline{F}$
- Conditions aux limites

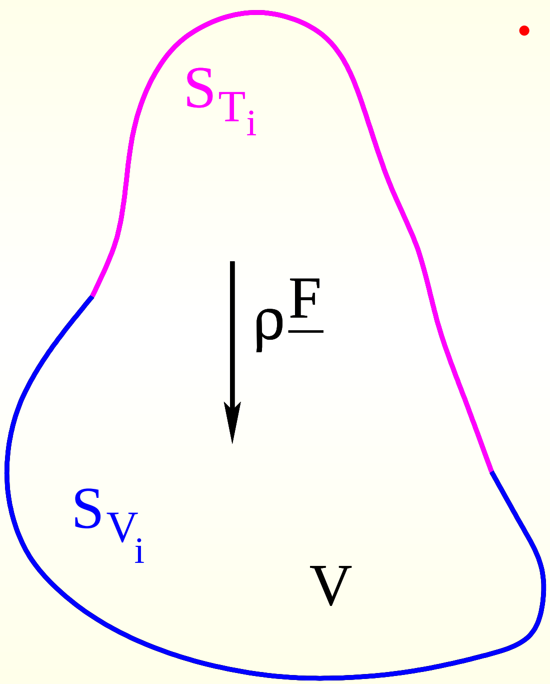
<u>en contrainte</u>

$$T_i(\underline{x}) = T_i^d(\underline{x}) \qquad \forall \underline{x} \in S_{T_i}$$

<u>en vitesse</u>

$$v_i(\underline{x}) = v_i^d(\underline{x}) \qquad \forall \underline{x} \in S_{v_i}$$

CONDITIONS DE CHARGEMENT



- Forces de volume $\rho \, \underline{F}$
- Conditions aux limites

<u>en contrainte</u>

$$T_i(\underline{x}) = T_i^d(\underline{x}) \qquad \forall \underline{x} \in S_{T_i}$$

<u>en vitesse</u>

$$v_i(\underline{x}) = v_i^d(\underline{x}) \qquad \forall \underline{x} \in S_{v_i}$$

$S = \partial V$

$$\boxed{\begin{array}{l} S_{v_i} \cap S_{T_i} = \emptyset \\ S_{v_i} \cup S_{T_i} = S = \partial V \end{array}}$$

MODE DE CHARGEMENT À N PARAMÈTRES

S : champs $\underline{\underline{\sigma}}$ S.A.

C : champs $\underline{v}$ C.A.

MODE DE CHARGEMENT À N PARAMÈTRES

S : champs $\underline{\underline{\sigma}}$ S.A.

C : champs $\underline{v}$ C.A.

- P.P.V.

$$\boxed{\begin{array}{ll} \forall \underline{\underline{\sigma}} \in \mathsf{S} & \\ & P_e(\underline{v}) = P_d(\underline{v}) \\ \forall \underline{v} \in \mathsf{C} & \end{array}}$$

$$P_e(\underline{v}) = \int_V \rho \underline{F} \cdot \underline{v} \, dV + \int_{\partial V} \underline{T} \cdot \underline{v} \, dS$$

$$P_d(\underline{v}) = \int_V \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} \;\, dV + \int_\Sigma (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n}) \cdot [\![\underline{v}]\!] \, dS$$

MODE DE CHARGEMENT À N PARAMÈTRES

S : champs $\underline{\underline{\sigma}}$ S.A.

C : champs $\underline{v}$ C.A.

- P.P.V.

$$\begin{array}{l} \forall \underline{\underline{\sigma}} \in \mathsf{S} \\ \forall \underline{v} \in \mathsf{C} \end{array} \qquad P_e(\underline{v}) = P_d(\underline{v})$$

$$P_e(\underline{v}) = \int_V \rho \underline{F} \cdot \underline{v} \, dV + \int_{\partial V} \underline{T} \cdot \underline{v} \, dS$$

$$P_d(\underline{v}) = \int_V \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} \;\; dV + \int_\Sigma (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n}) \cdot [\![\underline{v}]\!] \, dS$$

- Chargement à n paramètres

$$\begin{array}{l} \forall \underline{\underline{\sigma}} \in \mathsf{S} \\ \forall \underline{x} \in \mathsf{C} \end{array} \qquad P_e = \sum_{i=1}^{n} Q_i \dot{q}_i = \underline{Q} \cdot \underline{\dot{q}}$$

MODE DE CHARGEMENT À N PARAMÈTRES

S : champs $\underline{\underline{\sigma}}$ S.A.

C : champs $\underline{v}$ C.A.

- P.P.V.

$$\boxed{\begin{array}{ll} \forall \underline{\underline{\sigma}} \in \mathrm{S} & \\ & P_e(\underline{v}) = P_d(\underline{v}) \\ \forall \underline{v} \in \mathrm{C} & \end{array}}$$

$$P_e(\underline{v}) = \int_V \rho \underline{F} \cdot \underline{v} \, dV + \int_{\partial V} \underline{T} \cdot \underline{v} \, dS$$

$$P_d(\underline{v}) = \int_V \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} \;\; dV + \int_\Sigma (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n}) \cdot [\![\underline{v}]\!] \, dS$$

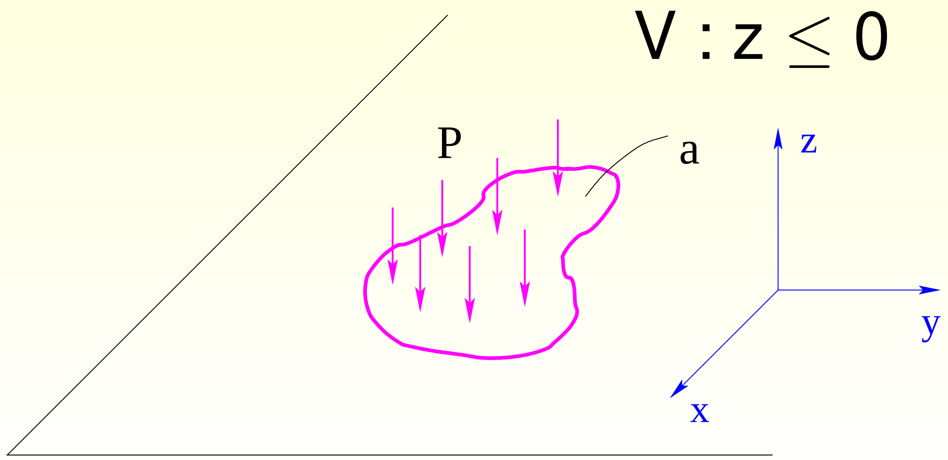
- Chargement à n paramètres

$$\boxed{\begin{array}{ll} \forall \underline{\underline{\sigma}} \in \mathrm{S} & P_e = \sum_{i=1}^{n} Q_i \dot{q}_i = \underline{Q} \cdot \underline{\dot{q}} \\ \forall \underline{x} \in \mathrm{C} & \end{array}}$$

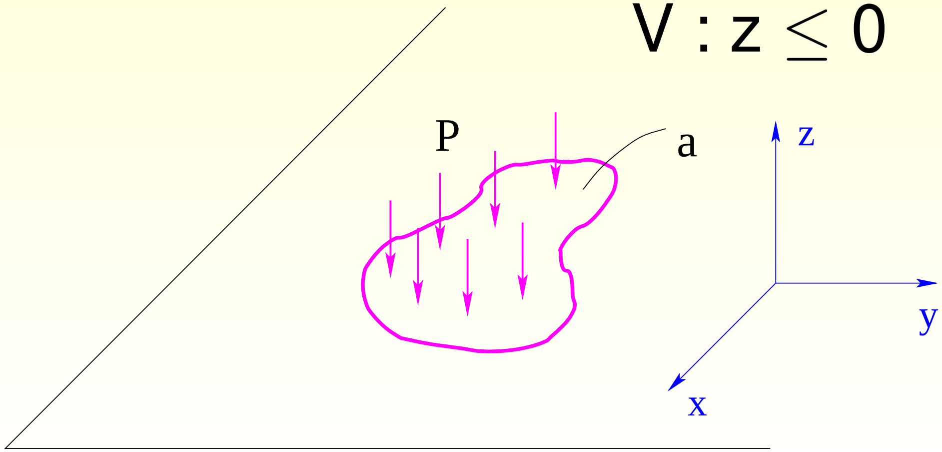
$\underline{Q} \in \mathcal{R}^n$ linéaire en $\underline{\underline{\sigma}}$

$\underline{\dot{q}} \in \mathcal{R}^n$ linéaire en $\underline{v}$

EXEMPLE 1



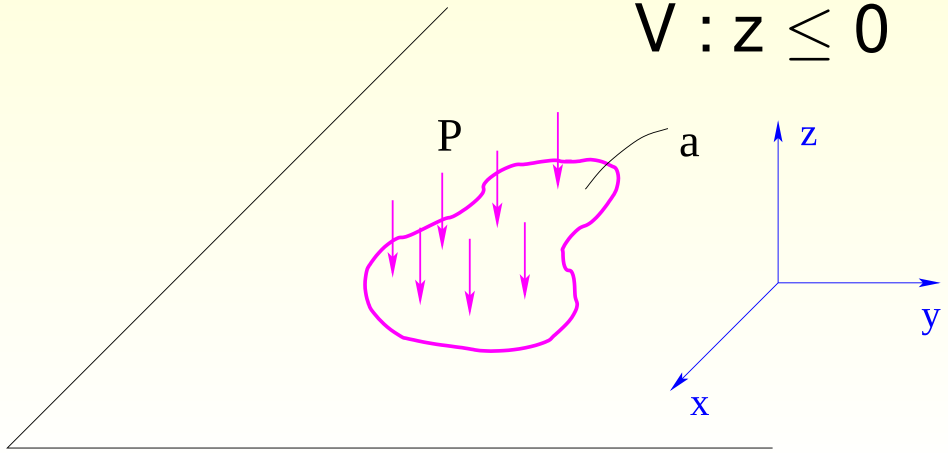
EXEMPLE 1



$V : z \leq 0$

- $\rho \, \underline{F} = \underline{\gamma}$

EXEMPLE 1

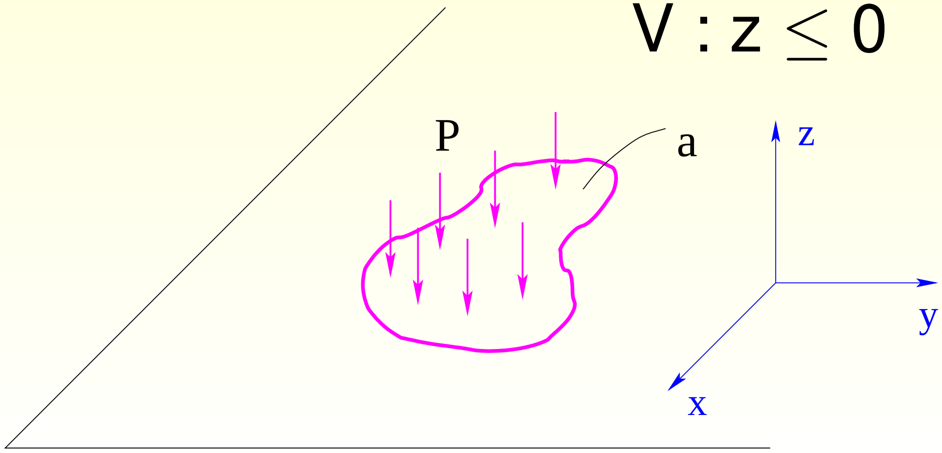


$V : z \leq 0$

- $\rho\, \underline{F} = \underline{\gamma}$
- $Oxy \setminus a \quad \underline{T} = \underline{0}$

sur a $\begin{cases} T_x = T_y = 0 \\ T_z = -p \end{cases}$

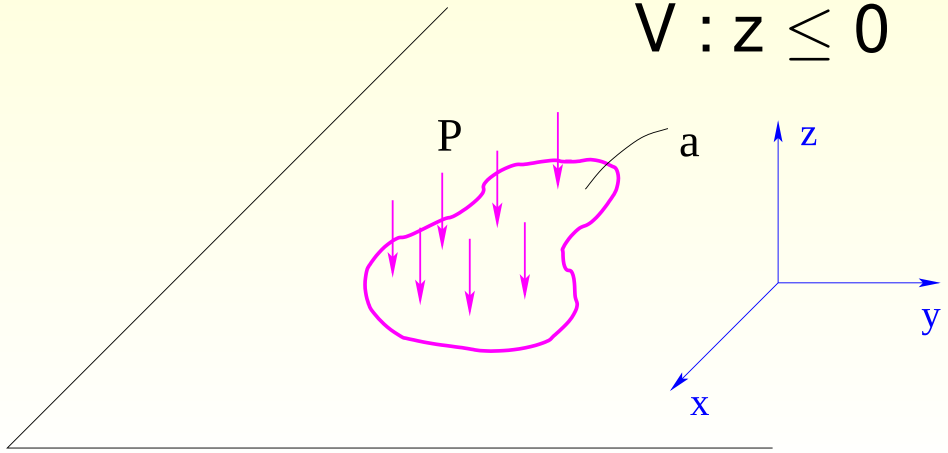
$V : z \leq 0$



- $\rho \, \underline{F} = \underline{\gamma}$
- $O\,x\,y \setminus a \quad \underline{T} = \underline{0}$

  sur a $\begin{cases} T_x = T_y = 0 \\ T_z = -p \end{cases}$
- à l'infini $\quad \underline{v} = \underline{0}$

EXEMPLE 1



$V : z \leq 0$

- $\rho\, \underline{F} = \underline{\gamma}$
- $O\,x\,y \setminus a \quad \underline{T} = \underline{0}$

  sur a $\begin{cases} T_x = T_y = 0 \\ T_z = -p \end{cases}$
- à l'infini $\quad \underline{v} = \underline{0}$

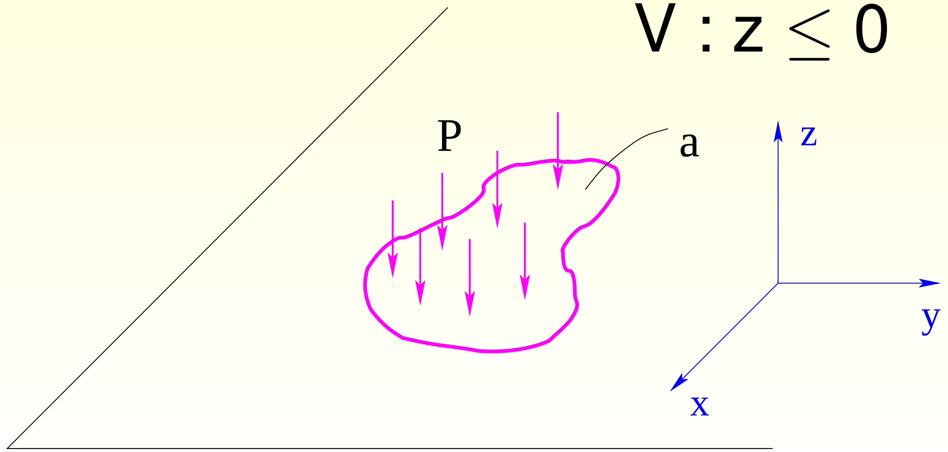
$\forall \underline{v} \in C$

$$P_e = \gamma \int_V -v_z dV + p \int_a -v_z dS$$

$\forall \underline{\underline{\sigma}} \in S$

EXEMPLE 1

$V : z \leq 0$



- $\rho\,\underline{F} = \underline{\gamma}$
- $Oxy \setminus a \quad \underline{T} = \underline{0}$

  sur a $\begin{cases} T_x = T_y = 0 \\ T_z = -p \end{cases}$
- à l'infini $\quad \underline{v} = \underline{0}$

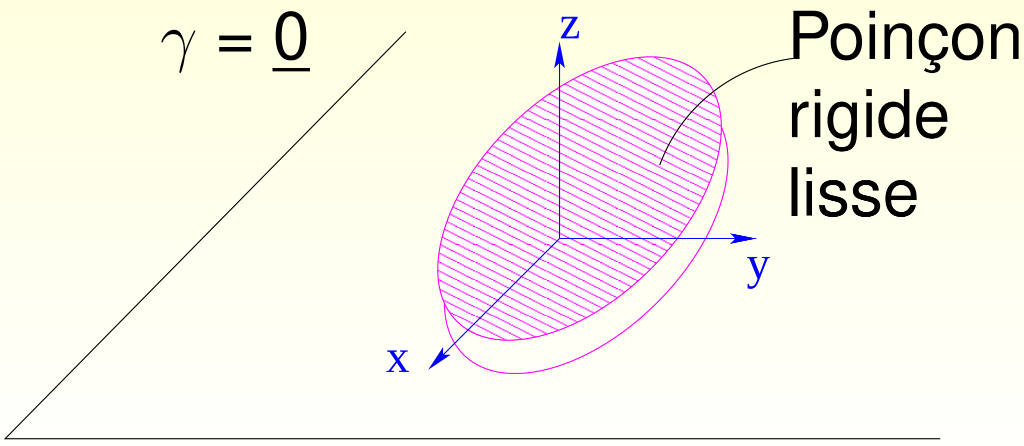
$\forall \underline{v} \in C$

$$P_e = \gamma \int_V -v_z dV + p \int_a -v_z dS$$

$\forall \underline{\underline{\sigma}} \in S$

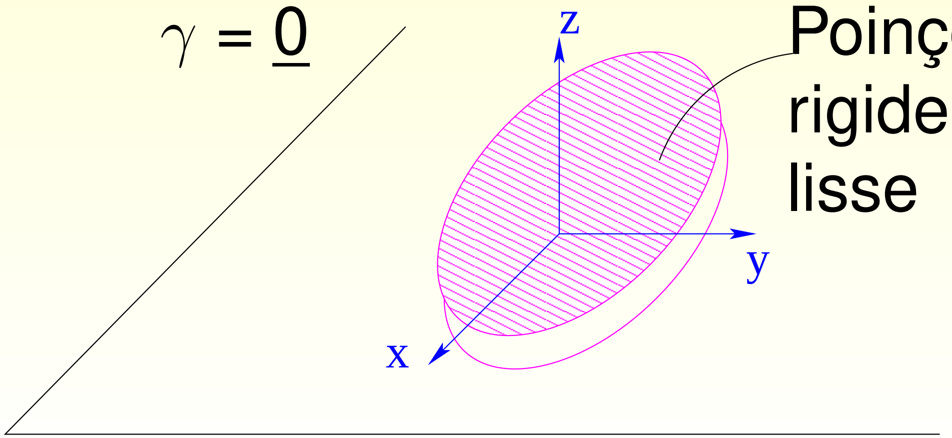
$$\boxed{\begin{array}{ll} Q_1 = \gamma & Q_2 = p \\ \dot{q}_1 = \int_V -v_z dV & \dot{q}_2 = \int_a -v_z dS \end{array}}$$

EXEMPLE 2



EXEMPLE 2

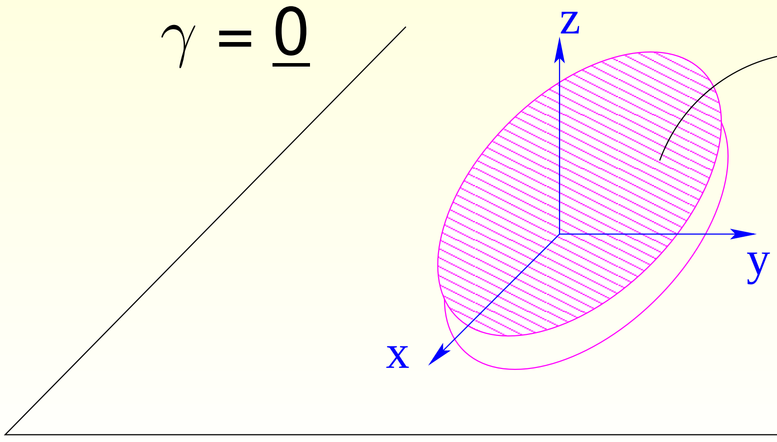
$\gamma = \underline{0}$



$\rho\,\underline{F} = \underline{0}$

EXEMPLE 2

$\gamma = \underline{0}$



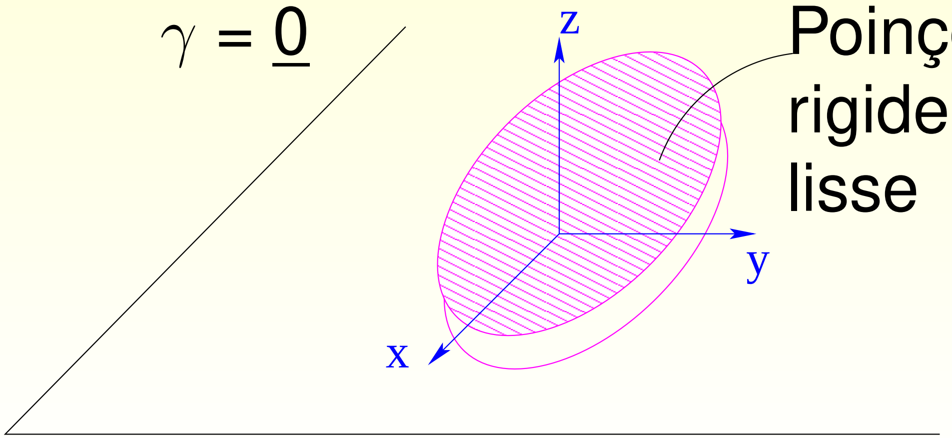
Poinçon
rigide
lisse

- $\rho \, \underline{F} = \underline{0}$
- $O\,x\,y \setminus a \quad \underline{T} = \underline{0}$

$$\text{sur } a \quad \begin{cases} T_x = T_y = 0 \\ v_z = -\lambda - \alpha x + \beta y \end{cases}$$

EXEMPLE 2

$\gamma = \underline{0}$



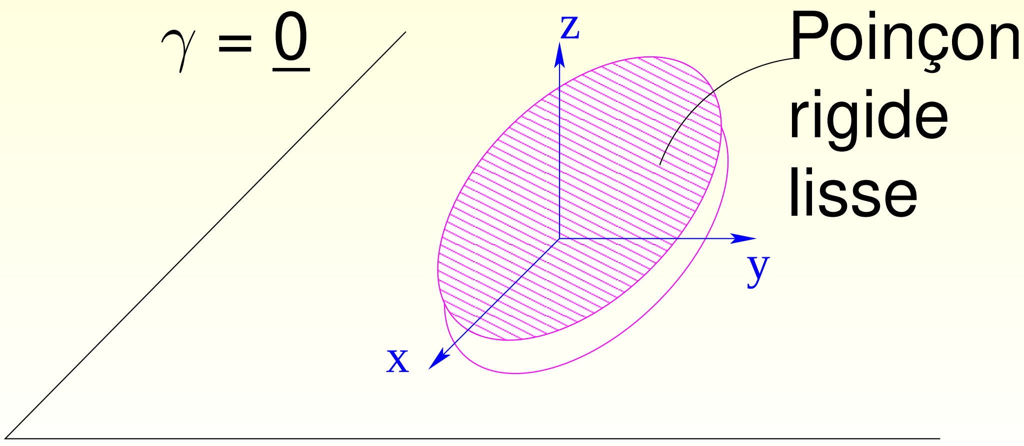
Poinçon rigide lisse

- $\rho\, \underline{F} = \underline{0}$
- $O\,x\,y \setminus a \quad \underline{T} = \underline{0}$

$$\text{sur } a \quad \begin{cases} T_x = T_y = 0 \\ v_z = -\lambda - \alpha x + \beta y \end{cases}$$

- à l'infini $\quad \underline{v} = \underline{0}$

EXEMPLE 2



- $\rho\, \underline{F} = \underline{0}$
- $Oxy \setminus a \quad \underline{T} = \underline{0}$

sur a $\begin{cases} T_x = T_y = 0 \\ v_z = -\lambda - \alpha x + \beta y \end{cases}$

- à l'infini $\quad \underline{v} = \underline{0}$

$\forall \underline{v} \in C$

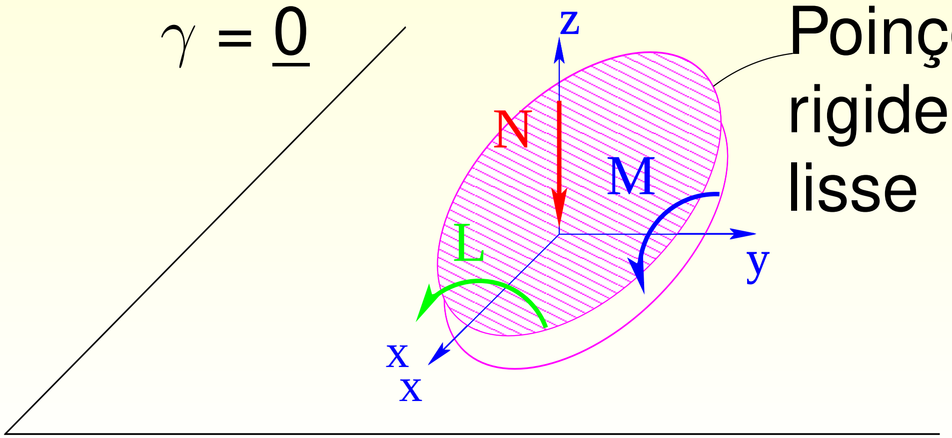
$$P_e = \int_a T_z v_z dS$$

$\forall \underline{\underline{\sigma}} \in S$

$$= \lambda \int_a -T_z dS + \alpha \int_a -x T_z dS + \beta \int_a y T_z dS$$

EXEMPLE 2

γ = $\underline{0}$



Poinçon rigide lisse

- $\rho\, \underline{F} = \underline{0}$
- O x y \ a $\underline{T} = \underline{0}$

sur a $\begin{cases} T_x = T_y = 0 \\ v_z = -\lambda - \alpha x + \beta y \end{cases}$

- à l'infini $\underline{v} = \underline{0}$

$\forall \underline{v} \in C$

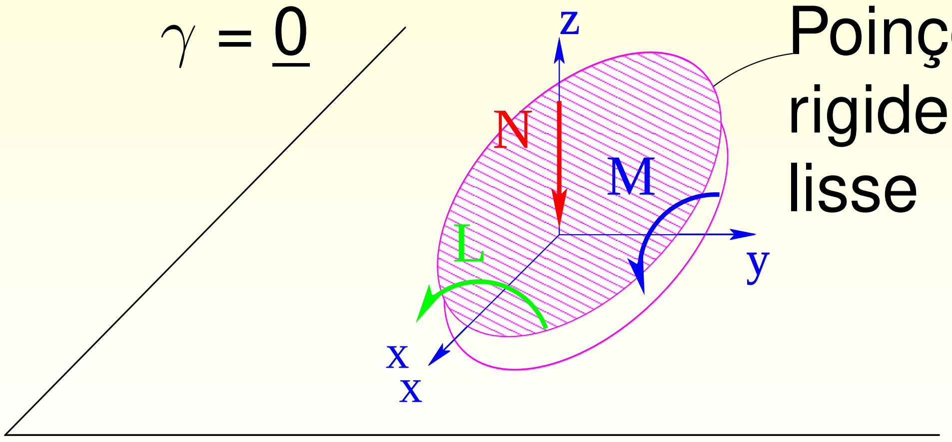
$\forall \underline{\underline{\sigma}} \in S$

$$P_e = \int_a T_z v_z dS$$

$$= \lambda \underbrace{\int_a -T_z dS}_{N} + \alpha \underbrace{\int_a -x T_z dS}_{M} + \beta \underbrace{\int_a y T_z dS}_{L}$$

EXEMPLE 2

γ = $\underline{0}$



Poinçon rigide lisse

- $\rho\, \underline{F} = \underline{0}$
- O x y \ a $\quad \underline{T} = \underline{0}$

  sur a $\begin{cases} T_x = T_y = 0 \\ v_z = -\lambda - \alpha x + \beta y \end{cases}$

- à l'infini $\quad \underline{v} = \underline{0}$

$\forall \underline{v} \in C$

$\forall \underline{\underline{\sigma}} \in S$

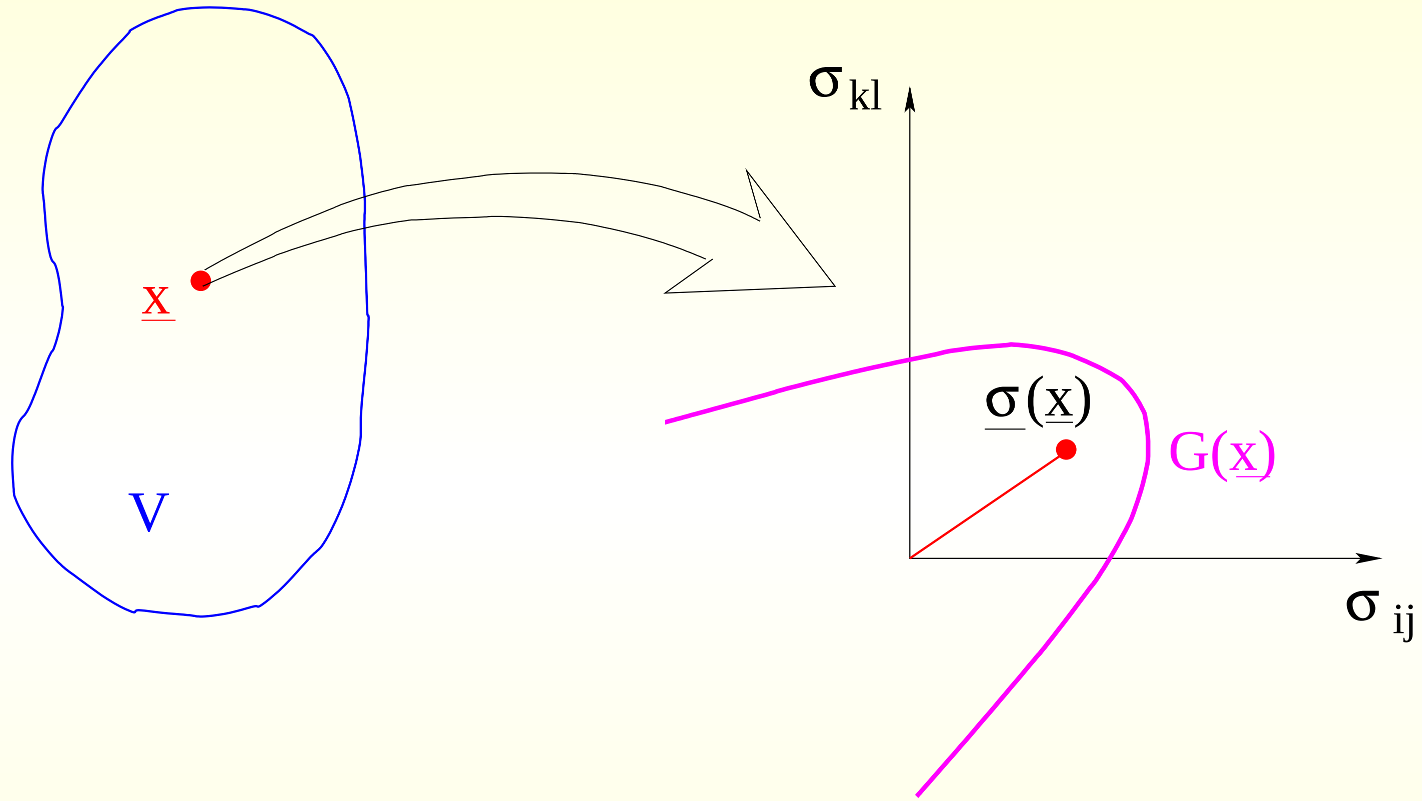
$$P_e = \int_a T_z v_z dS$$

$$= \lambda \int_a -T_z dS + \alpha \int_a -x T_z dS + \beta \int_a y T_z dS$$

N $\qquad$ M $\qquad$ L

$$\boxed{\underline{Q} = (N, M, L) \qquad \underline{\dot{q}} = (\lambda, \alpha, \beta)}$$

CAPACITÉS DE RÉSISTANCE



G($\underline{x}$) = $\{\underline{\underline{\sigma}}$ admissibles par le matériau en $\underline{x}\}$

domaine de $\mathcal{R}^6$

CAPACITÉS DE RÉSISTANCE

· Critère :

$$\boxed{\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in \mathsf{G}(\underline{x}) \quad \Longleftrightarrow \quad \mathsf{f}(\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})) \leq 0}$$

CAPACITÉS DE RÉSISTANCE

· Critère :

$$\boxed{\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in \mathrm{G}(\underline{x}) \quad \Longleftrightarrow \quad \mathrm{f}(\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})) \leq 0}$$

· Propriétés :

1- $\underline{\underline{0}} \in \mathrm{G}(\underline{x})$

2- $\mathrm{G}(\underline{x})$ convexe

$$\forall\, \underline{\underline{\sigma}}_1 \,,\, \underline{\underline{\sigma}}_2 \in \mathrm{G}(\underline{x}) \quad \Longrightarrow \quad \forall\, \alpha \in [0,1] \;,\; \alpha\underline{\underline{\sigma}}_1 + (1-\alpha)\underline{\underline{\sigma}}_2 \in \mathrm{G}(\underline{x})$$

CHARGEMENTS POTENTIELLEMENT SUPPORTABLES

$\mathcal{K} = \{\text{chargements potentiellement supportables}\} \quad \subset \quad \mathcal{R}^n$

CHARGEMENTS POTENTIELLEMENT SUPPORTABLES

$\mathcal{K} = \{\text{chargements potentiellement supportables}\} \quad \subset \quad \mathcal{R}^n$

$$\boxed{\underline{Q} \ \in \ \mathcal{K}}$$

CHARGEMENTS POTENTIELLEMENT SUPPORTABLES

$\mathcal{K} = \{\text{chargements potentiellement supportables}\} \quad \subset \quad \mathcal{R}^n$

$$\boxed{\underline{Q} \in \mathcal{K}} \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{\begin{array}{c} \exists \underline{\underline{\sigma}} \text{ S.A. avec } \underline{Q} \\ \text{t.q.} \\ \forall \underline{x} \quad \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in \mathbf{G}(\underline{x}) \end{array}}$$

ÉQUILIBRE

RÉSISTANCE

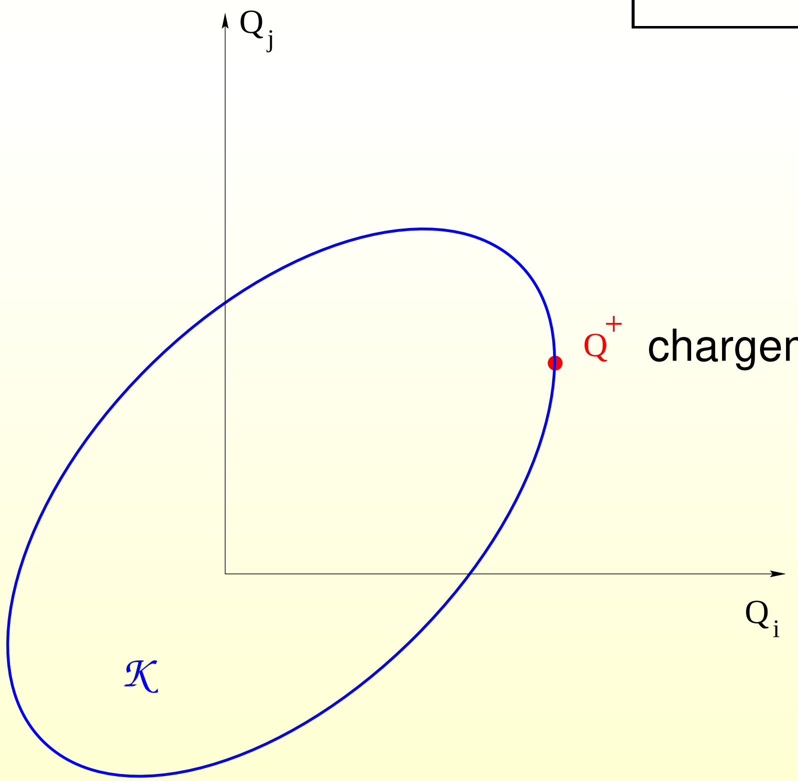
CHARGEMENTS POTENTIELLEMENT SUPPORTABLES

$\mathcal{K} = \{\text{chargements potentiellement supportables}\} \subset \mathcal{R}^n$

$$\boxed{\underline{Q} \in \mathcal{K}} \iff \boxed{\begin{array}{c} \exists \underline{\underline{\sigma}} \text{ S.A. avec } \underline{Q} \\ \text{t.q.} \\ \forall \underline{x} \quad \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in \mathbf{G}(\underline{x}) \end{array}}$$

ÉQUILIBRE

RÉSISTANCE



chargement extrême ($\in \partial\mathcal{K}$)

PROPRIÉTÉS DE $\mathcal{K}$

$$\mathrm{L} \quad \left\{ \begin{array}{rcl} \mathrm{S} \subset \mathcal{R}^6 & \longrightarrow & \mathcal{R}^n \\ \underline{\underline{\sigma}} & \longmapsto & \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}) \end{array} \right. \qquad \text{linéaire}$$

PROPRIÉTÉS DE $\mathcal{K}$

$$
\mathsf{L} \quad \left\{ \begin{array}{ccc} \mathsf{S} \subset \mathcal{R}^6 & \longrightarrow & \mathcal{R}^n \\ \underline{\underline{\sigma}} & \longmapsto & \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}) \end{array} \right. \qquad \text{linéaire}
$$

$$
\mathsf{H} = \{\underline{\underline{\sigma}}\ ;\ \underline{\underline{\sigma}} \in \mathsf{S} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\sigma}} \in \mathsf{G}(\underline{x}) \ \ \forall \underline{x}\}
$$

PROPRIÉTÉS DE $\mathcal{K}$

$$\mathsf{L} \quad \left\{ \begin{array}{rcl} \mathsf{S} \subset \mathcal{R}^6 & \longrightarrow & \mathcal{R}^n \\ \underline{\underline{\sigma}} & \longmapsto & \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}) \end{array} \right. \qquad \text{linéaire}$$

$$\mathsf{H} = \left\{ \underline{\underline{\sigma}}\ ;\ \underline{\underline{\sigma}} \in \mathsf{S} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\sigma}} \in \mathsf{G}(\underline{x})\ \ \forall \underline{x} \right\}$$

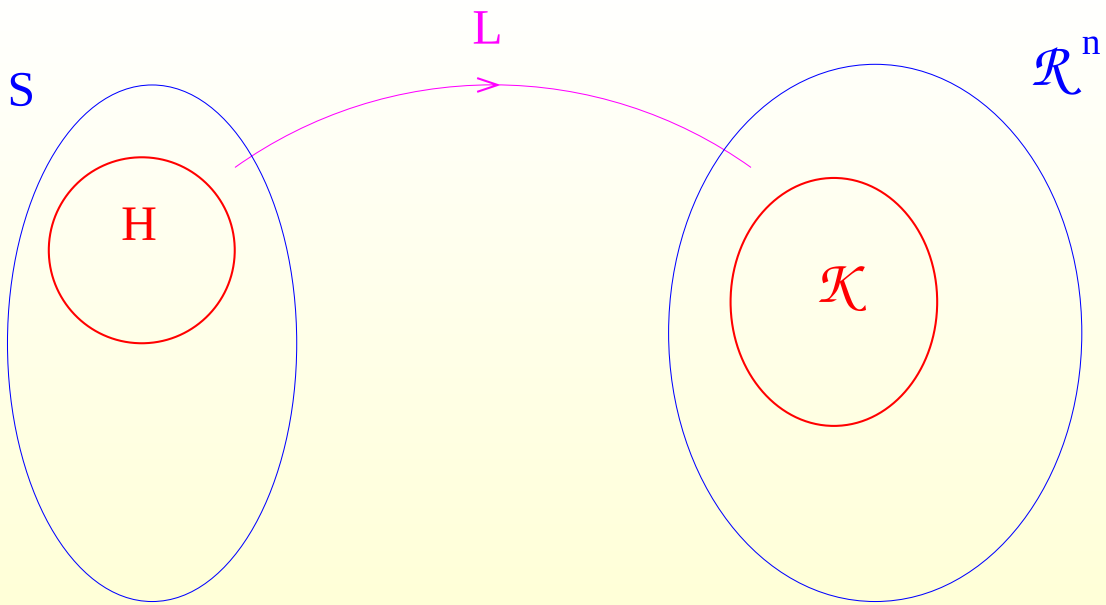
$$\boxed{\mathcal{K} = \mathsf{L}\,(\,\mathsf{H}\,)}$$

PROPRIÉTÉS DE $\mathcal{K}$

$$
\text{L} \quad \begin{cases} \text{S} \subset \mathcal{R}^6 \longrightarrow \mathcal{R}^n \\ \qquad \underline{\underline{\sigma}} \longmapsto \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}) \end{cases} \quad \text{linéaire}
$$

$$
\text{H} = \{\underline{\underline{\sigma}}\ ;\ \underline{\underline{\sigma}} \in \text{S} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\sigma}} \in \text{G}(\underline{x}) \ \ \forall \underline{x}\}
$$

$$
\boxed{\mathcal{K} = \text{L}(\text{H})}
$$

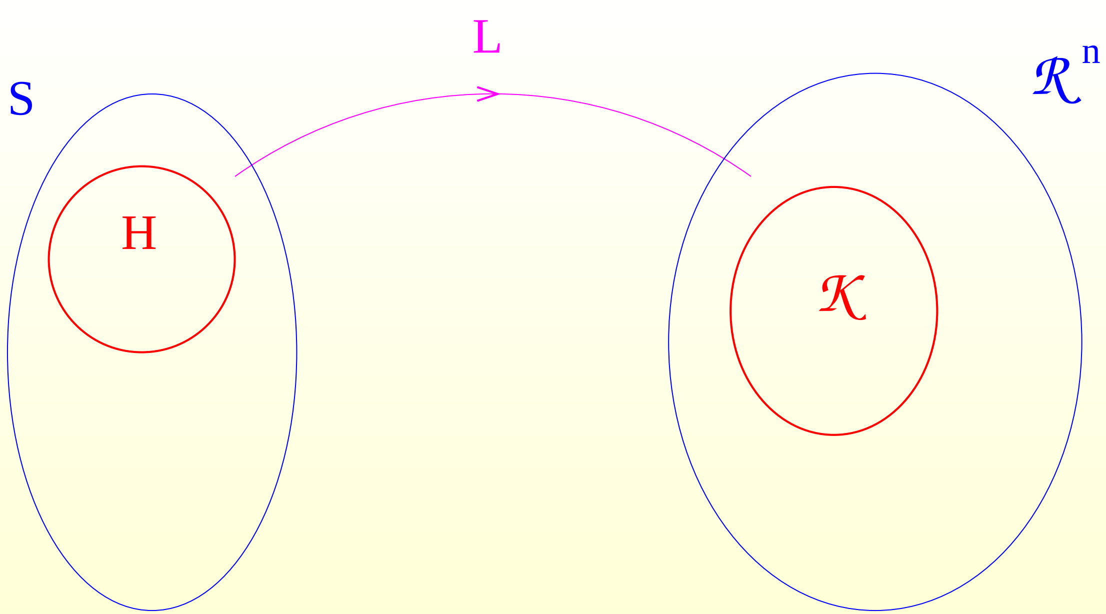


PROPRIÉTÉS DE $\mathcal{K}$

$$\mathrm{L} \quad \begin{cases} \mathrm{S} \subset \mathcal{R}^6 \longrightarrow \mathcal{R}^n \\ \underline{\underline{\sigma}} \longmapsto \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}) \end{cases} \qquad \text{linéaire}$$

$$\mathrm{H} = \{\underline{\underline{\sigma}}\ ;\ \underline{\underline{\sigma}} \in \mathrm{S} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\sigma}} \in \mathrm{G}(\underline{x}) \ \ \forall \underline{x}\}$$

$$\boxed{\mathcal{K} = \mathrm{L}(\mathrm{H})}$$



1- $\underline{0} \in \mathcal{K}$

2- $\mathcal{K}$ est <u>convexe</u>

PROBLÉMATIQUE DU CALCUL À LA RUPTURE

DONNÉES :

- Ω , un système matériel
- $\forall \underline{x},\ G(\underline{x})$ donné
- Un mode de chargement (n paramètres)

PROBLÉMATIQUE DU CALCUL À LA RUPTURE

DONNÉES :

- Ω , un système matériel
- $\forall \underline{x}$, G($\underline{x}$) donné
- Un mode de chargement (n paramètres)

TROUVER

$$\mathcal{K} = \{\underline{Q} \in \mathcal{R}^n \ , \ \exists \underline{\underline{\sigma}} \text{ S. A. avec } \underline{Q} \text{ et } \forall \underline{x} \ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in \text{G}(\underline{x})\}$$

$$= \{\underline{Q} \text{ “supportable ” par } \Omega\}$$

PROBLÉMATIQUE DU CALCUL À LA RUPTURE

DONNÉES :

- Ω , un système matériel
- $\forall \underline{x}$, G($\underline{x}$) donné
- Un mode de chargement (n paramètres)

TROUVER

$$\mathcal{K} = \{\underline{Q} \in \mathcal{R}^n \ , \ \exists \ \underline{\underline{\sigma}} \text{ S. A. avec } \underline{Q} \text{ et } \forall \underline{x} \ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in \text{G}(\underline{x})\}$$

$$= \{\underline{Q} \text{ “supportable ” par } \Omega\}$$

DIFFICULTÉ :

$$\mathcal{K} = \text{L (H)}$$

PROBLÉMATIQUE DU CALCUL À LA RUPTURE

DONNÉES :

- Ω , un système matériel
- $\forall \underline{x}$, G($\underline{x}$) donné
- Un mode de chargement (n paramètres)

TROUVER

$$\mathcal{K} = \{\underline{Q} \in \mathcal{R}^n \ , \ \exists \, \underline{\underline{\sigma}} \text{ S. A. avec } \underline{Q} \text{ et } \forall \underline{x} \ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in \text{G}(\underline{x})\}$$

$$= \{\underline{Q} \text{ “supportable ” par } \Omega\}$$

DIFFICULTÉ :

$$\mathcal{K} = \text{L (H)}$$

$\Longrightarrow$ Détermination (à priori) complète de H

CONSTRUCTION DE K PAR L'INTÉRIEUR

1- d^o d'hyperstaticité fini h : (milieux curvilignes)

$\forall \underline{Q} \in \mathcal{R}^n$ $\quad$ L$^{-1}(\underline{Q})$ = espace affine de dimension h

$\Longrightarrow$ Détermination complète de $\mathcal{K}$ possible

CONSTRUCTION DE K PAR L'INTÉRIEUR

1- d^o d'hyperstaticité fini h : (milieux curvilignes)

$\forall \underline{Q} \in \mathcal{R}^n \qquad \mathsf{L}^{-1}(\underline{Q})$ = espace affine de dimension h

$\Longrightarrow$ Détermination complète de $\mathcal{K}$ possible

2- d^o d'hyperstaticité infini : (milieux continus 2D , 3D)

$\Longrightarrow$ Détermination complète de $\mathcal{K}$ impossible (en général)

CONSTRUCTION DE K PAR L'INTÉRIEUR

1- d^o d'hyperstaticité fini h : (milieux curvilignes)

$\forall \underline{Q} \in \mathcal{R}^n \quad$ L$^{-1}(\underline{Q})$ = espace affine de dimension h

$\Longrightarrow$ Détermination complète de $\mathcal{K}$ possible

2- d^o d'hyperstaticité infini : (milieux continus 2D , 3D)

$\Longrightarrow$ Détermination complète de $\mathcal{K}$ impossible (en général)

$\Longrightarrow$ APPROCHE PAR L'INTÉRIEUR BASÉE SUR LA CONVEXITÉ DE $\mathcal{K}$

PROCÉDURE

1- On construit $\underline{\underline{\sigma_i}} \in$ S (imagination ?)

PROCÉDURE

1- On construit $\underline{\underline{\sigma_i}} \in$ S (imagination ?)

2- On s'assure que

$$\forall \underline{x} \quad \underline{\underline{\sigma_i}}(\underline{x}) \in \mathrm{G}(\underline{x}) \qquad \text{(restriction !)}$$

PROCÉDURE

1- On construit $\underline{\underline{\sigma_i}} \in$ S (imagination ?)

2- On s'assure que

$\forall \underline{x} \quad \underline{\underline{\sigma_i}}(\underline{x}) \in$ G($\underline{x}$) (restriction !)

$$\boxed{\Longrightarrow \quad \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma_i}}) \quad \in \quad \mathcal{K}}$$

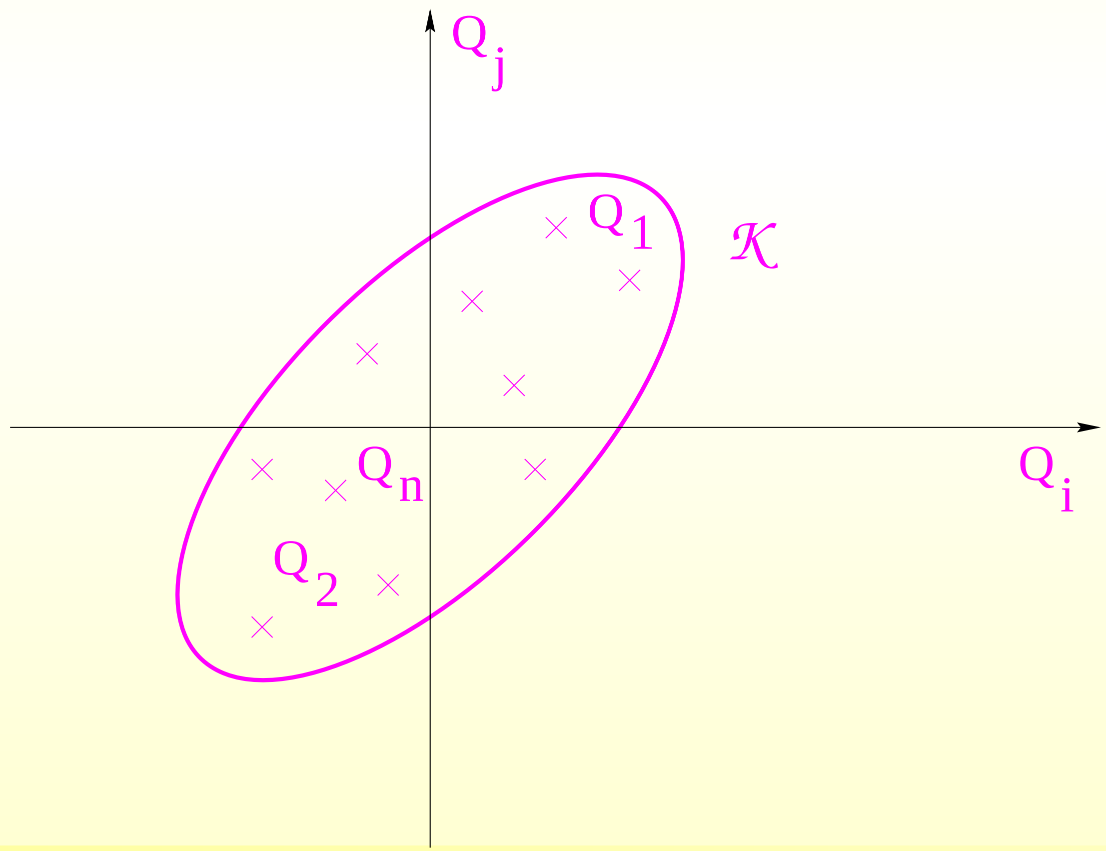
PROCÉDURE

1- On construit $\underline{\underline{\sigma_i}} \in$ S (imagination ?)

2- On s'assure que

$\forall \underline{x} \quad \underline{\underline{\sigma_i}}(\underline{x}) \in$ G($\underline{x}$) (restriction !)

$$\boxed{\Longrightarrow \quad \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma_i}}) \; \in \; \mathcal{K}}$$



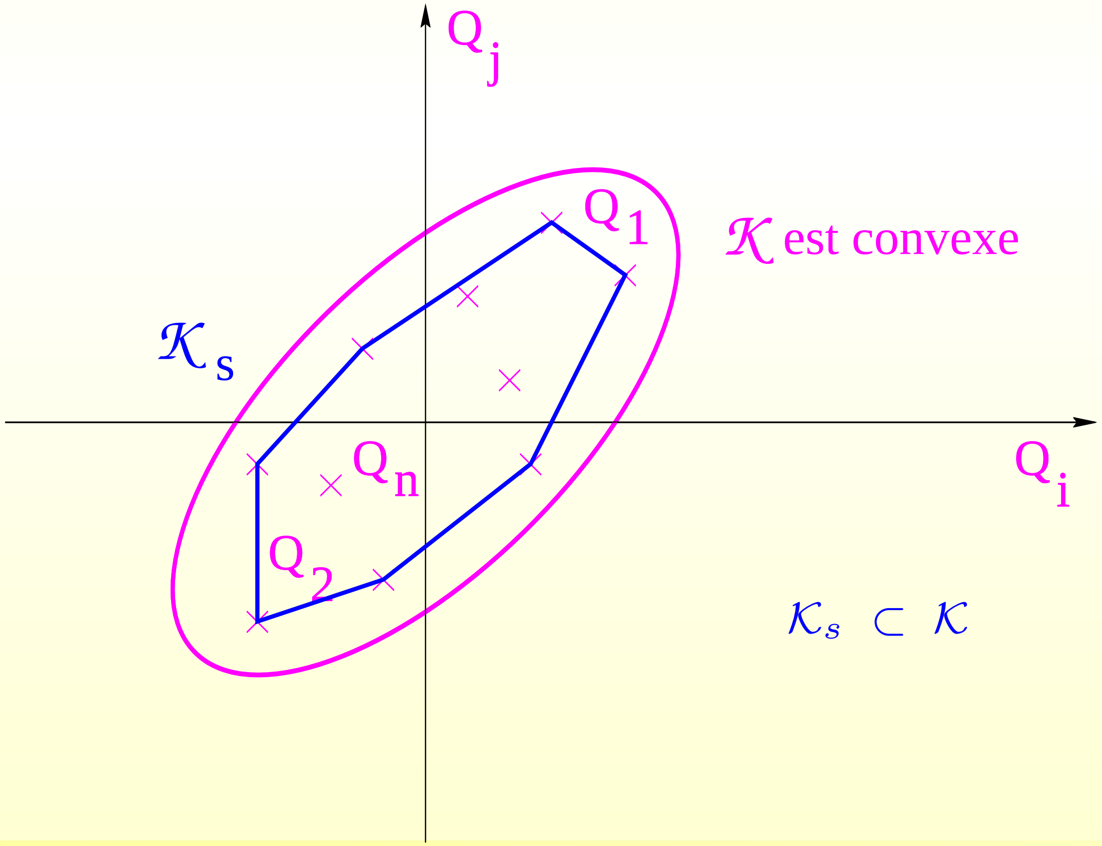
PROCÉDURE

1- On construit $\underline{\underline{\sigma_i}} \in$ S (imagination ?)

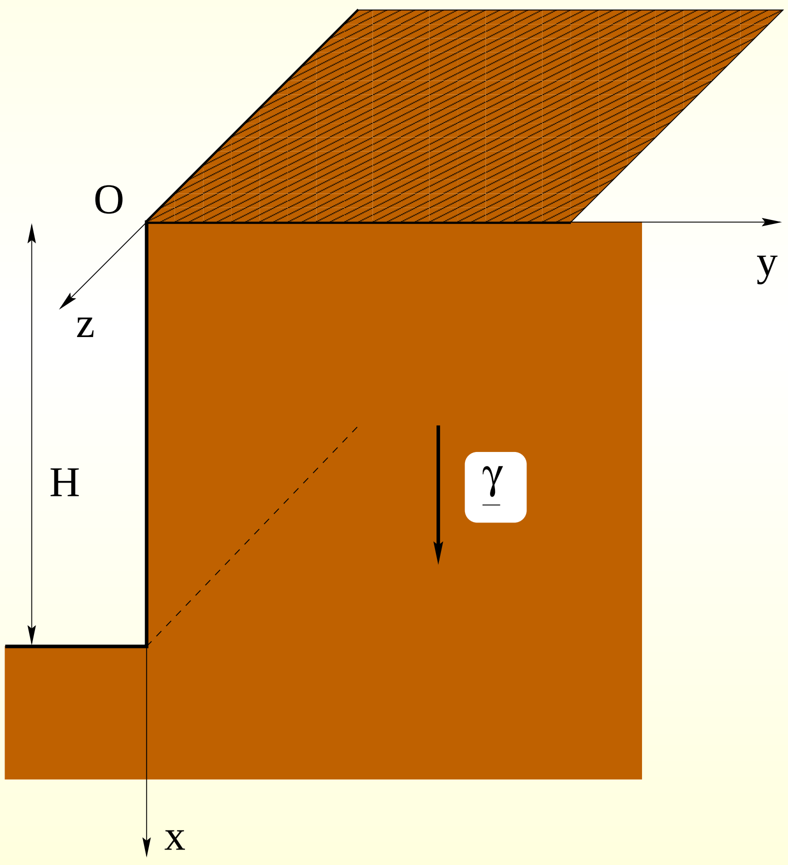
2- On s'assure que

$\forall \underline{x} \quad \underline{\underline{\sigma_i}}(\underline{x}) \in$ G($\underline{x}$) (restriction !)

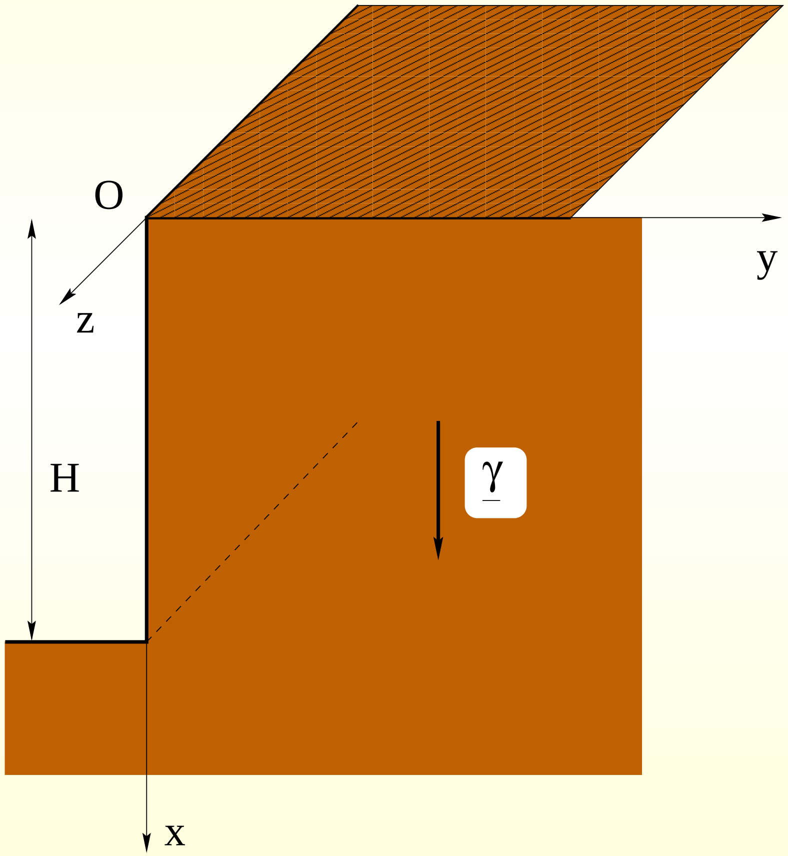
$$\boxed{\Longrightarrow \quad \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma_i}}) \in \mathcal{K}}$$



STABILITÉ D'UNE FOUILLE VERTICALE

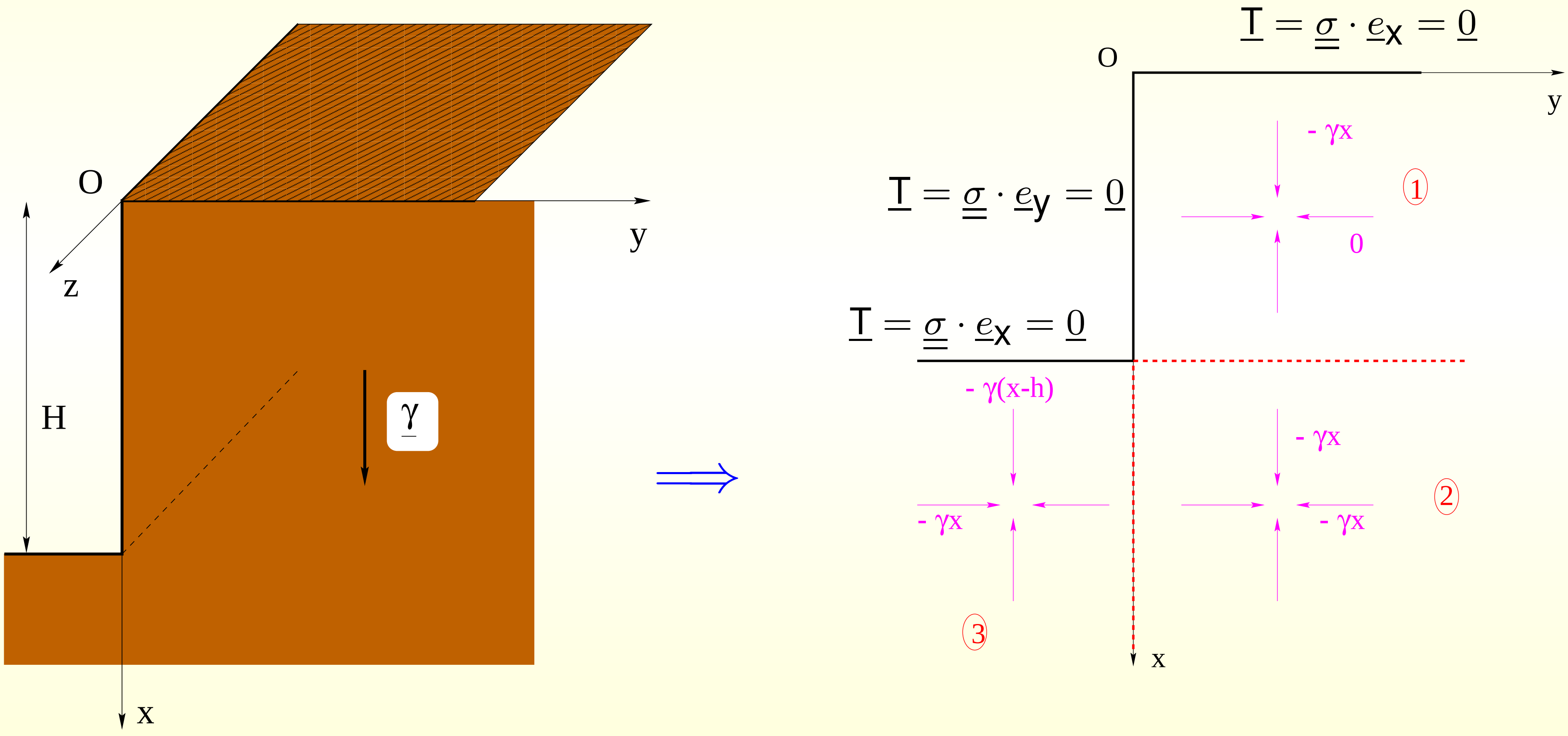


STABILITÉ D'UNE FOUILLE VERTICALE

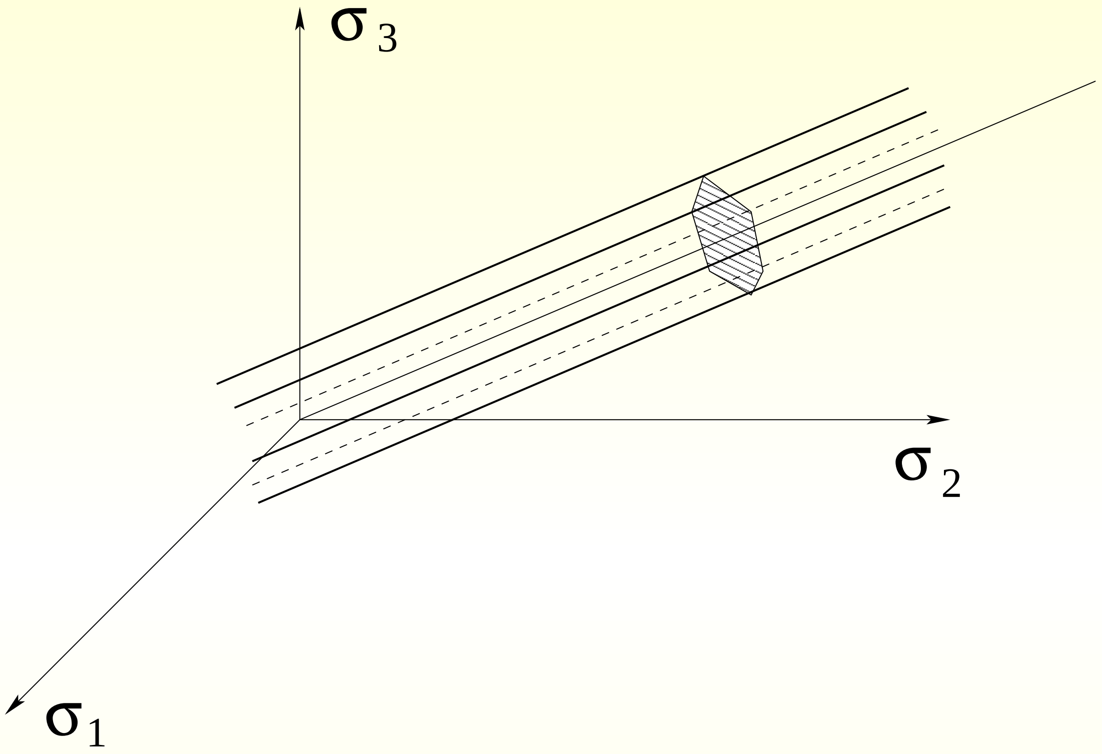


$\Longrightarrow$

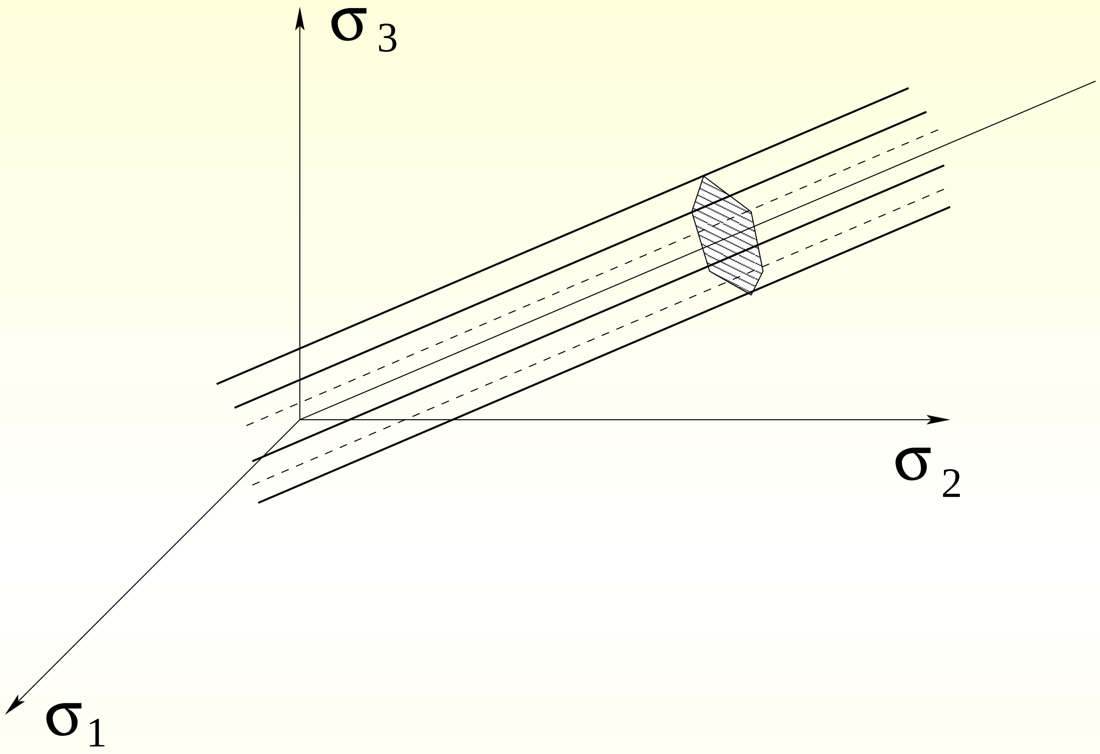
STABILITÉ D'UNE FOUILLE VERTICALE



CRITÈRE DE TRESCA

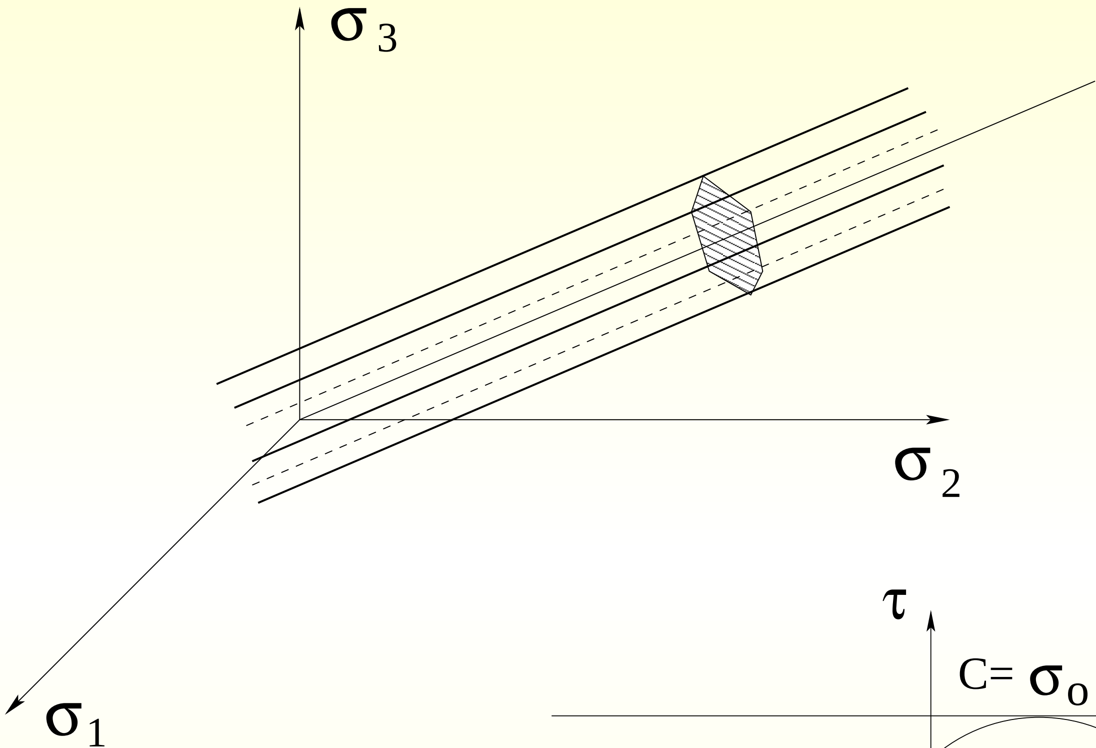


CRITÈRE DE TRESCA

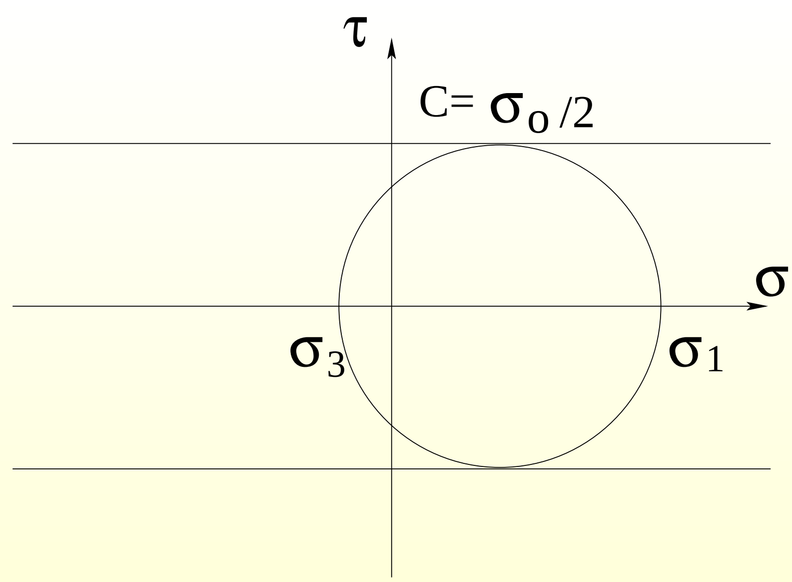


$$\sup_{i,j}\{\sigma_i - \sigma_j\} - 2C \ \leq \ 0$$

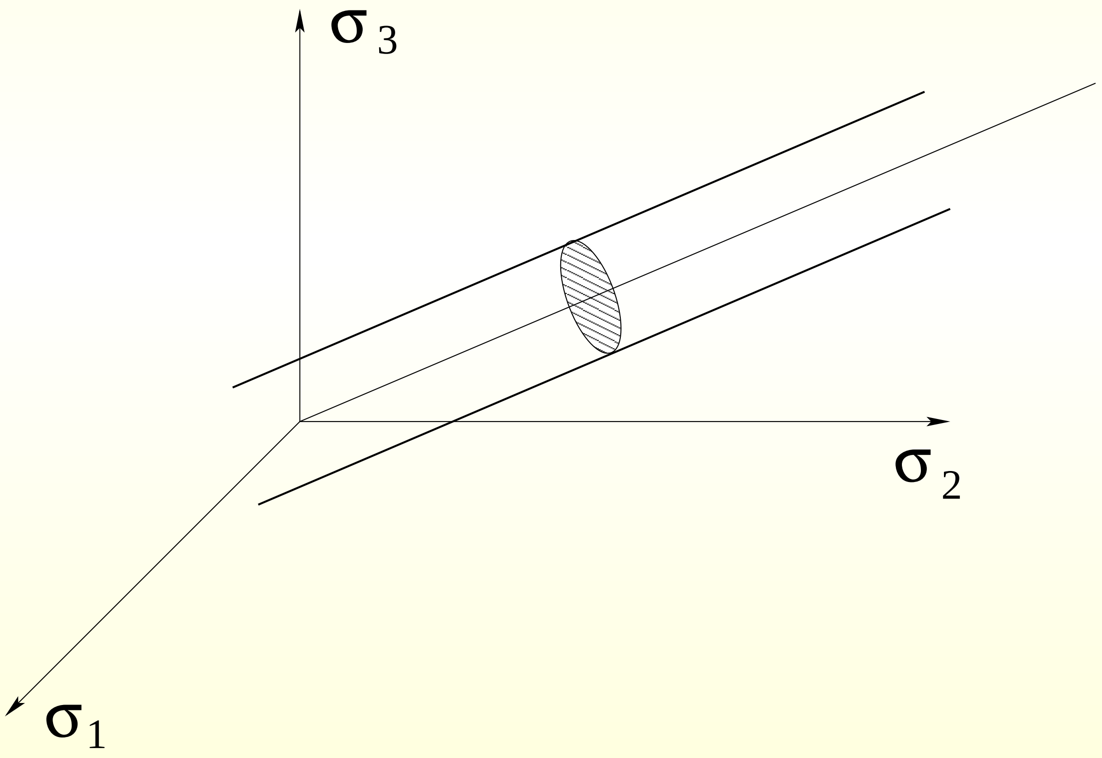
CRITÈRE DE TRESCA



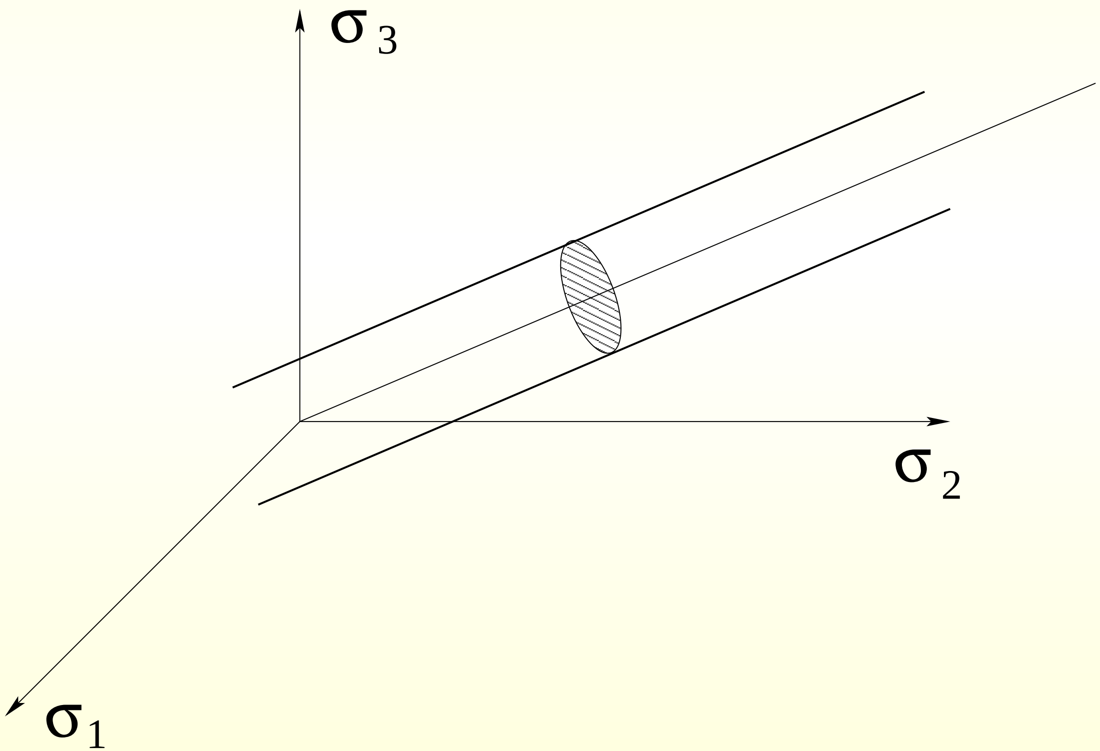
$$\sup_{i,j} \{\sigma_i - \sigma_j\} - 2C \ \leq \ 0$$



CRITÈRE DE VON MISÈS



CRITÈRE DE VON MISÈS



$$\frac{1}{2}\mathrm{tr}\underline{\underline{s}}^2 - k^2 \;\leq\; 0$$

CRITÈRE DE COULOMB

$$\sup_{i,j} \{\sigma_i(1+\sin\varphi) - \sigma_j(1-\sin\varphi)\} - 2C \;\leq\; 0$$