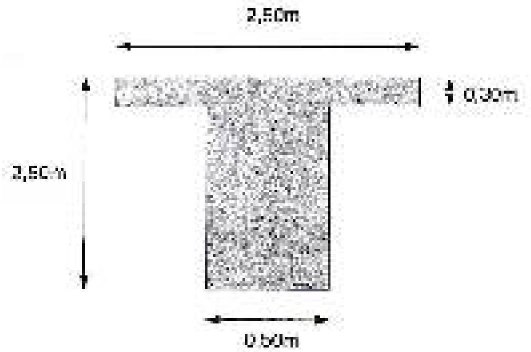
$\partial M = \int_0^{l/3} p\,x\,dx \left(\frac{l}{3}-x\right) = \frac{1}{2} p x^2 \Big]_0^{l/3} = \frac{1}{2} p \frac{l^2}{9}$

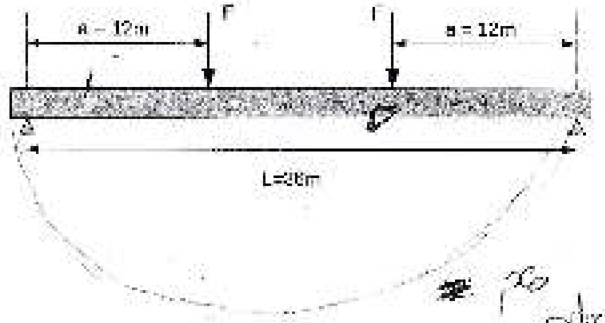
$x = \frac{l}{3} - x$

$\int_{l/3}^{l} p\,x\,dx$

Épreuve 2010

On étudie la poutre en béton précontraint définie ci-dessous





Pour les calculs, on utilise la force moyenne de la force de précontrainte et les caractéristiques des sections brutes. Toutes les contraintes sont calculées en section non fissurée.

Béton : C50 fck = 50 MPa

Précontrainte : Câbles 12 T 15s de classe 1860 TBR, ancrés aux extrémités, avec les caractéristiques suivantes :

Force utile probable pour un câble : 2,00 MN (P_m).

ϕg (diamètre de gaine) = 80 mm

Actions, en situation d'exploitation

Poids propre : $g = 25$ kN/m³

Deux forces concentrées F appliquées à 12m des appuis et valant chacune :

partie permanente : $F_g = 200$ kN

partie variable : $F_q = 500$ kN (valeur caractéristique)

Combinaisons d'actions ELS

Quasi permanente	$P_m + G$
Fréquente	$P_m + G + 0,6Q$
Rare	$P_m + G + Q$

Question 1

Calculer les caractéristiques de la section :

Indication : l'inertie vaut 1,146 m⁴ et v la distance du centre de gravité à la fibre sup vaut 0,893m.

Question 2

Calculer le moment à mi-travée et au tiers de la travée dû au poids propre, à Fg et à Fq.

Question 3

Déterminer la valeur minimale de la force de précontrainte pour que les sections restent entièrement comprimées sous combinaison fréquente en situation d'exploitation, avec P = P_{II} (on dimensionnera la précontrainte pour la section la plus sollicitée, c'est à dire à mi-travée). (considérer P_I et P_{II}

On pourra prendre : d = d' = 0,16 m, (d et d' désignent respectivement la distance du câble avec la fibre supérieure et inférieure)

Question 4

On place 4 câbles de précontrainte, calculer les contraintes en fibre supérieure et inférieure à l'ELS quasi-permanent, fréquent et caractéristique.

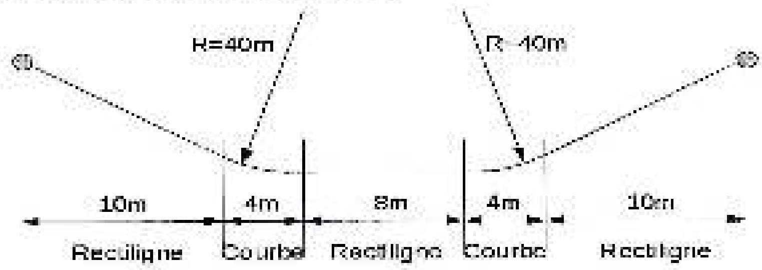
Question 5

Représenter le fuseau de passage en traction correspondant à la condition de la question 3 (fuseau de passage en traction en ELS fréquent).

On indiquera les valeurs de e_{max} et e_{min} sur appui, à 12m et à mi-travée.

Question 6

On suppose qu'un des câbles a le tracé suivant.



* Donner la répartition de contrainte le long du câbles avant et après rentrée d'ancrage.

* Est-il intéressant de tendre des deux côtés?

* Calculer l'allongement du câble à la mise en tension, supposée effectuée par une seule extrémité.

1.

On rappelle qu'un câble est tendu à 0,8 fois sa force caractéristique, soit une contrainte de $0{,}8 \times 1860 = 1488\ MPa$ *au niveau du vérin de mise en tension.*

Les pertes par frottement sont évalués grâce à la formule :

$$\Delta P_\mu(x) = P_{max}(1 - e^{-\mu(\theta + kx)})$$

où :

θ *est la somme des déviations angulaires sur la distance x (quels que soient leur direction et leur signe)*

μ *est le coefficient de frottement = 0,19 rad*$^{-1}$

k *est une déviation angulaire parasite prise égale à 0,01 rad/m*

x *est la distance le long de l'armature depuis le point où la force de précontrainte est égale à* P_{max} *, force à l'extrémité active pendant la mise en tension.*

On donne également les valeurs suivantes :

g : rentrée d'ancrage = 5 mm

Ep : module d'Young de la précontrainte, 195 Gpa.

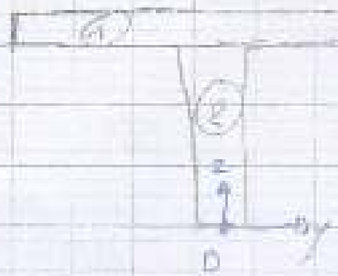
①

LAURAND Stéphane — le 10/02/12 — 3e6-C

BPAS
Test

12,5

9 I



i	Z_{Gi}	S_i	μ_i	$Z_{Gi}^2 S_i$	I_{Gyi}
①	1,35	0,75	1,76	1,12	0,005
②	1,1	1,10	1,21	1,33	0,401
tot		1,85	2,97		

$I_{Gy} = \frac{bh^3}{12}$

$I_{Oy} = I_{Gy} + Z_{Gi}^2 S$

$Z_G = 1,605\ m \Rightarrow v = 0,896\ m$

$I_{tot\ Oy} = 5,915\ m^4$

$I_{Gy} = 1,146 \ m^4$

Soit

$I_y = 1,146 \ m^4$
$v' = 1,005 \ m$
$v = 0,854 \ m$
$S = 1,85 \ m^2$

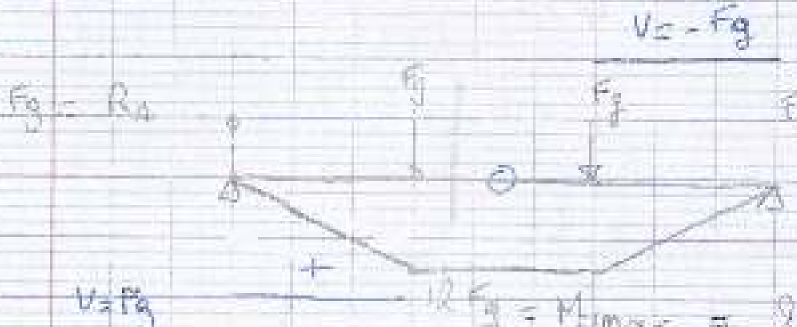
q2

Moment dû à g

$M_g\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2} p \, x(l-x)$
$= 2,5 \, g \, S \left(\frac{l}{3}\right)^2$
$= 6,6 \ MN\,m$

$M_{g\,max} = \frac{p l^2}{8} = \frac{g \times S \times l^2}{8} = 7,45 \ MNm$

Moment dû à Fg



$l/2 \ F_g = M_{g\,max} = 2,4 \ MNm$

De même pour F_q qui suit

la même diagramme

$M_{F_{q\,max}} = 12 \times 500 = 6$ MN.m /

Récapitulatif

$\vec{F}$	milieu	1/3 travée
g	7,5 /	6,66 /
F_g	2,4 /	2,4 /
F_q	6 /	6 /

q3 Combinaison fréquente ELS

→ $P_m + G + 0,6\,Q = 0$

Donc $M_{max} = 13,5$ MN.m

On injecte dans la formule de P_{II} en tenant $e_0 = -(v' - d') = -1,45$ et en prenant $\bar{\sigma}_2' = 0$

$\bar{\sigma}_2' \geq 0$

$$\frac{P}{A} + (P\,e_0 + M_{max})\frac{v'}{I} \geq 0$$

$$\frac{P e_0 + M_{max}}{} \leq \frac{I}{v'} \frac{P}{A}$$

$$M_{max} \leq P\left(\frac{I}{Av'} - e_0\right)$$

$$P_m \geq M_{max} \times \frac{1}{\frac{I}{v'A} - e_0}$$

$$\geq \cancel{12{,}5\ 10^6 \times \frac{1}{1{,}466}}$$

$$\frac{1{,}466}{1{,}606 \times 1{,}85} = 1{,}466$$

$$P_m \geq \frac{M_{max}}{\rho v - (-(v' - d'))}$$

$$\geq \frac{13{,}5\ MN}{0{,}43 \times 0{,}885 - (-1{,}105 + 0{,}16)}$$

$$\geq \frac{13{,}5}{1{,}83}$$

$P_m \geq 7{,}37\ MN$ $\approx$ 4 câbles

calcul de P_I = ?

Question 4

On prend 4 câbles soit 8 MN

$P = 8\ MN$

$M_{fréquent} = 13,5\ MN.m$

$M_{qp} = G = 9,9\ MN.m$

$M_{rare} = G + Q = 15,5\ MN.m$

$$\sigma_{inf} = \frac{P}{A} - (Pe_0 + M)\frac{v'}{I}$$

$$\sigma_{sup} = \frac{P}{A} + (Pe_0 + M)\frac{v}{I}$$

	fréquent	QP	rare
σ_{inf}	≈ 1,63 1,53 MPa	~~[illegible]~~ 6,71 MPa	1,73 1,36 MPa
σ_{sup}	≈ 5,89 5,88 MPa	2,99 MPa ~~[illegible]~~	7,68 MPa 7,69

Q5

- A mi travée on avant $e_1 = e_2 = e_0 = -v' + d'$
- Ailleurs on utilise la formule

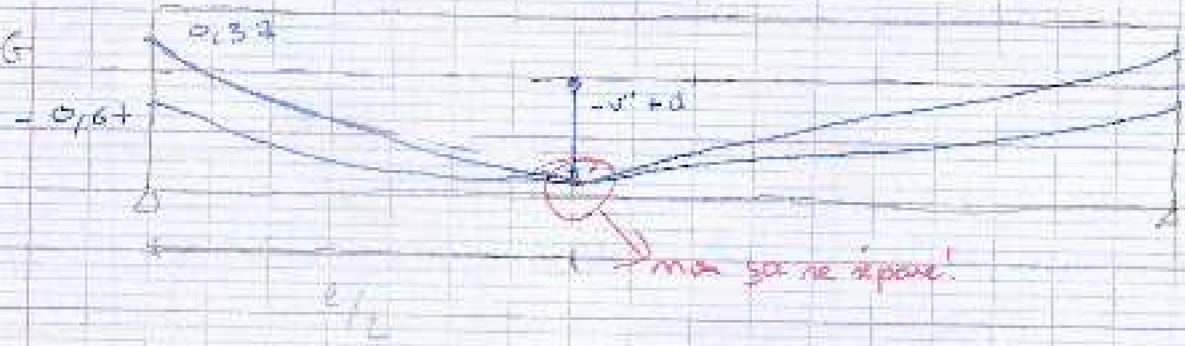
$$-\frac{M_{0}}{P_{II}} - \rho v\left(1 - \frac{A_c \overset{=0}{\sigma_i}}{P_{II}}\right) \leq e_2 \leq e_0 \leq e_1 = \rho v\left(1 - \frac{A_c \overset{=0}{\sigma_i}}{P_{II}}\right) - \frac{M_1}{P_{II}}$$

$$-\rho v' - \frac{M_1}{P_{II}} \leq e_0 \leq \rho v - \frac{M_0}{P_{II}}$$

Sur appui par exemple

$$-\rho v' \leq e_0 \leq \rho v = 0{,}37$$

$$-0{,}67 \leq e_0 \leq 0{,}37\,m$$



Q6 On sait que dans le câble

$$\sigma(x) = \sigma_0 \, e^{-\mu(\theta + kx)}$$

$$= 1488 \text{ MPa} \times (1 - \mu(\theta + kx)).$$

$$= 1488 \times \left(1 - \mu\frac{\alpha}{2} + 1{,}5\,10^{-3} x\right) \quad x = 2 + L \text{ et } 2 = 60$$

$$\sigma(x) = 1488\,(0{,}96 - 1{,}5\,10^{-3} x)$$

$$= 1428 - 2{,}22x$$

Si le câble est tendu d'un côté

$$\frac{\sigma_0 \, \sigma_0' \times L}{2} = E_p \times g$$

$$\sigma_0 (1 - \mu(\theta + kL)) = \sigma_0' (1 + \mu(\theta + kL))$$

trouvons L et σ_0'