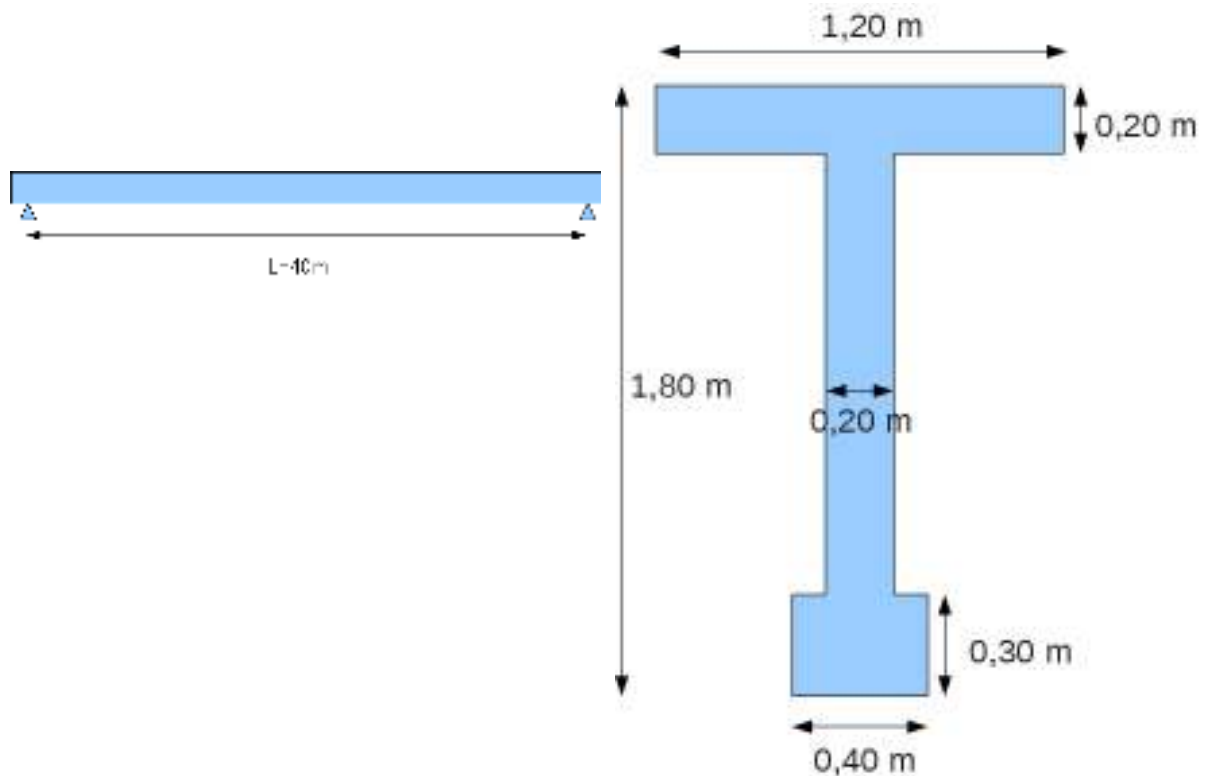


Annales Béton précontraint appliqué aux structures - ENTPE

Épreuve 2012-2013

On considère une poutre précontrainte de portée 40 m.



Vue en élévation

Coupe transversale

Pour les calculs, on utilise la force moyenne de la force de précontrainte et les caractéristiques des sections brutes. Toutes les contraintes sont calculées en section non fissurée.

Béton : Le béton est de classe C50 ($f_{ck} = 50 \text{ Mpa}$) ;

Précontrainte : Câbles 12 T 15s de classe 1860 TBR, ancrés aux extrémités, avec les caractéristiques suivantes :

Force utile probable pour un câble : 2,00 MN (P_m).

ϕ_g (diamètre de gaine) = 80 mm

Actions, en situation d'exploitation

La dalle est soumise aux charges réparties suivantes :

Poids propre : $g = 25 \text{ kN/m}^3$

Superstructures : $g_s = 0,015 \text{ MN/m}$

Charges variables : $q_k = 0,02 \text{ MN/m}$

Combinaisons d'actions ELS

Quasi permanente	$P_m + G$
Fréquente	$P_m + G + 0,6Q$
Caractéristique	$P_m + G + Q$

Limites de contrainte :

Sous combinaison quasi-permanente :	$0 \leq \sigma \leq 0,45 f_{ck}$
Sous combinaison fréquente :	$0 \leq \sigma \leq 0,6 f_{ck}$
Sous combinaison caractéristique :	$0 \leq \sigma \leq 0,6 f_{ck}$

Question 1

Calculer les caractéristiques de la section (A_c , v , v' , I , ρ , I/v et I/v').

Corrigé :

<i>Aire :</i>	$0,62 \text{ m}^2$
<i>v :</i>	$0,715 \text{ m}$
<i>v' :</i>	$1,085 \text{ m}$
<i>I :</i>	$0,239 \text{ m}^4$
<i>rho :</i>	$0,4964$
<i>I/V :</i>	$0,334 \text{ m}^3$
<i>I/v' :</i>	$0,220 \text{ m}^3$

Question 2

Calculer les moments à mi-travée sous l'effet du poids propre, des superstructures et des charges variables.

En déduire les moments en QP, fréquent et caractéristique.

Corrigé :

<i>Mg</i>	$3,1$	<i>MN.m</i>
<i>Mg'</i>	3	<i>MN.m</i>
<i>Mqk</i>	4	<i>MN.m</i>
<i>MQP</i>	$6,1$	<i>MN.m</i>
<i>Mfreq</i>	$8,5$	<i>MN.m</i>
<i>Mcara</i>	$10,1$	<i>MN.m</i>

Question 3

Vérifier les conditions de coffrage à mi-travée.

Corrigé :

combinaisons cara-qp en fibre sup :

$\Delta M \cdot v / I = 11,97 \text{ MPa}$ pour 30 MPa autorisé

combinaisons cara-qp en fibre inf :

$\Delta M \cdot v' / I = 18,19 \text{ MPa}$ pour 22,5 MPa autorisé

combinaisons freq-qp en fibre inf : (non déterminantes)
 $\Delta M^*v/I = 10,91 \text{ MPa}$ pour 22,5 MPa autorisé

Question 4

Déterminer la valeur minimale de la force de précontrainte pour respecter les limites de contrainte en service définies ci-dessus avec $P = P_m$

On calculera les valeurs P_1 et P_{II} .

On prendra garde au fait que les gaines doivent être séparées par une distance d'au moins une gaine horizontalement et que verticalement, on peut regrouper les gaines par paquet de 2 gaines (distance d'au moins une gaine entre deux paquets).

En déduire le nombre de câbles nécessaires. En déduire P et l'excentricité à mi-travée e_0 .

Corrigé :

$d' = 0,16 \text{ m}$ (on prend 2 lits de gaines de précontrainte)

Combinaisons QP-freq : (non déterminantes)

$M_{min}^* = 6,1 \text{ MN.m}$

$M_{max}^* = 8,5 \text{ MN.m}$

$P_1 = 2,69 \text{ MN}$

$P_2 = 6,64 \text{ MN}$

Combinaisons QP-cara :

$M_{min}^* = 6,1 \text{ MN.m}$

$M_{max}^* = 10,1 \text{ MN.m}$

$P_1 = 4,48 \text{ MN}$

$P_2 = 7,89 \text{ MN}$

→ conclusion, on doit prendre $P > 7,89 \text{ MN}$. On choisit de mettre 4 câbles 12T15, placés le plus bas possible, soit à 0,16m de la fibre inférieure. $P = 8 \text{ MN}$ et $e_0 = -0,925 \text{ m}$.

Question 5

Vérifier les contraintes en fibre supérieure et inférieure pour les combinaisons ELS QP, fréquent et caractéristique.

Corrigé : contraintes en MPa

	QP	Fréq	caractéristique
Sigma_{sup}	9,00	16,18	20,97
Sigma_{inf}	18,83	7,92	0,64

Question 6

Représenter les fuseaux de passage en traction.

On indiquera les valeurs de e_{max} et e_{min} sur appui, et à mi-travée.

Corrigé :

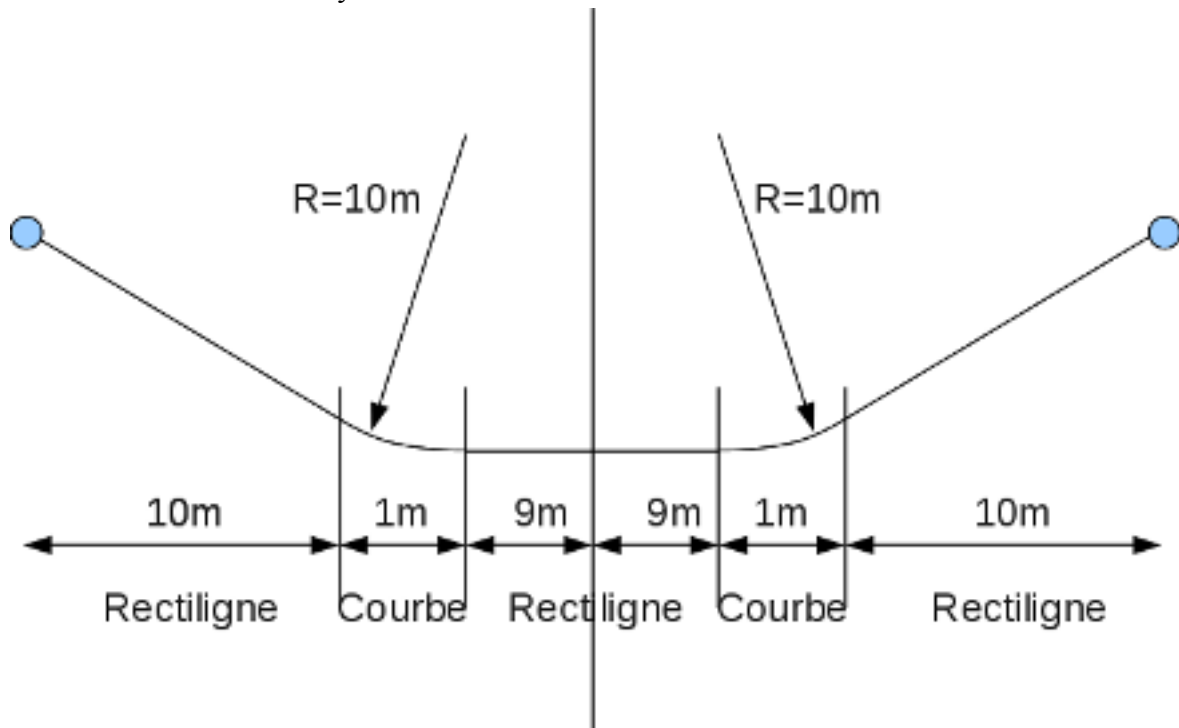
	appui	Mi-travée
emin	-0,539	-1,301
emax freq	0,355	-0,708
emax cara	0,355	-0,908

Question 7

Tracer avec soin et à l'échelle les sections à mi-travée et sur appui en indiquant la position des gaines de précontrainte ainsi que le principe de ferrailage.

Question 8 (indépendante des questions précédentes)

On considère un câble ayant le tracé suivant :



Le câble suit un tracé rectiligne sur 5m, puis une parabole de rayon 10m sur 1m, puis un tracé rectiligne jusqu'à la mi-tavée.

- 1: Donner la répartition de contrainte le long du câbles avant et après rentrée d'ancrage.
- 2: Est-il intéressant de tendre des deux côtés?
- 3 : Calculer l'allongement du câble à la mise en tension, supposée effectuée par une seule extrémité.

On rappelle qu'un câble est tendu à 0,8 fois sa force caractéristique, soit une contrainte de $0,8 \times 1860 = 1488 \text{ MPa}$ au niveau du vérin de mise en tension.

Les pertes par frottement sont évalués grâce à la formule :

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{\max}(1 - e^{-\mu(\theta + kx)})$$

où :

θ est la somme des déviations angulaires sur la distance x (quels que soient leur direction et leur signe)

μ est le coefficient de frottement = $0,19 \text{ rad}^{-1}$

k est une déviation angulaire parasite prise égale à $0,01 \text{ rad/m}$

x est la distance le long de l'armature depuis le point où la force de précontrainte est égale à P_{\max} , force à l'extrémité active pendant la mise en tension.

On donne également les valeurs suivantes :

g : rentrée d'ancrage = 4 mm

E_p : module d'Young de la précontrainte, 195 Gpa .

Remarque : on pourra utiliser l'approximation au premier ordre pour simplifier les calculs !

Corrigé :

x	0	10	10,795	11	20	29	30	40
delta x	0	10	0,795	0,205	9	9	1	10
delta théta	0	0	0,0795	0,0205	0	0	0,1	0
sigma avant recul	1488	1460	1436	1430	1406	1382	1353	1328
sigma après recul	1372	1400	1436					

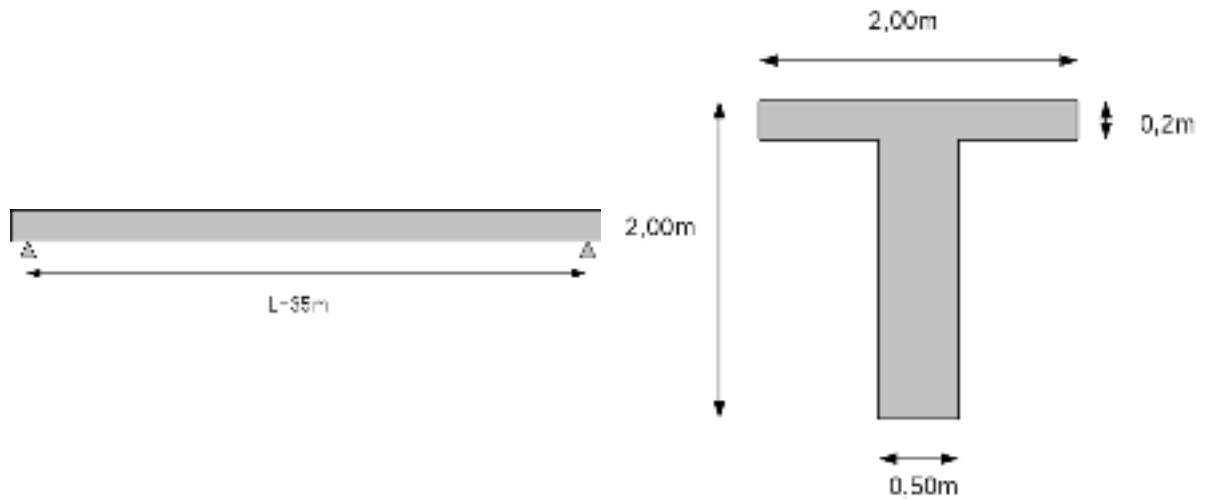
X : longueur de recul d'ancrage = $10,795 \text{ m} \approx 10,80 \text{ m}$

Intéressant de tendre des 2 côtés

Allongement global du câble avant rentrée d'ancrage : $0,288 \text{ m}$

Epreuve 2011-2012

On considère une poutre précontrainte de portée 35 m.



Vue en élévation

Coupe transversale

Pour les calculs, on utilise la force moyenne de la force de précontrainte et les caractéristiques des sections brutes. Toutes les contraintes sont calculées en section non fissurée.

Précontrainte : Câbles 12 T 15s de classe 1860 TBR, ancrés aux extrémités, avec les caractéristiques suivantes :

Force utile probable pour un câble : 2,00 MN (P_m).

ϕ_g (diamètre de gaine) = 80 mm

Actions, en situation d'exploitation

la dalle est soumise aux charges réparties suivantes :

Poids propre : $g = 25 \text{ kN/m}^3$

Superstructures : $g_s = 0,02 \text{ MN/m}$

Charges variables : $q_k = 0,05 \text{ MN/m}$

Combinaisons d'actions ELS

Quasi permanente	$P_m + G$
Fréquente	$P_m + G + 0,6Q$
Caractéristique	$P_m + G + Q$

Limites de contrainte :

Sous combinaison quasi-permanente : $0 \leq \sigma \leq 0,45 f_{ck}$

Sous combinaison fréquente : $0 \leq \sigma \leq 0,6 f_{ck}$

Sous combinaison caractéristique : $-f_{ctm} \leq \sigma \leq 0,6 f_{ck}$

Question 1

Calculer les caractéristiques de la section (A_c , v , v' , I , ρ , I/v et I/v').

Corrigé :

B	1,3	m ²
v	0,792	m
v'	1,208	m
I	0,521	m ⁴
rho	0,4190	
I/v	0,658	m ³
I/v'	0,432	m ³

Question 2

Calculer les moments à mi-travée sous l'effet du poids propre, des superstructures et des charges variables.

En déduire les moments en QP, fréquent et caractéristique.

Corrigé :

M_g	4,98 MN.m
$M_{g'}$	3,06 MN.m
M_{qk}	7,66 MN.m
M_{QP}	8,04 MN.m
$M_{freq,min}$	8,04 MN.m
$M_{freq,max}$	12,63 MN.m
$M_{freq,min}$	8,04 MN.m
$M_{cara,max}$	15,70 MN.m

Question 3

Quelle doit être la classe minimale de résistance du béton pour vérifier les conditions de coffrage à mi-travée.

Le tableau ci-dessous donne les résistances caractéristiques en compression f_{ck} et les résistances moyennes en traction f_{ctm} associée. Ces contraintes sont données en MPa.

f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	MPa
f_{ctm}	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5	MPa

Corrigé :

cara qp en fibre sup

$$\Delta M^*_{v/I} = 11,64 \text{ MPa, pour une limite à } 0,6 f_{ck}$$

cara qp en fibre inf

$$\Delta M^*v/I = 17,74 \text{ MPa} \quad \text{pour une limite à } 0,45 f_{ck} + f_{ctm}$$

freq qp fibre inf

$$\Delta M^*v/I = 10,64 \text{ MPa} \quad \text{pour une limite à } 0,45 f_{ck}$$

il faut au moins du C35 !

Dans la suite, on prendra un béton de classe C45.

Question 4

Déterminer la valeur minimale de la force de précontrainte pour respecter les limites de contrainte en service définies ci-dessus avec $P = P_m$

On calculera les valeurs P_I et P_{II} et on étudiera les deux conditions en fréquent et en caractéristique.

On prendra garde au fait que les gaines doivent être séparées par une distance d'au moins une gaine horizontalement et que verticalement, on peut regrouper les gaines par paquet de 2 gaines (distance d'au moins une gaine entre deux paquets).

En déduire le nombre de câbles nécessaires. En déduire P et l'excentricité à mi-travée e_0 .

Corrigé :

on dispose 3 lits de 2 câbles. Premier lit à 1,5 phi, deuxième lit à 2,5 phi, et troisième lit à 4,5 phi, soit une distance moyenne à la fibre inf de 2,83 phi c'est à dire : $d' = 0,226 \text{ m}$.

Combinaisons QP-freq :

$$M_{min}^* = 8,04 \text{ MN.m}$$

$$M_{max}^* = 12,63 \text{ MN.m}$$

$$P_I = 5,48 \text{ MN}$$

$$P_{II} = 9,62 \text{ MN}$$

Combinaisons QP-cara :

$$M_{min}^* = 8,04 \text{ MN.m}$$

$$M_{max}^* = 14,06 \text{ MN.m}$$

$$P_I = 7,18 \text{ MN}$$

$$P_{II} = 10,70 \text{ MN}$$

On choisit de placer 6 câbles le plus près possible de la fibre inférieure soit :

$$P = 12 \text{ MN} \text{ et } e_0 = -0,981 \text{ m}$$

Question 5

Vérifier les contraintes en fibre supérieure et inférieure pour les combinaisons ELS QP, fréquent et caractéristique.

Corrigé : (résultats en MPa)

	<i>QP</i>	<i>Fréq</i>	<i>Cara</i>
<i>Sigma_sup</i>	3,55	10,53	15,19
<i>Sigma_inf</i>	17,89	7,24	0,15

Question 6

Représenter les fuseaux de passage en traction.

On indiquera les valeurs de e_{\max} et e_{\min} sur appui, et à mi-travée.

Corrigé :

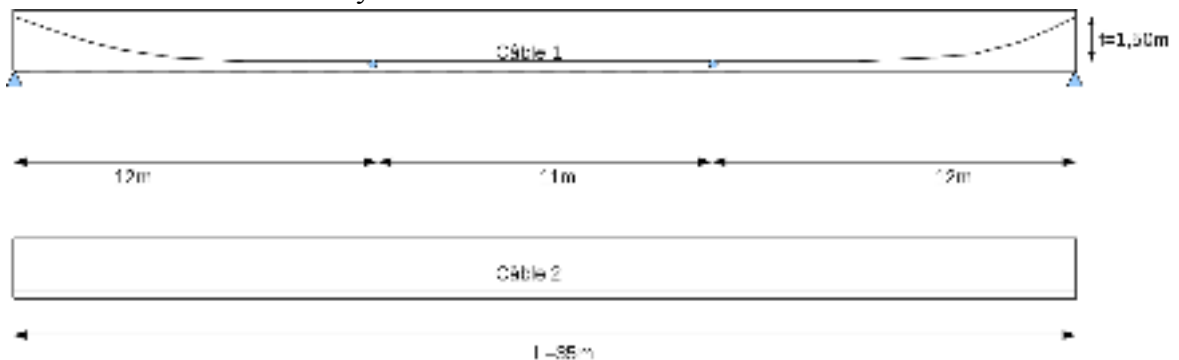
	<i>appui</i>	<i>mi-travée</i>
$e_{\min}(m)$	-0,506	-1,176
$e_{\max \text{ freq}}(m)$	0,332	-0,721
$e_{\max \text{ cara}}(m)$	0,469	-0,839

Question 7

Tracer avec soin et à l'échelle la section à mi-travée en indiquant la position des gaines de précontrainte ainsi que le principe de ferrailage.

Question 8 (indépendante des questions précédentes)

On considère deux câbles ayant le tracé suivant :



Les câbles suivent un tracé parabolique et rectiligne. On tend d'un seul côté.

* Le coefficient de transmission est de 0,875 pour le premier câble et de 0,957 pour le deuxième câble. En déduire les coefficients μ et k .

(le coefficient de transmission est le rapport entre la force au niveau de l'ancrage passif et la force exercée par le vérin côté ancrage actif).

* Calculer l'allongement des câbles à la mise en tension.

* calculer et donner la courbe de contrainte après rentrée d'ancrage ($g = 4 \text{ mm}$, voir ci-dessous), pour les deux câbles.

On rappelle qu'un câble est tendu à 0,8 fois sa force caractéristique, soit une contrainte de $0,8 \times 1860 = 1488 \text{ MPa}$ au niveau du vérin de mise en tension.

Les pertes par frottement sont évalués grâce à la formule :

$$P(x) = P_{\max} e^{-\mu(\theta + kx)}$$

où :

θ est la somme des déviations angulaires sur la distance x (quels que soient leur direction et leur signe)

μ est le coefficient de frottement

k est le coefficient de déviation angulaire parasit

x est la distance le long de l'armature depuis le point où la force de précontrainte est égale à P_{\max} , force à l'extrémité active pendant la mise en tension.

On donne également les valeurs suivantes :

g : rentrée d'ancrage = 4 mm

E_p : module d'Young de la précontrainte, 195 Gpa.

Corrigé :

$$\mu = 0,18$$

$$k = 0,007$$

Pour câble courbe :

R : rayon de courbure = 48 m pour le câble courbe

X : longueur de recul d'ancrage = 10,85 m

X (m)	0	10,35	12	23	35
delta x (m)		10,35	1,65	11	12
delta théta (rad)	0	0,215625	0,034375	0	0,25
sigma avant recul (MPa)	1488,00	1412,81	1401,18	1381,89	1301,26
sigma après recul (MPa)	1341,42	1412,81			

Allongement : 0,250 m

Pour câble rectiligne

X : longueur de recul d'ancrage = 20,53 m

X (m)	0	20,53	35
delta x (m)		20,53	14,47
delta théta (rad)	0	0	0
sigma avant recul (MPa)	1488,00	1450,00	1423,81
sigma après recul (MPa)	1412,97	1450,00	

Allongement : 0,261 m