(a) $u^{(1)}$ v^{2} $2a\xi - 2a + 2a\xi + 2b$
$+ 2a\xi - 2a$
$6a\xi - 4a + 2b$ $\frac{1}{4}$

Département Génie Civil et Bâtiment

Voie d'approfondissement Génie Civil
Cours de Méthodes Numériques
Examen Final — mercredi 30 novembre 2011
Première partie : Éléments finis
Durée conseillée : 1 heure

303

Remarques préliminaires : *Chacune des trois parties de l'examen doit faire l'objet d'une rédaction séparée. Toute partie de l'examen non traitée se traduira par la remise d'une copie blanche précisant l'intitulé de cette partie.*

$-1 + A = -3$
$u^2(-1) = -1 + A = -3$
$A = -2$

Soit le problème différentiel :

$$(P) \begin{cases} u^{(4)}(x) = 0 & x \in]-1, 1[\\ u(-1) = 0 \\ u(1) = 0 \\ u''(-1) = -3 \\ u''(1) = 3 \end{cases}$$

$l_1(v) = v(-1) = 0$
$l_2(v) = v(1) = 0$
$l_3(v) = v(0)$

a''

Question 1 Donner la formulation faible (P_v) de (P).

Question 2 Résoudre (P_v) en discrétisant l'intervalle $[-1, 1]$ à l'aide d'un unique élément fini d'Hermite de degré 3.

$-a + b = 0$
$a = b$

Question 3 Comparer la solution approchée u_h obtenue à la question 2 à la solution analytique u de (P). Le résultat était-il prévisible ?

$-10a + 2b = -3$

$-8b = -3 \quad b = \frac{3}{8}$

$$\left[u^{(3)}(x) v(x)\right]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} u^{(3)}(x) v'(x) = 0$$

$-10a + 2a = -3$
$a = \frac{3}{8}$

$$u^{(3)}(1) \cancel{v(1)}^{0} - u^{3}(-1) \cancel{v(-1)}^{0} - \cancel{\left[u^{(2)}(x) v(x)\right]_{-1}^{1}}^{0} + \int_{-1}^{1} u^{(2)}(x) v'(x)$$

$$\int_{-1}^{1} u^{(2)} v'(x)\, dx = 0$$

$\varphi_2(1) = 0$

$\varphi_2^{(2)}(1) = 3 = 2a\,(3 \times 1^2 - 1)$