

Cours de Méthodes numériques - 2ème partie
ÉQUATIONS INTÉGRALES ET ÉLÉMENTS DE FRONTIÈRE

Examen final du 2 décembre 2010
(durée conseillée 30 mn)

1 La méthode des éléments de frontière dans le cas général

- diapo 3
1. Quels champs connus introduit-on dans le théorème de réciprocité afin d'établir une formulation intégrale ? Comment les choisit-on ?
 2. Quels sont les champs inconnus d'un problème d'élasticité modélisé par *équations intégrales de frontière* ? Quelles sont les inconnues d'un problème d'élasticité modélisé par la *méthode des éléments de frontière* ?
 3. Déterminer la dérivée par rapport à x de la fonction suivante¹ et expliquer son utilité :
$$\frac{\omega}{4} |x - y|^2 \operatorname{sgn}(x - y)$$
 4. Quelle formule utilise-t-on pour déterminer la solution en un point intérieur à partir des solutions sur la frontière ?
 5. Les solutions élémentaires sont-elles plus fortement singulières en élasticité 3D ou en élasticité 2D ? Pour quelle raison mathématique ? Interpréter physiquement ce résultat.
 6. Quel type de matrices manipule-t-on dans la méthode des éléments de frontière ? Quel en est l'inconvénient principal (comparativement à la méthode des éléments finis) ?
 7. Comment établit-on les équations intégrales pour un domaine non borné ? Comment appelle-t-on généralement ce type de problème ?

2 La méthode des éléments de frontière en élastodynamique

- diapo 19
1. Citer 3 méthodes permettant de limiter les réflexions d'ondes parasites dans un modèle par éléments finis ? *frontières absorbantes classiques / éléments finis / couches absorbantes*
- diapo 28
2. Quelles sont les principales difficultés posées par l'analyse par équations intégrales des problèmes dynamiques en régime transitoire ? *dépend du type (due à la célérité, retards $c < c_1$)*
- diapo 41
3. Comment faire le lien formel entre la solution élémentaire scalaire en régime permanent $G(x, y, \omega)$ et la solution élémentaire scalaire en régime transitoire $G(x, t, y|f)$? *ici solution élémentaires permanentes*
- diapo 47 (diapo 40)
4. Quelle difficulté pose la formulation directe en régime permanent à certaines fréquences ? *au près de la fréquence de résonance la solution n'est pas unique $\Delta u + \kappa^2 u + F = 0$*
 5. En dynamique, qu'est-ce que l'ISD et comment est-il utilisé pour optimiser un maillage en éléments de frontière ? De quels paramètres dépend-il ? Pourquoi le paramètre considéré dans l'expression de l'ISD est-il lié à un type d'onde particulier ?
- diapo 55
6. Pour étudier l'interaction dynamique sol-structure, est-il nécessaire de discrétiser la surface libre du sol ? Expliquer pourquoi. *non, il n'est pas nécessaire (donner exemple)*
- diapo 75
7. Comment est-il possible d'améliorer l'efficacité de la méthode des éléments de frontière ? Expliquer les principes de base de la démarche. *méthode des multipôles rapides on crée des pôles, on détermine les intervalles avec les éléments proches, l'algo désigne la fonction signe. ensemble d'intervalle avec les pôles*

Exo 1:

1. Dans le théorème de réciprocité, on introduit des champs de déplacement u et contraintes σ solution d'un problème simple (force ponctuelle)
2. Les champs inconnus dans les équations intégrales de frontière sont u et σ en $x \in \partial \Omega$
 Les champs inconnus dans la méthode des éléments frontière sont u et σ approchés pour $x \in \Omega$ à l'intérieur
3. $\frac{d}{dt} |x-y|^2 \text{sign}(x-y) = f(x)$; rotation de la fibre moyenne.
 $f'(x) = \frac{d}{dt} |x-y| \Rightarrow$ de moment fléchissant
4. On utilise la représentation intégrale du déplacement et de la contrainte.
5. La singularité de la solution élémentaire en 3D est plus forte qu'en 2D.
 La force crée des déplacements et des contraintes infinies en suscept d'appl.
 Mathématiquement $\int_{\Omega} u^i(\Omega) = o(\frac{1}{r}) \rightarrow$ en 3D, elle tend plus rapidement vers ∞ de n pour les contraintes
6. Matrice pleine non symétrique \rightarrow difficile à résoudre!
7. Pb. extérieurs: On établit les équations intégrales pour un domaine borné $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ arbitrairement grand et on fait tendre $R \rightarrow \infty$.

1. Frontières absorbantes classiques / éléments infinis / couches absorbantes ??
2. Variable du temps !!
3. La solution élémentaire du régime permanent peut être considérée comme solution transitoire pour une variation temporelle particulière $f(t) = e^{-i\omega t}$ de la source
 soit $G(x, y, \omega) = G(x, y, t | f = e^{-i\omega t})$ (en excluant les C.I. à $t = -\infty$)
4. Les équations intégrales n'admettent pas de sol. unique si ω est égal à une pulsation propre.
5. ISD: Indice de sévérité dynamique; permet de choisir le nombre de point de Gauss utilisé dans la discrétisation, dépend de ω, r, c_T , il est lié à la célérité d'onde transversale car $\Delta r < \lambda$, la finesse de discrétisation plus élevée est de courte longueur d'onde !!
6. Non il n'est pas nécessaire de discrétiser la surface libre
 \rightarrow pb $\frac{1}{2}$ espace ??
7. Méthode des multipôles rapide: on crée des pôles on détermine les interactions avec les éléments proches ensuite les interactions entre les pôles!

pipage
 stable
 pas sûr de
 la réponse