

Exercices HYDROLOGIE

GETTVERT Florian, LAFOUGE Marie

SOMMAIRE

<i>Exercice 1</i> : Le bassin versant de la Chézine	<i>p.1</i>
<i>Exercice 2</i> : Ecoulement de l'eau en zone non saturée	<i>p.5</i>
<i>Exercice 3</i> : Infiltration de l'eau dans le sol	<i>p.7</i>
<i>Exercice 4</i> : Décroissance exponentielle du débit d'étiage	<i>p.8</i>
<i>Exercice 5</i> : Fonction de transfert d'un bassin versant	<i>p.10</i>
<i>Exercice 6</i> : Hydrogramme unitaire d'un bassin versant	<i>p.12</i>

Exercice 1 :

Le bassin versant de la Chézine

La Chézine est une petite rivière de l'agglomération nantaise. Son bassin versant est allongé, urbanisé à l'aval avec la ville de Nantes et Saint-Herblain, mais également dans sa partie intermédiaire avec la localité de Sautron.



Figure 1 : Représentation du bassin de la Chézine et de son réseau hydrographique

La Chézine draine un bassin versant d'une surface de 30 km². Le coefficient d'imperméabilisation est d'environ 19%.

On s'intéressera à la réaction hydrologique du bassin versant de la Chézine que l'on va essayer de comprendre à partir des données hydrologiques pour tenter de fournir une analyse sur le fonctionnement hydrologique de la Chézine.

L'étude d'un nombre important d'événements pluvieux a montré qu'il existe une relation entre le débit de base de la Chézine avant l'évènement pluvieux et le coefficient de ruissellement associé à cet évènement pluvieux. Le coefficient d'écoulement (CE) s'exprime comme le rapport entre le volume d'eau écoulé à l'exutoire et le volume d'eau précipité pendant l'évènement.

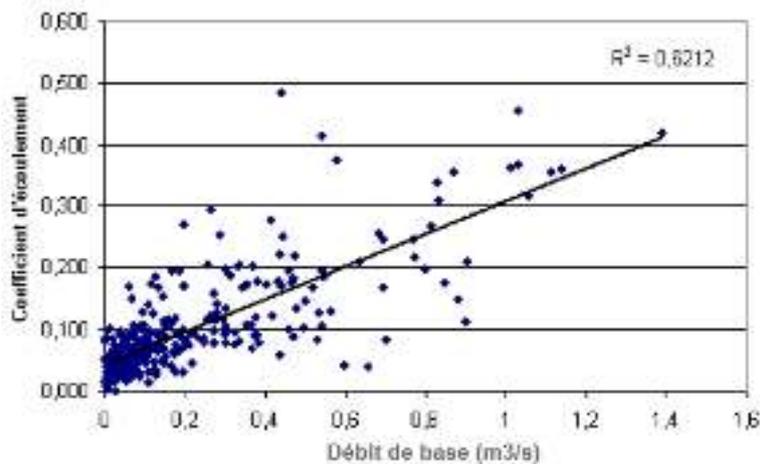


Figure2 : Relation entre le coefficient d'écoulement événementiel et le débit de base

Analyse de la Figure 2 :

On note qu'une **corrélation entre le débit de base et le coefficient d'écoulement** existe : plus le débit de base est élevé, plus le coefficient d'écoulement a tendance à augmenter.

En **été**, on observe un débit de base faible compris entre 0 et 0,15 m³/s. Ce débit de base correspond à la composante de l'écoulement provenant de la vidange des réserves du bassin, souterraines ou superficielles¹. C'est donc l'eau qui vient du tarissement des nappes en majorité or en été, ces nappes sont peu alimentées par les eaux de pluie d'où un débit de base faible. A ce débit de base faible est associé un coefficient d'écoulement lui aussi faible (entre 0 et 6%). Les arguments suivants peuvent expliquer ce **faible coefficient d'écoulement** :

- en été, la partie supérieure du sol est souvent non saturée en eau ce qui engendre une infiltration de l'eau dans le sol qui retient une grande partie de cette eau de pluie ;
- avec les températures plus élevées, une partie de l'eau de surface va elle-aussi s'évaporer ;
- et on observe également un rôle important de l'**évapotranspiration** durant cette période.

A contrario, en **période hivernale**, le débit de base alimenté par la nappe est plus fort (supérieur à 0,5 m³/s) et le coefficient d'écoulement plus élevé (compris entre 30 et 40%). En effet, le sol est souvent saturé en eau et le rôle de l'évapotranspiration est négligeable à cette période : les écoulements de surface (ou ruissellement) contribuent alors à l'alimentation du réseau hydrographique. Ces écoulements directs font que le volume d'eau à l'exutoire est plus important et que le coefficient d'écoulement est plus élevé.

En somme, le débit de base est un **bon indicateur de l'état hydrique** du bassin versant : plus le débit de base est élevé, plus le bassin versant est humide

¹ <http://www.ecosociosystemes.fr/debit.html>

La réaction du bassin versant de la Chézine à une pluie est étudiée en regardant les hydrogrammes qui résultent d'une impulsion pluvieuse assez brève. Les deux exemples ci-dessous illustrent des cas différents pour lesquels le bassin versant réagit visiblement de façon différente.

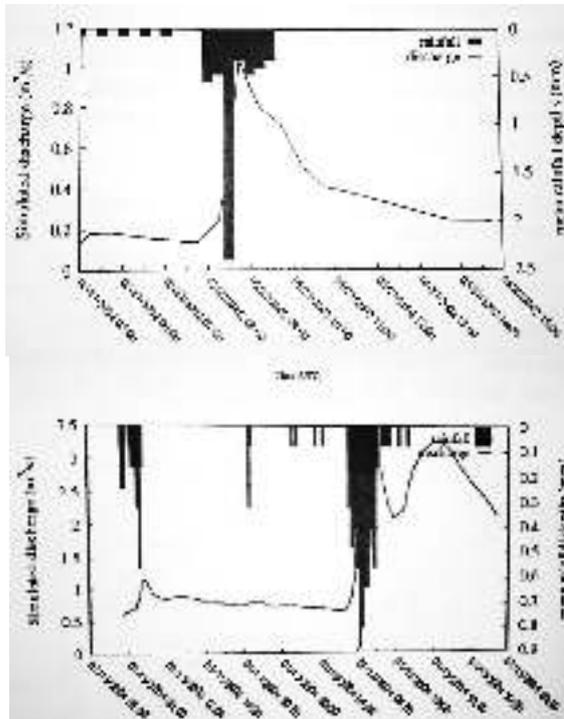


Figure 3 : Le premier évènement se situe à la fin du printemps (27 mai). Pour cet évènement où l'impulsion pluvieuse est faible (quelques mm d'eau), le coefficient d'écoulement est faible (4%) et l'on observe un très net pic de débit.

Figure 4 : Cet évènement se déroule en fin d'automne. Le coefficient d'écoulement atteint 14%.

Analyse de la Figure 3 et de la Figure 4 :

En fin de printemps (coefficient d'écoulement égal à 4%), après le pic de pluie, on observe un pic net de débit environ 30 minutes après. A contrario, après un évènement pluvieux en fin d'automne (coefficient d'écoulement de 14%), on observe un hydrogramme « chameau » : deux pics sont observés.

On peut supposer que ces variations de débit sont liées au coefficient d'écoulement et à l'occupation des sols. En effet, à la sortie de l'exutoire (là où sont réalisées les mesures), la zone est fortement urbanisée avec les villes de Nantes et de Saint-Herblain : il y a une forte imperméabilisation des sols et le ruissellement y est donc plus important que dans les zones agricoles en amont. Les eaux de ces deux villes situées à proximité de la Chézine alimentent donc plus rapidement le cours d'où un premier pic très proche de celui du pic de précipitations. Ce premier pic (*Figure 4*) peut correspondre aux eaux de ruissellement de Nantes et Saint-Herblain non retenues dans les bassins de stockage. Le deuxième pic (*Figure 4*) correspond, quant à lui, aux eaux de ruissellement (ou écoulements de surface) et aux écoulements de sub-surface plus en amont du bassin versant. Ce deuxième pic est moins accentué dans l'hydrogramme en été (*Figure 3*) du fait du plus faible coefficient d'écoulement comme expliqué précédemment.

Ainsi, le coefficient d'écoulement apparaît être le principal facteur explicatif de l'allure de ces hydrogrammes (le coefficient de ruissellement variant selon le type de revêtement du sol).

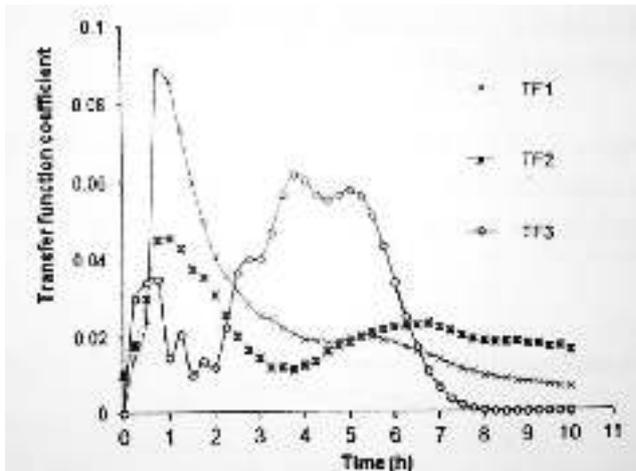


Figure 5: Représentation des hydrogrammes unitaires de la Chézine pour des événements pluvieux dont le coefficient (CE) augmente
 TF1 – CE inférieur à 0,12
 TF2 – CE de 0,10 à 0,25
 TF3 – CE supérieur à 0,25

Analyse de la Figure 5 :

Le coefficient d'écoulement est le facteur explicatif de l'allure des courbes des hydrogrammes : si le coefficient d'écoulement augmente, on voit apparaître un deuxième pic dominant à intervalle plus long.

Conclusion :

La réponse hydrologique du bassin versant de la Chézine dépend fortement de l'état hydrique initial du bassin (dont le débit de base peut être un bon indicateur), lui-même relié aux séquences de divers types de périodes pluvieuses et sèches qui ont précédé l'événement pluie-débit étudié. Ainsi, une pluie tombant sur un sol sec servira d'abord à combler le déficit d'humidité du sol. Cette même pluie sera entièrement disponible pour le ruissellement si le sol est déjà saturé au début de l'événement².

Dans un état initial sec (nappe profonde, faible extension des surfaces saturées), la recharge de la nappe sera beaucoup plus lente et le ruissellement par saturation beaucoup plus limité. La condition initiale sèche se traduit par une première crue bien plus faible que dans la situation d'une condition initiale humide puisque l'eau de pluie va commencer par remplir le réservoir sol avant de générer de l'écoulement.

Le comportement hydrologique de la Chézine est donc conditionné par les conditions initiales d'humidité du sol. Le coefficient d'écoulement relié au débit de base de la Chézine sont de bons indicateurs de cet état hydrique.

² MUSY André, *Chapitre 11 : La réponse hydrologique* ; site internet : <http://echo2.epfl.ch/ehydrologie/chapitres/chapitre11/main.html>

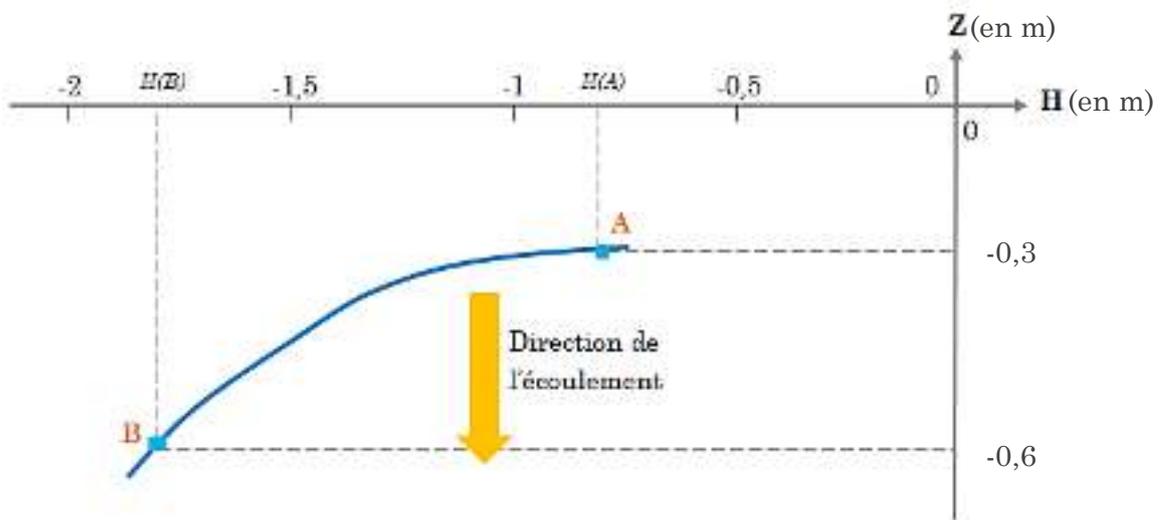
Exercice 2 :

Écoulement de l'eau en zone non saturée

Deux tensiomètres A et B sont installés à $z_A = -0,3 \text{ m}$ et $z_B = -0,6 \text{ m}$ au-dessous de la surface ($z_0 = 0,0 \text{ m}$) d'un sol. Les **tensiomètres** fournissent les valeurs de succion suivantes : $\Psi_A = -0,5 \text{ m}$ et $\Psi_B = -1,2 \text{ m}$.

Dans le cas d'un sol non saturé, l'eau du milieu poreux non saturé est donc à une pression inférieure à la pression atmosphérique. Elle est retenue par le milieu poreux qui constitue un obstacle à l'écoulement, cette pression négative s'appelle la **succion matricielle** (notée Ψ).

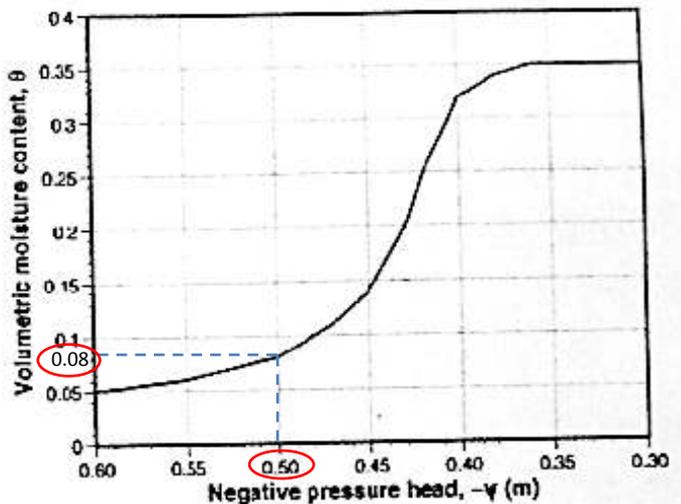
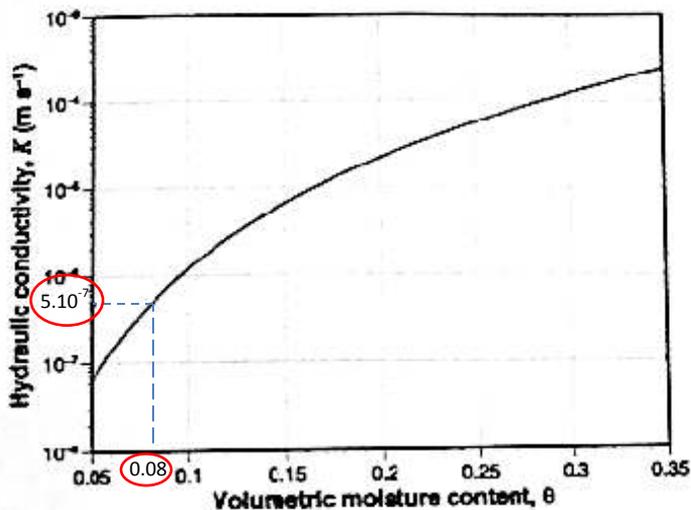
Le potentiel hydrique H vaut donc $H = \Delta z + \Psi$ où Ψ la succion matricielle et $\Delta z = z_i - z_0$ l'altitude du tensiomètre i par rapport à la surface. On obtient alors, pour le sol étudié, le profil de charge totale suivant :



Profil de charge totale du sol étudié

La direction de l'écoulement sur le profil de charge totale ci-dessus est justifiée puisque l'écoulement se produit dans **la direction des potentiels décroissants**.

Au niveau de ces deux tensiomètres A et B, les relations entre la succion (Ψ) et la teneur en eau (θ) du sol d'une part, et celles entre la conductivité et la teneur en eau $K(\theta)$ d'autre part ont été étudiées et sont données par les deux figures suivantes :



La teneur en eau θ du sol peut être déterminée graphiquement pour une succion Ψ_A de -0,5 mètre et vaut $\theta = 0,08$ soit 8%. La succion $\Psi_B = -1,2 \text{ m}$ ne permet pas avec le graphique ci-dessus de connaître la teneur en eau en B.

Hypothèse : ne pouvant pas déduire la conductivité hydraulique en B pour estimer le débit q_B , tous les calculs qui suivent seront effectués à partir des valeurs fournies par le tensiomètre A.

De la même manière, connaissant la teneur en eau θ égale à 8%, on peut déterminer graphiquement la conductivité hydraulique $K(\theta)$ qui est de $5 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$.

On peut alors donner un ordre de grandeur du **débit** entre les deux tensiomètres en appliquant la **loi de Darcy** généralisée :

$$q = -K(\theta) \cdot \text{grad } H(\theta) = -K(\theta) \cdot \frac{H_B - H_A}{z_B - z_A}$$

On obtient alors le débit suivant : $q = 1,67 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$.

Le débit entre les deux tensiomètres est donc de l'ordre de 10^{-6} m/s (avec l'hypothèse faite ci-dessus).

Exercice 3 :

Infiltration de l'eau dans le sol

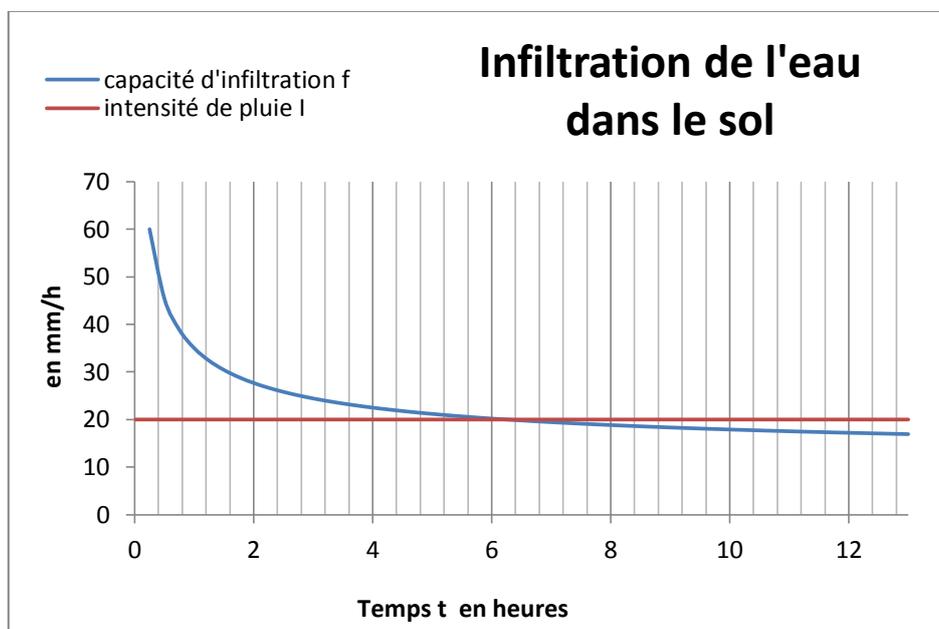
La capacité d'infiltration d'un sol est décrite par l'équation de Philips faisant intervenir la sorptivité du sol S et la conductivité hydraulique à saturation K :
 $f(t) = \frac{1}{2}St^{-1/2} + K$ avec $K = 10\text{mm/h}$ et $S = 50\text{ mm/h}$.

On cherche alors à savoir au bout de combien de temps l'eau commence à ruisseler sur le sol pour une intensité de pluie **constante** et égale à $I = 20\text{mm/h}$. La détermination de ce temps sera effectuée en appliquant la méthode du *ponding time*. L'hypothèse est faite que le ruissellement ne se produit que lorsque les deux conditions suivantes sont satisfaites :

- l'intensité de la pluie excède la capacité d'infiltration
- avant de ruisseler, le sol a absorbé toute l'eau qu'il était capable d'infiltrer.

Le temps t_0 pris comme référence dans la méthode expliquée ci-dessus est $t_0 = 0\text{h}$, ainsi on n'observe pas de *ponding time*. On peut alors déterminer graphiquement le temps t_R où l'eau commence à ruisseler sur le sol puisqu'à $t = t_R$, on a $f(t_R) = I$.

Ainsi, en utilisant le logiciel Excel, on obtient la courbe de la capacité d'infiltration du sol grâce à l'équation de Philips $f(t)$ en fonction du temps t :



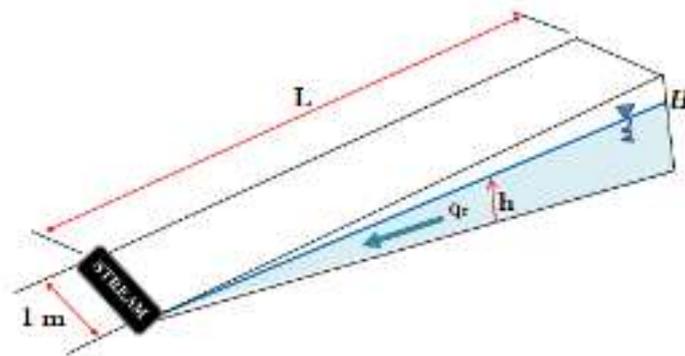
On obtient alors $t_R = 6,25\text{h}$. L'eau commence donc à ruisseler sur le sol au bout de **6h15min**.

Exercice 4 :

Décroissance exponentielle du débit d'étiage

Les mesures indiquent que le débit d'étiage d'un cours d'eau diminue très souvent selon **une loi exponentielle**. Nous allons démontrer ce constat de façon physique à partir des hypothèses suivantes illustrées par la figure ci-dessous :

- le gradient hydraulique de la nappe qui alimente le cours d'eau suit une droite ;
- le niveau de la nappe est décrit par sa hauteur moyenne.



Pour cela, on exprimera le débit par unité de longueur ($[q_r] = L \cdot T^{-1}$) à partir, dans un premier temps, de la loi de Darcy et, dans un second temps, comme une variation du stock d'eau.

- Loi de Darcy :

La **loi de Darcy** donne l'expression suivante $q_r = -K \cdot \frac{\Delta H}{L}$ où q_r le débit (par m/s), K la conductivité hydraulique (en m/s) et $i = \frac{\Delta H}{L}$ le gradient hydraulique (en m/m). En dérivant cette expression, on obtient :

$$dq_r = -\frac{K}{L} dh \quad (1)$$

- Variation du stock d'eau :

Un débit q_r pendant un temps dt se traduit par une baisse de niveau dh telle que l'on ait :

$$dh = q_r \cdot dt \quad (2)$$

- Bilan:

Les équations (1) et (2) permettent alors d'obtenir l'équation différentielle suivante d'inconnue q_r :

$$\frac{dq_r}{dt} + \frac{K}{L} q_r = 0 \quad (3)$$

On suppose les conditions initiales suivantes connues: à $t = t_0$, $q_r(t_0) = q_0$ et on pose $\beta = \frac{K}{L}$ une constante. Alors la solution proposée est bien une **loi exponentielle** telle que : $\forall t > t_0, q_r(t) = q_0 \cdot e^{-\beta(t-t_0)}$.

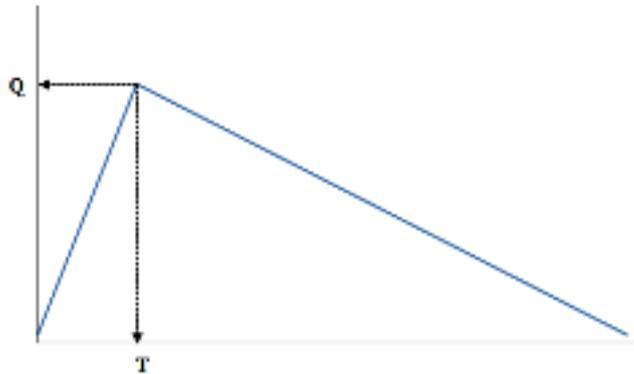
Soit, si l'on fixe $t_0 = 0s$ l'instant de référence où l'on commence à mesurer le débit d'étiage par unité de longueur :

$$q_r(t) = q_0 \cdot \exp(-\beta t) \quad \text{avec } \beta = \frac{K}{L}$$

Exercice 5 :

Fonction de transfert d'un bassin versant

La fonction de transfert d'un bassin versant peut être schématisée par le graphique ci-dessous :



Cet hydrogramme se caractérise par deux paramètres : le temps de montée au pic **T** et le débit de pointe **Q**. Ces deux paramètres sont influencés par différentes caractéristiques du bassin versant que sont sa surface, sa pente, sa forme ou encore sa densité de drainage (c'est-à-dire le rapport de la longueur du réseau hydrographique sur la surface du bassin versant).

Nous allons ainsi étudier l'influence de ces quatre caractéristiques du bassin versant sur **T** et **Q**.

- Influence de la surface du bassin versant :

Le bassin versant étant l'aire de réception des précipitations et d'alimentation des cours d'eau, les débits vont être en partie reliés à sa surface. Pour une même pluie, un grand bassin versant verra un débit de pointe à l'exutoire plus fort mais un temps de montée au pic moins rapide qu'un plus petit bassin versant.

- Influence de la pente :

La pente est une caractéristique importante qui renseigne sur la topographie du bassin. Elle donne une bonne indication sur le temps de parcours du ruissellement direct - donc sur le temps de concentration t_c - et influence directement le débit de pointe lors d'une averse. Si la pente augmente, l'eau de ruissellement atteint plus rapidement le cours d'eau et donc le temps de montée au pic **T** diminue alors que le débit de pointe se voit augmenter ; et inversement.

- Influence de la forme du bassin versant :

La forme d'un bassin versant influence l'allure de l'hydrogramme à l'exutoire du bassin versant. Par exemple, une forme allongée favorise, pour une même pluie, les faibles débits de pointe de crue, ceci en raison des temps d'acheminement de l'eau à l'exutoire plus importants. Ce phénomène est lié à la notion de temps de concentration³.

En revanche, les bassins de forme plus compacte, présentant un temps de concentration plus court, auront les plus forts débits de pointe.

En somme, on peut schématiser ces influences dans le tableau récapitulatif suivant :

Caractéristiques du bassin versant		T	Q
Surface	augmente	↑	↑
	diminue	↓	↓
Pente	augmente	↓	↑
	diminue	↑	↓
Forme	allongée	↑	↓
	compacte	↓	↑
Densité de drainage	faible	↑	↓
	élevée	↓	↑

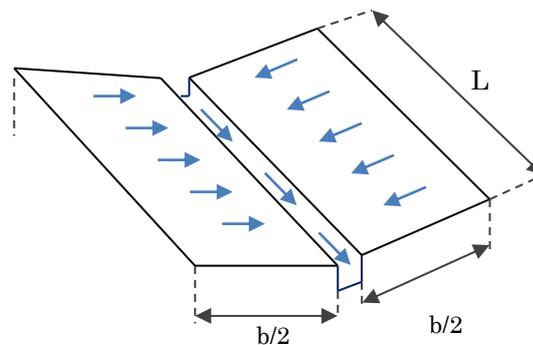
³ MUSY André, *Chapitre 2 : Le bassin versant et son complexe* ; site internet : <http://echo2.epfl.ch/e-drologie/chapitres/chapitre2/main.html>

Exercice 6 :

Hydrogramme unitaire d'un bassin versant

L'hydrogramme correspondant à une averse unitaire de volume unité (équivalente à une lame d'eau de 1 mm uniformément répartie sur tout le bassin) est appelé **hydrogramme unitaire**⁴. Cet hydrogramme est de fait une caractéristique propre du bassin versant considéré.

Afin d'illustrer la méthode de réalisation d'un hydrogramme unitaire, on se propose de déduire l'hydrogramme unitaire d'un bassin versant élémentaire qui peut être schématisé par deux versants plans drainés par un cours d'eau central (figure ci-dessous) :



La vitesse de ruissellement de surface est supposée constante et égale à V_0 et la vitesse de l'eau dans le cours est également constante et égale à V_c .

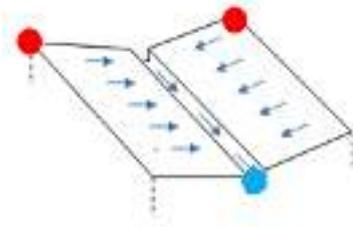
Données :

- $L = 6000$ mètres
- $b/2 = 500$ mètres
- $V_0 = 0,2$ m/s
- $V_c = 2$ m/s
- On adoptera un pas $\Delta t = 300$ secondes

⁴ <http://hmf.enseeiht.fr/travaux/CD9899/travaux/optsee/bei/g3pj3/hu.htm>

- Détermination du temps de concentration :

Le **temps de concentration** t_c est le temps nécessaire à une goutte d'eau pour atteindre l'exutoire (endroit où l'on veut connaître le débit) depuis l'endroit le plus éloigné hydrauliquement parlant du bassin versant.



Légende :

- endroit le plus éloigné hydrauliquement parlant du bassin versant
- exutoire

Ainsi le parcours le plus long (à partir du point rouge ci-dessus) comprend le ruissellement des 500 mètres de pente du versant et l'écoulement en rivière sur 6 000 mètres jusqu'à l'exutoire. Le temps de concentration du bassin (ou temps de réponse) peut alors s'exprimer ainsi pour la modélisation faite :

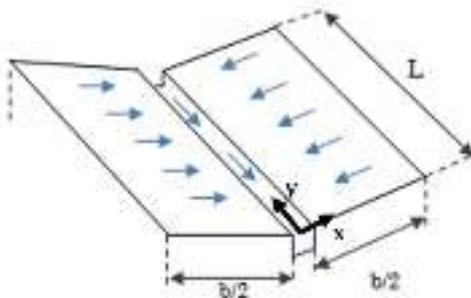
$$t_c = \frac{b/2}{V_0} + \frac{L}{V_c} = \frac{500}{0,2} + \frac{6000}{2,0} = 5500 \text{ s}$$

Le temps de réponse du bassin t_c est de **1h31min40s**.

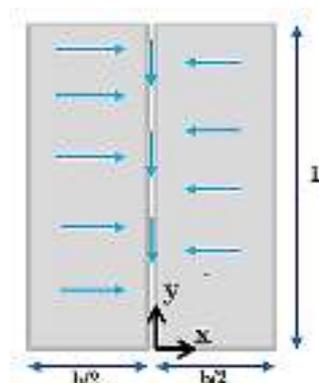
- Tracé des courbes isochrones :

Le bassin versant étant schématisé par deux versants plans drainés par un cours d'eau central, chaque courbe isochrone (courbe ayant le même temps de concentration) doit vérifier l'équation suivante dans le repère (x,y) choisi ci-dessous :

$$t_{isochrone} = t_{ruissellement} + t_{rivière} = \mp \frac{x}{V_0} + \frac{y}{V_c} \text{ avec } t_{isochrone} \text{ fixé.}$$

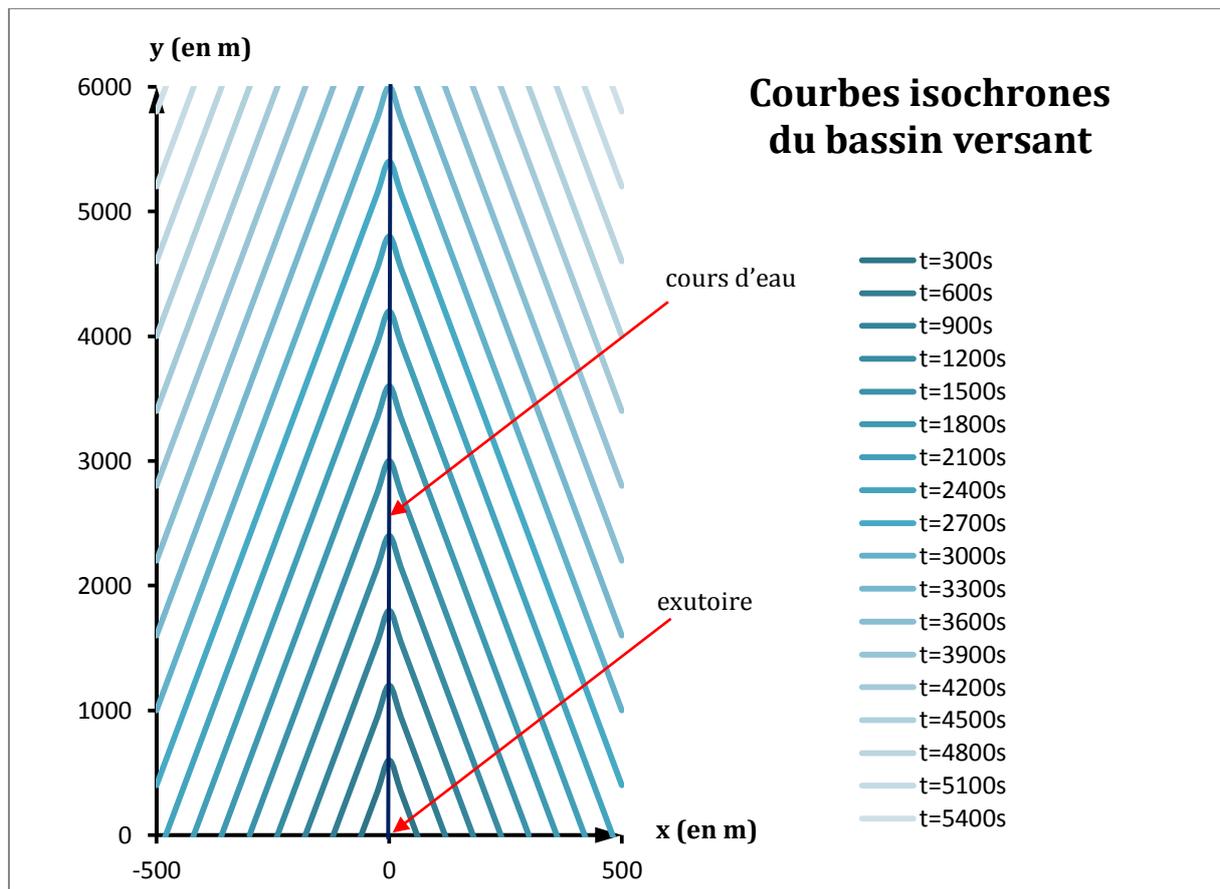


Vue de profil



Vue de dessus

La résolution de l'équation permet de tracer graphiquement chaque courbe isochrone du bassin versant. Il a été choisi un écart entre chaque courbe isochrone tracée de $\Delta t = 300$ secondes.



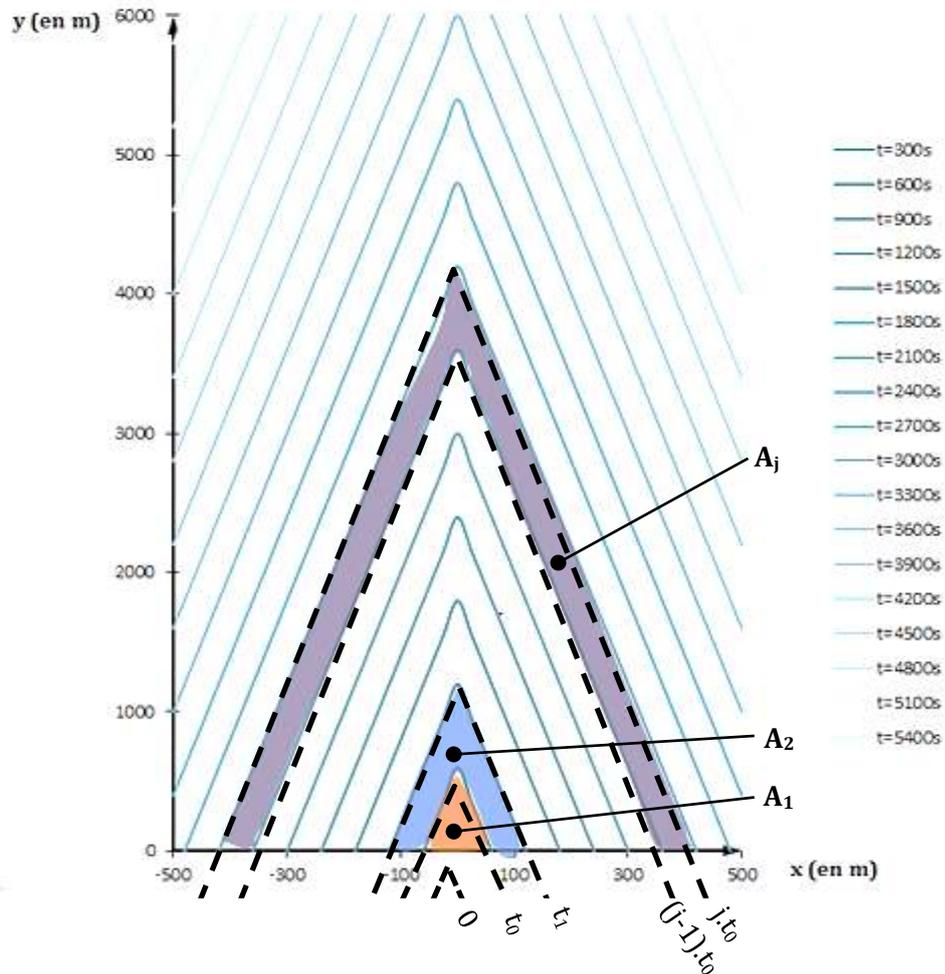
- Hydrogramme unitaire du bassin versant :

Pour un hétérogramme net type, on peut connaître l'hydrogramme net type correspondant.

Pour pouvoir déduire un hydrogramme unitaire, on suppose que le coefficient d'infiltration est constant pour le bassin, l'averse unitaire est ramenée à un volume de 1 mm ($i = 12$ mm/h), la durée de l'averse est limitée (ici, $t_0 = \Delta t = 5$ min), deux averses de même durée donneront deux hydrogrammes ayant le même temps de base (c'est-à-dire que le temps de concentration t_c est constant pour le bassin) et que le débit net est proportionnel à l'intensité nette de la pluie⁵.

On divise le bassin en isochrones multiples de $t_0 = 300$ secondes.

⁵ HUBERT Jonathan, *Chapitre 1 : Hydrologie de la pluie au débit*, site internet : <http://fr.scribd.com/doc/53808379/Chapitre-1-Hydrologie>

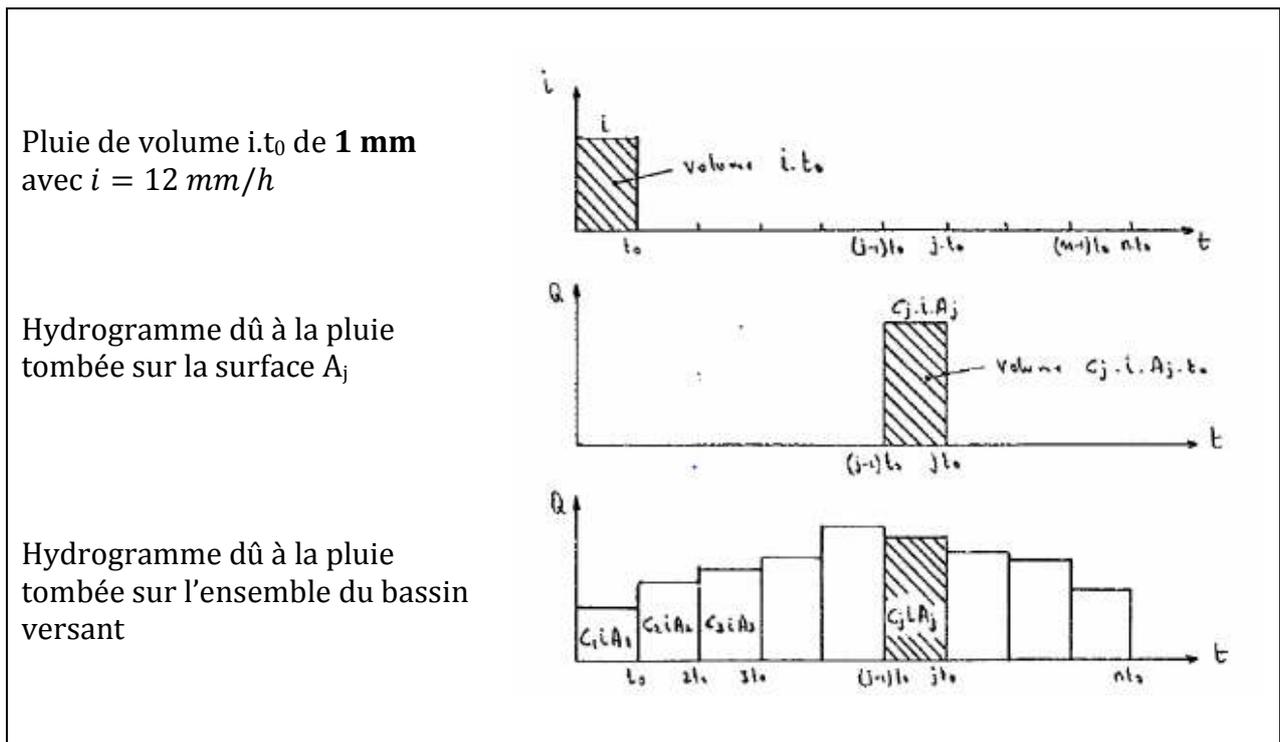


Pour chacune des zones de surface A_j définie, on suppose un coefficient de ruissellement C_j constant (fraction de la pluie qui ruisselle) et égal à 1. En réalité, ce coefficient n'égalé jamais 1 et varie selon le revêtement du sol comme le montre le tableau ci-dessous :

Type de revêtement de sol	Valeur moyenne de C
Surfaces totalement imperméables (toitures, chaussées, trottoirs modernes)	0,9
Pavages à larges joints	0,6
Voie en macadam non goudronné	0,35
Allées en gravier	0,2
Surfaces boisées	0,05

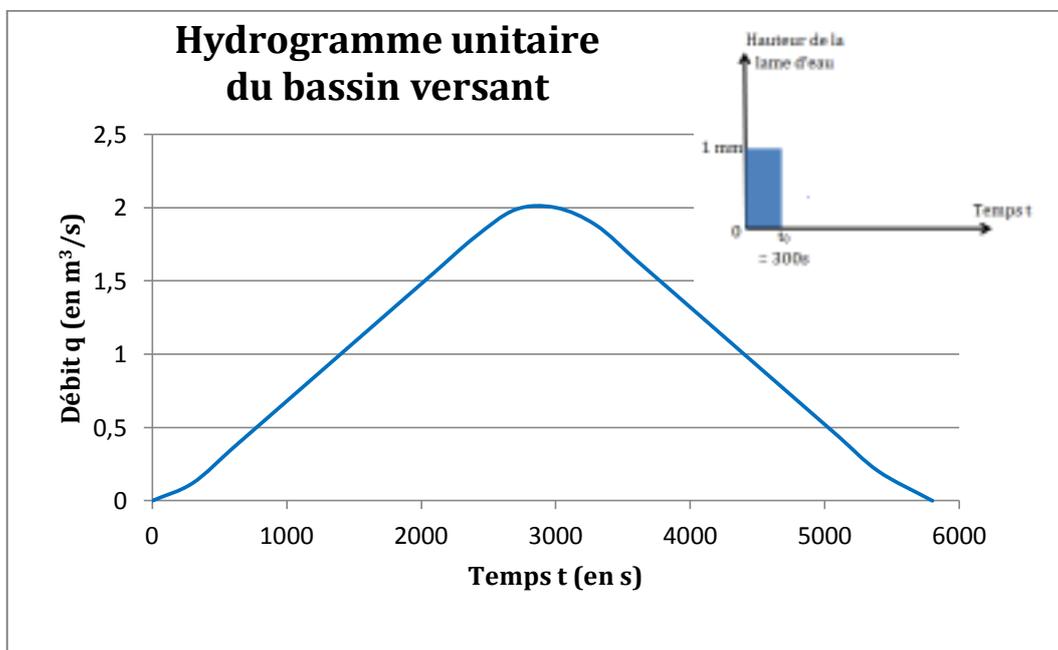
Source : HUBERT Jonathan, *Chapitre 1 : Hydrologie de la pluie au débit*,
 site internet : <http://fr.scribd.com/doc/53808379/Chapitre-1-Hydrologie>

Méthode employée pour réaliser l'hydrogramme unitaire :



Hypothèses: la pluie tombe instantanément donc l'hydrogramme unitaire induit est rectangulaire et on considère, ici pour l'exercice, que $C_j = 1 \Rightarrow C_j.i.A_j = i.A_j$.

On obtient alors l'**hydrogramme unitaire** du bassin versant schématisé :



Données :

Ces données ont été calculées à partir des caractéristiques du bassin versant initialement connues et des courbes isochrones tracées précédemment. Elles sont regroupées dans le tableau suivant :

Surface du bassin versant (en m ²)	6000000	volume pluie i																				0,001
		(en m)																				
Zone j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
Temps j.t ₀ (en s)	0	300	600	900	1200	1500	1800	2100	2400	2700	3000	3300	3600	3900	4200	4500	4800	5100	5400	5500	5800	
Aire A _j (en m ²)	0	36000	108000	180000	252000	324000	396000	468000	540000	596000	600000	564000	492000	420000	348000	276000	204000	132000	60000	4000	0	
Débit Q _j (en m ³ /s)	0	0,12	0,36	0,6	0,84	1,08	1,32	1,56	1,8	1,98667	2	1,88	1,64	1,4	1,16	0,92	0,68	0,44	0,2	0,01333	0	

→ Formule pour le calcul du débit de l'hydrogramme unitaire :

$$Q_j = A_j * i$$

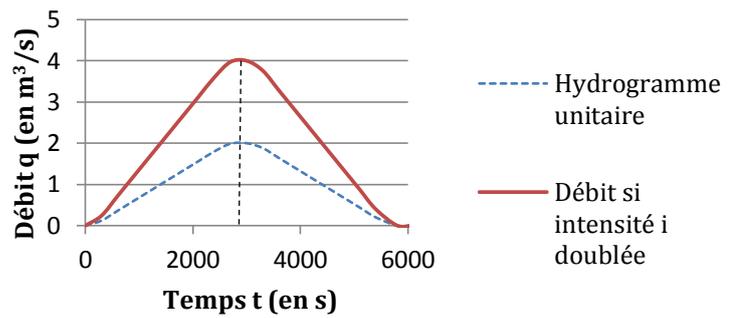
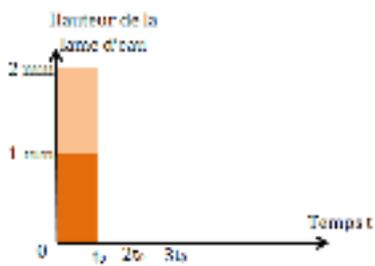
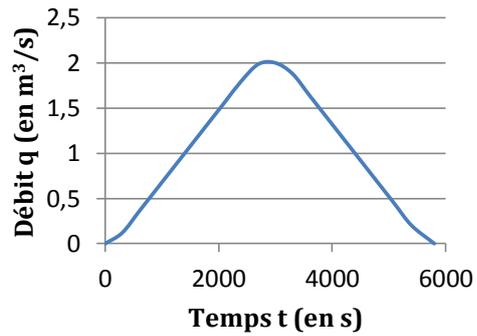
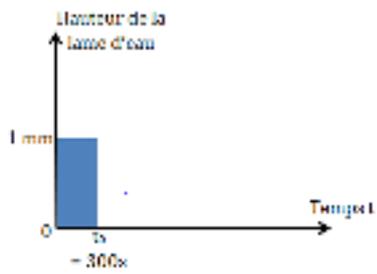
avec Q_j le débit à l'exutoire issu de la zone j (en m³/s)

A_j aire de la zone j (en m²)

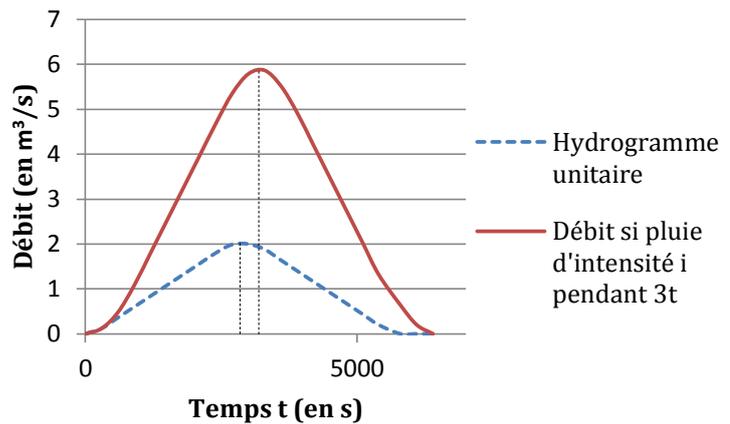
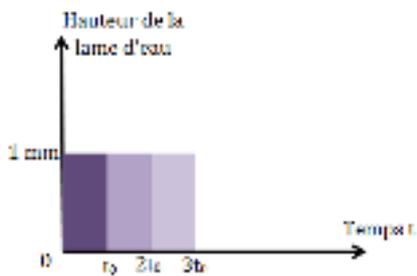
i intensité de pluie égale à $i = 12 \text{ mm/h}$ soit $0,0033 \text{ mm/s}$

Hyétogramme

Hydrogramme correspondant



- même temps de montée au pic T
- débit doublé



- temps de montée au pic T retardé