« Comportement des matériaux »
novembre 2009

problème de ELI-VELI (90 minutes)

On considère le dispositif d'essai présenté figure 1. Les éprouvettes 1 et 2 constituées du même matériau viscoélastique linéaire isotrope (module E(t) et coefficient de Poisson ν(t)). L'éprouvette 1 est de forme cylindrique (rayon r_1). L'éprouvette 2 est de section carré (coté a_2). La plaque séparant les 2 éprouvettes est parfaitement lisse, infiniment rigide et coulisse sans frottement dans la direction « x ». L'éprouvette 1 est libre radialement. L'éprouvette 2 est ajustée entre 2 parois fixes, parfaitement lisses et indéformables. Aucun effort n'est appliqué dans la direction Z.

Les valeurs mesurées sont : la force : F(t), le déplacement de la plaque supérieure (également parfaitement lisse) : Δl(t) et la pression appliquée sur la face latérale de la boite : P(t).

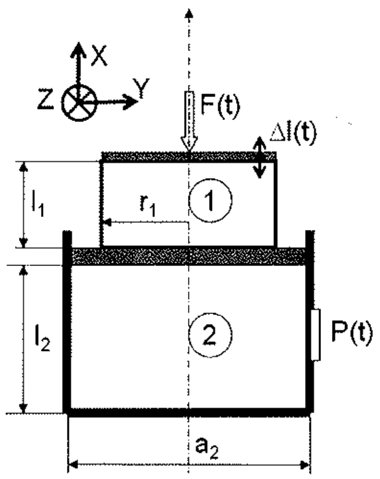

Figure 1: dispositif d'essai considéré

Les forces de gravité sont négligeables et les éprouvettes ne subissent aucune contrainte lorsque F=0.

1) La sollicitation appliquée consiste à imposer un effort F(t), variant avec le temps. En supposant que les états de contrainte sont homogènes dans les 2 éprouvettes, indiquer la forme des tenseurs de contraintes et de déformations dans chaque éprouvette : $\underline{\varepsilon}^1$, $\underline{\sigma}^1$, $\underline{\varepsilon}^2$, $\underline{\sigma}^2$. Indiquer seulement les termes nuls et non nuls.
2) Pour cette question on supposera le matériau élastique (module E et coefficient de Poisson ν réels). Ecrire les lois de comportement pour les corps 1 et 2 puis fournir les équations littérales donnant :

- le déplacement de la plaque supérieure ($\Delta l(t)$) en fonction de $F(t)$, $P(t)$, E et ν
- la pression appliquée $P(t)$ en fonction de $F(t)$ et ν

3) Le matériau testé est à présent viscoélastique linéaire isotrope (module $E(t)$ et coefficient de Poisson $\nu(t)$). On applique une force sinusoïdale de la forme :

   $F=F_0 \sin(wt)$

   Les mesures montrent que $P=P_0 \sin(wt)$. Penser vous que le coefficient de Poisson dépend du temps ?

Dans la suite on admettra que le coefficient de Poisson est une constante (ν_0).

Le module $E(t)$ du corps viscoélastique linéaire est donné par un corps de Kelvin Voigt (ressort de module E en parallèle avec un amortisseur de viscosité η). On applique à partir du temps $t=0$ une force constante F_{00}. Trouver les valeurs : $\Delta l(t)$ et $P(t)$? (tracer succinctement leurs évolutions en fonction du temps)

Application numérique : $r_1 = 0{,}1\text{m}$; $a_2 = 0{,}3\text{m}$; $l_1 = 0{,}15$ m ; $l2 = 0{,}15\text{m}$; $F_0 = 1000\text{N}$; $P_0=2778\text{Pa}$; $F_{00}=100\text{N}$; $E=100\text{kPa}$; $\eta=500\text{kPa.s}$