Comportement des Matériaux (DS 1h30)

On considère un essai de compression simple (fig 1) sur 2 éprouvettes de matériaux distincts : matériau A et matériau B. les éprouvettes sont des cylindres de mêmes dimensions (hauteur H et diamètre D). La sollicitation consiste à appliquer une diminution de hauteur (DH) à vitesse constante (figure 2a). Les résultats des essais pour les éprouvettes de matériau A et de matériau B sont fournis figure 2. Dans cette figure, t est le temps en seconde, F la force appliquées en kN, DH la diminution de hauteur en mm et DD la variation de diamètre en mm. L'essai est supposé homogène.
Pour l'ensemble du problème l'hypothèse des petites transformations est supposée valide. Il est demandé de fournir les expressions littérales avant de faire les éventuelles applications numériques.

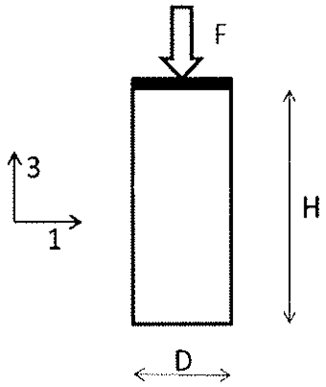

Figure 1 : essai de compression simple, H=100 mm, D=50mm

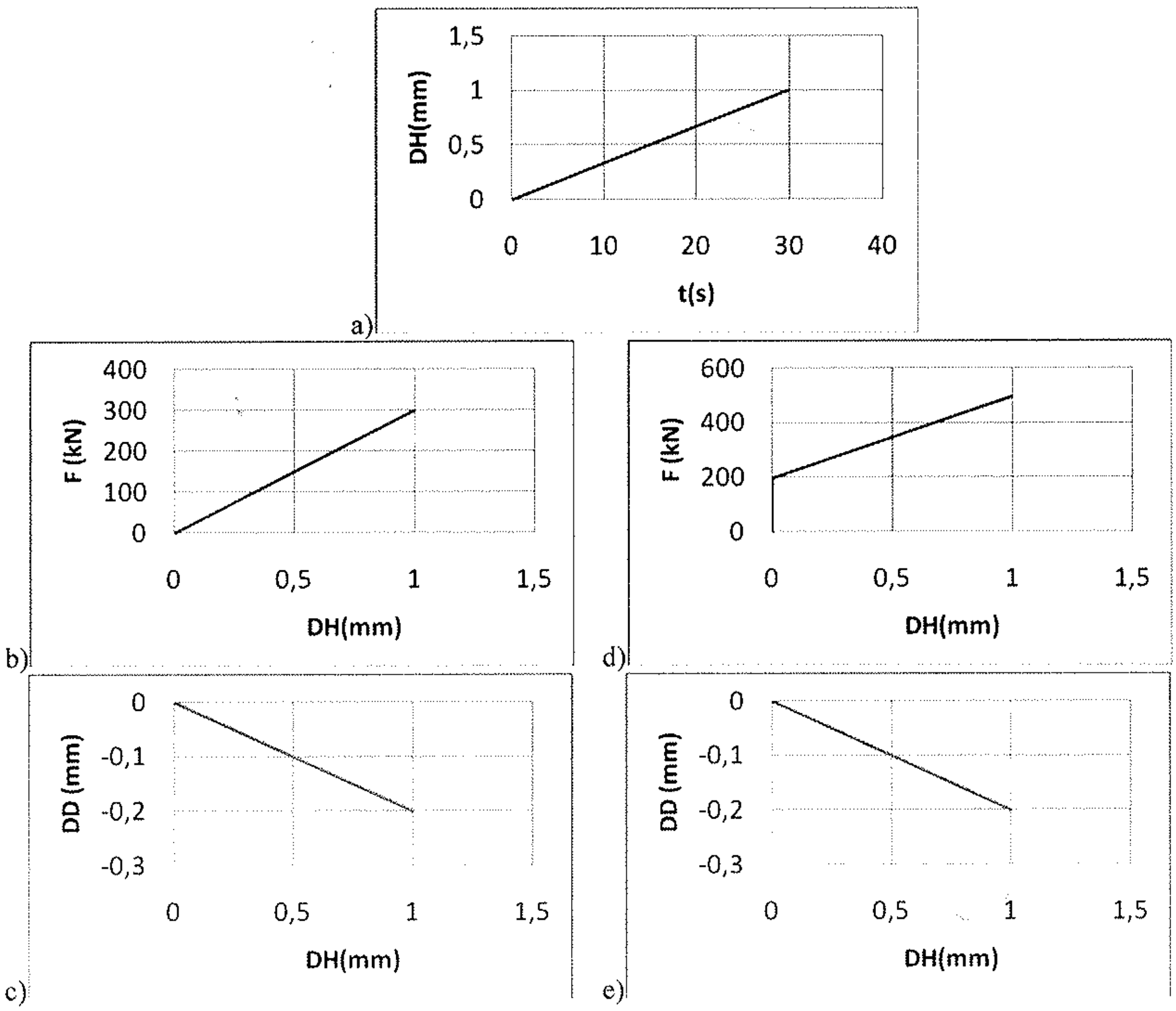

Figure 2 : résultats obtenues ; a) sollicitation ; b) et c) matériau A (ELI) ; d) et e) matériau B (VELI)

1) On suppose que le matériau A est élastique linéaire isotrope (ELI). Ecrire la loi de comportement donnant la déformation en fonction de la contrainte pour un corps ELI. A partir des résultats de la figure 2b et 2c, donner la valeur du module d'Young (Ee) et du coefficient de Poisson (νe) pour le matériau A.
Application numérique : H=100 mm, D=50mm

A partir du temps t=30s on maintient la force constante (F=300kN). Donner les évolutions de DH et DD avec le temps.

2) On suppose que le matériau B est viscoélastique linéaire isotrope (VELI). Après avoir écrit la loi de comportement donnant la déformation en fonction de la contrainte pour un corps VELI en utilisant la transformée de Stieljis (et également en transformée de Carson), on vérifiera que la fonction E(t) (module d'Young) du corps B peut s'obtenir comme la combinaison d'un ressort de rigidité « Ev » et d'un amortisseur de viscosité « ηv », placés en parallèle (figure 3). Donner la valeur du module (Ev), de la viscosité (ηv) et du coefficient de Poisson (νv). Le coefficient de Poisson est-il fonction du temps ? Donner ensuite la fonction E(t) et sa transformée de Carson E*.
Application numérique : H=100 mm, D=50mm

A partir du temps t=30s on maintient la force constante (F=500kN). Donner les évolutions de DH et DD avec le temps.

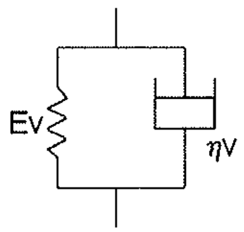

Figure 3 : Corps analogique considéré pour représenter le module E(t) du corps B

3) Une éprouvette cubique du corps A est soumise à la transformation suivante, où X, Y et Z sont les coordonnées d'un point matériel au temps (t=0) qui se trouvent en x, y, z au temps t :
$x(t) = (1+at)X + btY$
$y(t) = btX + (1+at)Y$
$z(t) = Z$
at et bt restent négligeables devant 1 afin de vérifier l'hypothèse des petites transformations.

Exprimer les valeurs du gradient de la transformation $\underline{F}$, de la rotation $\underline{R}$ de la déformation pure $\underline{U}$. On rappelle que $\underline{F}=\underline{RU}$. Donner également l'expression du tenseur des déformations $\underline{\varepsilon}$.

Quel est l'effort qu'il faut appliquer sur chacune des faces du cube d'arête « l » pour obtenir la déformation considérée.

Application numérique : l =1 m, a=0.001 s^{-1}, b= 0.002 s^{-1}, t= 10s

4) La même transformation est appliquée au corps VELI (B). Quelle est l'effort qu'il faut appliquer sur chacune des faces du cube d'arête « l » pour obtenir la déformation considérée.

Application numérique : l =1 m, a=0.001 s^{-1}, b= 0.002 s^{-1}, t= 10s