Cours d'acoustique (du Bâtiment) - Acoustique physique -

François-Xavier Bécot

fxb@matelys.com

Année scolaire 2013/2014

Ce cours est principalement basé sur les supports des autres intervenants (L. Jaouen, F. Chevillotte, X. Olny, O. Chiello)

Paul Falstad (Applets Java)

Grandeurs physiques

- Pression acoustique $P = P_0 + p$
- Vitesse particulaire $\mathbf{V} = \mathbf{V_0} + \mathbf{v}$
- Masse volumique du fluide $\rho = \rho_0 + \rho'$
- Température $T = T_0 + t$

Les 3 équations de base de l'acoustique

En absence/dehors de source :

1. **Conservation de la quantité de mouvement**
(forces visqueuses négligées + fluide localement incompressible ⇒ **équation d'Euler**)

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\boldsymbol{\nabla} P \quad (1)$$

2. **Conservation de la masse**

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \mathbf{V}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2)$$

3. **Loi d'état du fluide** (transformations adiabatiques)

$$PV^{\gamma} = cte \quad (3)$$

Les 3 équations de base de l'acoustique

En absence/dehors de source :

1. **Conservation de la quantité de mouvement**
(forces visqueuses négligées + fluide localement incompressible ⇒ **équation d'Euler**)

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla P \tag{1}$$

2. **Conservation de la masse**

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{2}$$

3. **Loi d'état du fluide** (transformations adiabatiques)

$$PV^{\gamma} = cte \tag{3}$$

Les 3 équations de base de l'acoustique

En absence/dehors de source :

1. **Conservation de la quantité de mouvement**
(forces visqueuses négligées + fluide localement incompressible ⇒ **équation d'Euler**)

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\boldsymbol{\nabla} P \tag{1}$$

2. **Conservation de la masse**

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \mathbf{V}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{2}$$

3. **Loi d'état du fluide** (transformations adiabatiques)

$$PV^{\gamma} = cte \tag{3}$$

Hypothèses

- Fluide parfait (non visqueux, irrotationnel), homogène, isotrope
- Fluide au repos ($V_0 = 0$)
- Transformations isentropiques (adiabatiques et réversibles)
- Petites perturbations (linéarisation au 1$^{\text{er}}$ ordre des eqs.), $\rho' << \rho_0$

Les 3 équations de base de l'acoustique

En absence/dehors de source :

1. **Conservation de la quantité de mouvement**
   (forces visqueuses négligées + fluide localement incompressible ⇒ **équation d'Euler**)

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla} p \tag{4}$$

2. **Conservation de la masse**

$$\rho_0 \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{v} = -\frac{\partial \rho'}{\partial t} \tag{5}$$

3. **Loi d'état du fluide** (transformations adiabatiques)

$$p = \rho' \frac{\gamma P_0}{\rho_0} = \rho' c^2 \tag{6}$$

Les 3 équations de base de l'acoustique

En absence/dehors de source :

1. **Conservation de la quantité de mouvement**
(forces visqueuses négligées + fluide localement incompressible ⇒ **équation d'Euler**)

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla} p \tag{4}$$

2. **Conservation de la masse**

$$\rho_0 \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{v} = -\frac{\partial \rho'}{\partial t} \tag{5}$$

3. **Loi d'état du fluide** (transformations adiabatiques)

$$p = \rho' \frac{\gamma P_0}{\rho_0} = \rho' c^2 \tag{6}$$

Les 3 équations de base de l'acoustique

En absence/dehors de source :

1. **Conservation de la quantité de mouvement**
   (forces visqueuses négligées + fluide localement incompressible ⇒ **équation d'Euler**)

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla} p \tag{4}$$

2. **Conservation de la masse**

$$\rho_0 \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{v} = -\frac{\partial \rho'}{\partial t} \tag{5}$$

3. **Loi d'état du fluide** (transformations adiabatiques)

$$p = \rho' \frac{\gamma P_0}{\rho_0} = \rho' c^2 \tag{6}$$

Equation d'onde de pression

En absence/dehors de source :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

Avec $c^2 = \dfrac{\gamma P_0}{\rho_0} = \dfrac{\gamma R T_0}{M}$.

Pour une dépendance temporelle de la forme $\mathbf{e^{\pm j\omega t}}$ (harmonique) :
équation de Helmholtz :

$$\Delta p + k^2 p = 0$$

Avec le nombre d'onde $k = \dfrac{\omega}{c}$.

R =constante des gaz parfaits (8.314 J/mol/K)
T_0 = température absolue en Kelvin
M = masse molaire de l'air (0.029 kg/mol)

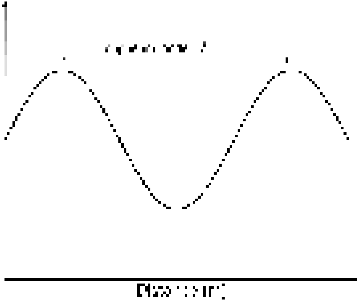
Longueur d'onde, nombre d'onde

- **Longueur d'onde** :

$$\lambda = \frac{c}{f} \text{ [m]}$$

- **Nombre d'onde** :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} \left[\mathrm{rad.m^{-1}}\right]$$

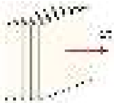


La longueur d'onde est inversement proportionnelle à la fréquence

NB : $f \in [20 \;\; 20\,000]$ Hz $\Rightarrow \lambda \in [17 \;\; 0.017]$ m

Lorsqu'on étudie un phénomène ondulatoire, on compare toujours la taille de la longueur d'onde aux dimensions du système étudié.

Ondes planes



Les solutions générales de l'**équation d'onde**

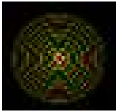
$$\Delta p(x,t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = 0$$

sont de la forme :

$$p(x,t) = \underbrace{f\left(t - \frac{x}{c}\right)}_{\text{onde progressive}} + \underbrace{g\left(t + \frac{x}{c}\right)}_{\text{onde régressive}}$$

f et g sont totalement déterminées après études des conditions limites et initiales.

Ondes sphériques



En coordonnées sphériques et d'après la symétrie du pb (pt source en $r = 0$) :

$$\Delta p(r,t) = \frac{1}{r}\frac{\partial^2 (r\,p(r,t))}{\partial r^2} \qquad (7)$$

L'**équation de Helmholtz** (en dehors de $r = 0$) devient :

$$\frac{\partial^2 (r\,p(r,t))}{\partial r^2} + k^2 r\,p(r,t) = 0$$

(forme similaire au cas onde plane : $p \to rp$)
Les **solutions générales** sont de la forme :

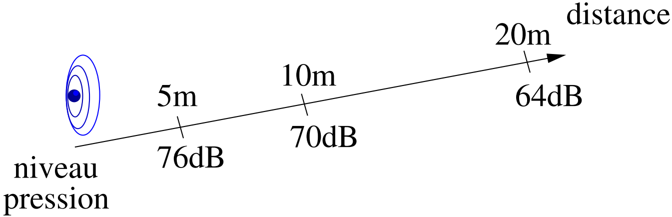
$$p(r,t) = \frac{1}{r} f\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{1}{r}\, g\left(t + \frac{r}{c}\right)$$

Onde sphérique (champ libre)

Champ libre ⇔ pas de réflexion ⇔ onde propagative seule

$$p(r,t) = \frac{1}{r} f\left(t - \frac{r}{c_0}\right)$$

⇒ attenuation géométrique : r → 2×r ⇒ $\frac{p}{2} \Rightarrow \frac{p_{rms}^2}{4} \Rightarrow L_p - 6\text{dB}$



Milieux finis

Solution "générale", pour 1 onde plane, de l'équation d'**Helmholtz** :

$$\tilde{p}(x,\omega) = (\tilde{A}e^{-jkx} + \tilde{B}e^{+jkx})e^{j\omega t}$$

avec $\tilde{A}$ et $\tilde{B}$: amplitudes complexes ($e^{j\omega t}$ souvent omis).

En utilisant l'Eq. d'**Euler**, on en déduit la vitesse particulaire :

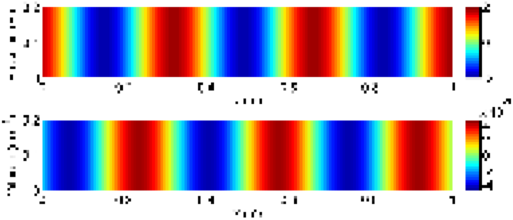
$$\tilde{v}(x,\omega) = \left(\frac{\tilde{A}}{\rho_0 c}e^{-jkx} - \frac{\tilde{B}}{\rho_0 c}e^{+jkx}\right)e^{j\omega t}$$

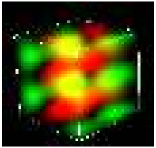
Milieux finis - ondes stationnaires

Dans le cas particulier ou ($|\tilde{A}| = |\tilde{B}|$) :

$$
\begin{aligned}
\tilde{p}(x,\omega) &= \tilde{A}(e^{-jkx} + e^{+jkx})e^{j\omega t} = 2\tilde{A}\cos(kx)e^{j\omega t} \\
\tilde{v}(x,\omega) &= \frac{\tilde{A}}{\rho_0 c}(e^{-jkx} - e^{+jkx})e^{j\omega t} = -\frac{2j\tilde{A}}{\rho_0 c}\sin(kx)e^{j\omega t}
\end{aligned}
$$

On parle d'**ondes stationnaires**.





Moving Acoustics » Student » Visualisation » Kundt's tube

Milieux finis - ondes stationnaires

Impédance $\tilde{Z}$ et coefficient de réflexion en pression $\tilde{R}$ - cas $\left|\tilde{A}\right| = \left|\tilde{B}\right|$:

$$\tilde{Z} = \frac{\tilde{p}}{\tilde{v}} = -\frac{2\tilde{A}\rho_0 c\cos(kx)}{2j\tilde{A}\sin(kx)} = j\tilde{Z}_c \mathrm{cotan}(kx)$$

avec $\left|\tilde{Z}_c\right| = \rho_0 c$, amplitude de l'impédance caractéristique de l'air.

$$\left|\tilde{R}\right| = \frac{\text{Amplitude onde réfléchie}}{\text{Amplitude onde incidente}} = \left|\frac{\tilde{B}}{\tilde{A}}\right| = 1$$

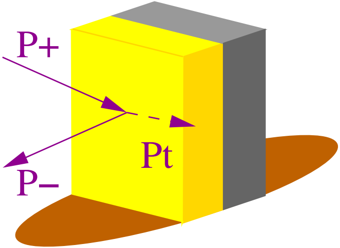
Cas limites à retenir :

$\lvert\tilde{v}\rvert = 0 \Rightarrow \left\lvert\tilde{Z}\right\rvert = \infty$	$\tilde{R} = 1\ e^{j\phi_0}$	paroi parfaitement réfléchissante
$\lvert\tilde{p}\rvert = 0 \Rightarrow \left\lvert\tilde{Z}\right\rvert = 0$	$\tilde{R} = -1\ e^{j\phi_0}$	tube ouvert (en 1ère approx aux BF)
$\left\lvert\tilde{Z}\right\rvert = \rho_0 c$	$\tilde{R} = 0$	pas de réflexion, pas d'obstacle terminaison anéchoique

ϕ_0 dépend de la position de référence choisie

Dans la plupart des cas $\tilde{Z}$ et $\tilde{R}$ sont complexes et dépendent de la fréquence.

Absorption - Transmission



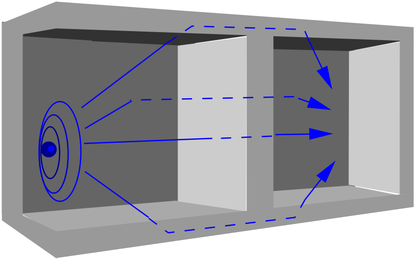
milieu/matériau placé contre une paroi rigide et imperméable
⇒ l'énergie non réfléchie à l'interface est dissipée par absorption.
Le coeff. d'absorption acoustique en énergie s'écrit :

$$\alpha = 1 - |\tilde{R}|^2$$

NB : à l'interface entre deux milieux, **les lois de Snell-Descartes s'appliquent** : $\theta_r = -\theta_i$, $\sin(\theta_i)/c_i = \sin(\theta_t)/c_t$.

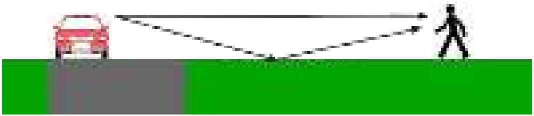
Absorption - **Transmission**

En pratique : parois jamais parfaitement rigides et imperméables.



Phénomènes influant sur la propagation en espace ouvert

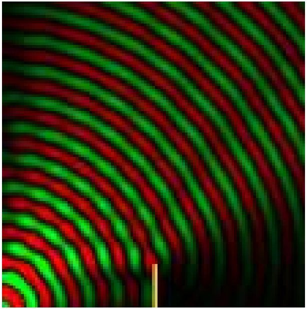
Réflexion du sol



- Augmentation du niveau de pression jusqu'à 3dB (sol réfléchissant)
- Le niveau de pression de l'onde réfléchie dépend de la nature du sol

Phénomènes influant sur la propagation en espace ouvert

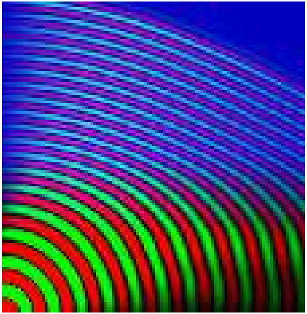
Diffraction



- Diffraction des arêtes
- L'acoustique géométrique n'est plus suffisante
- La forme de la coiffe a une forte influence sur la diffraction

Phénomènes influant sur la propagation en espace ouvert

Gradient de température



- La température influence la célérité du son $c = \sqrt{\dfrac{\gamma Po}{\rho_0}} = \sqrt{\dfrac{\gamma R T_0}{M}}$
- Déviation des rayons acoustiques

Intensité acoustique

L'intensité acoustique I est la puissance de l'onde acoustique par unité de surface. L'intensité est donnée selon la normale de la surface.

$$I = \langle I(t) \rangle_T = \langle p(t) u_n(t) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) u_n(t) dt \quad [\mathrm{W}\ .\mathrm{m}^{-2}]$$

avec $I(t)$ l'intensité acoustique instantanée, p(t) la pression acoustique instantanée et $u_n(t)$ la vitesse acoustique instantanée selon la normale à la surface.

Pour une onde plane harmonique voyageant en $\pm x$, $p = \pm \rho_0 c u$:

$$I = \pm \frac{1}{T} \int_0^T \frac{(P \sin(\omega t - kx))^2}{\rho_0 c} dt = \pm \frac{P^2}{2 \rho_0 c}$$

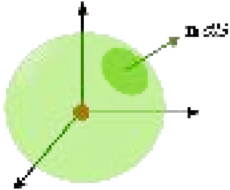
Intensité acoustique

Avec la pression acoustique et la vitesse particulaire complexes, $p(t) = \mathrm{Re}\left(\tilde{p}e^{j\omega t}\right)$ et $u_n(t) = \mathrm{Re}\left(\tilde{u_n}e^{j\omega t}\right)$, l'intensité moyenne, également appelée **intensité active** s'écrit :

$$\vec{I} = \langle p(t)u_n(t)\rangle_T = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\tilde{p}\tilde{u_n}^*\right)$$

Puissance acoustique

La puissance acoustique passant au travers d'une surface S est l'intégrale de l'intensité sur cette surface.



Puisance en Watt

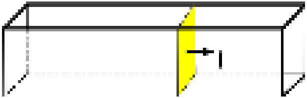
$W = \int_S \mathbf{I}(M) \cdot \mathbf{n} dS$ (en Watt)

Niveau de puissance

$L_W = 10 \log_{10} \frac{W}{W_0}$ avec $W_0 = 10^{-12}$ Watt

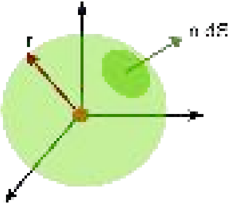
Puissance acoustique

- Onde plane dans un conduit de surface S (I constante) :



$$\Pi = IS$$

- Source omnidirectionnelle entourée d'une surface de contrôle sphérique de rayon r (I constante) :



$$\Pi = \int_S (I\vec{r}).\vec{n}dS = 4\pi r^2 I$$

Types de sources

On catégorise les sources par types :

- source de pression (ex. haut-parleur),
- source de débit (ex. conduites d'aération...),
- source de chaleur (pas d'exemple en acoustique du bâtiment).

Bien sûr

une onde de pression implique une onde de vitesse
et une onde de température (et réciproquement).

Qualifications d'une source

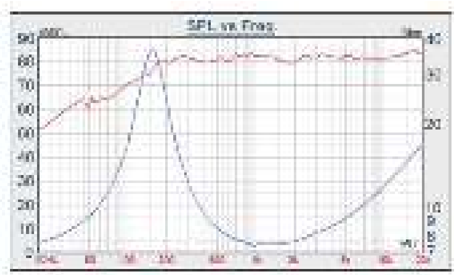
On qualifie une source par :

- son spectre de puissance en fréquence
  (ou son niveau de puissance),
- sa directivité.

Spectre en fréquence d'une source

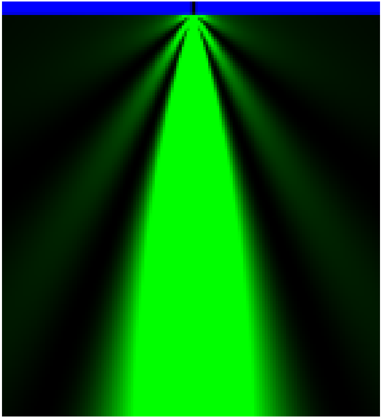
Pour une source physique

- De notables variations de la puissance en fonction de la fréquence peuvent exister.



Directivité

$ka << 1 \Leftrightarrow \lambda >> a$ $\quad$ $ka >= 1 \Leftrightarrow \lambda <= a$



avec k le nombre d'onde, λ la longueur d'onde et a la dimension de la source.

Sources ponctuelles (ka«1)- milieux ouverts

Intensité et niveau de pression en fonction de la position de la source

$$|\mathbf{I}(r)| = \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c_0} = Q_d \frac{W}{4\pi r^2}$$
$$L_p = L_W + 10 \log \frac{Q_d}{4\pi r^2}$$

Valeur du facteur de directivité pour une source ponctuelle

- $Q_d = 1$: source en champ libre.
- $Q_d = 2$: source près d'une surface parfaitement réfléchissante.
- $Q_d = 8$: source en 1 coin de pièce (parois parf. réfléchissantes).

Sources ponctuelles (ka<<1) - milieux ouverts