Partie I : Traitement acoustique

Rappel Pour toutes les questions de cet exercice, voir la formule de Sabine :

$$T_r = \frac{0.16V}{A} \quad \text{avec} \quad A = \sum_i \alpha_i S_i \tag{1}$$

Dans cette équation, $T_r[s]$ est le temps de réverbération, $V[m^3]$ le volume du local considéré, $A[m^2]$ l'aire d'absorption équivalente, $\alpha_i[-]$ est le coefficient d'absorption, en fonction de la fréquence, de la surface $S_i[m^2]$.

1. L'aire d'absorption équivalente de la salle vide est calculée en prenant en compte tous les matériaux présents dans la salle et le rideau fermé :

$$\begin{aligned}
A_{\text{mur nord}} &= \alpha_{\text{mur nord}} \times S_{\text{mur nord}} = [5.0\ 3.5\ 3.0\ 4.0\ 4.5\ 5.5]\ \mathrm{m}^2 \\
A_{\text{plancher}} &= \alpha_{\text{plancher}} \times S_{\text{plancher}} = [34.0\ 26.0\ 22.0\ 20.0\ 18.0\ 14.0]\ \mathrm{m}^2 \\
A_{\text{vitrage}} &= \alpha_{\text{vitrage}} \times S_{\text{vitrage}} = [14.2\ 10.0\ 7.1\ 6.0\ 5.3\ 4.3]\ \mathrm{m}^2 \\
A_{\text{bois}} &= \alpha_{\text{bois}} \times S_{\text{bois}} = [2.2\ 1.6\ 1.4\ 1.0\ 0.9\ 1.0]\ \mathrm{m}^2 \\
A_{\text{rideau}} &= \alpha_{\text{rideau}} \times S_{\text{rideau}} = [5.0\ 8.0\ 13.0\ 18.0\ 17.0\ 15.0]\ \mathrm{m}^2 \\
A_{\text{béton}} &= \alpha_{\text{béton}} \times (S_{\text{plafond}} + S_{\text{mur sud}} + S_{\text{mur ouest}} + S_{\text{mur est}}) \\
&= [3.7\ 4.5\ 6.0\ 7.5\ 9.0\ 10.5]\ \mathrm{m}^2
\end{aligned}$$

L'aire d'absorption équivalente de la salle vide est la somme de toutes les précédentes :

$$A_{\text{salle vide}} = A_{\text{mur nord}} + A_{\text{plancher}} + A_{\text{vitrage}} + A_{\text{bois}} + A_{\text{rideau}} + A_{\text{béton}} \tag{2}$$

Finalement, le temps de réverbération est donné par :

$$Tr_{\text{salle vide}} = \frac{0.16V}{A_{\text{salle vide}}} \tag{3}$$

Application numérique :

$$Tr_{\text{salle vide}} = [2.51\ 3.01\ 3.06\ 2.85\ 2.94\ 3.20]\ \mathrm{s}$$

2. Il convient de modifier dans l'équation 2 ci-dessus le terme A_{plancher} par $0.5 \times A_{\text{plancher}} + A_{\text{auditoire}}$.

Attention à la manipulation de soustraction d'aire d'absorption équivalentes qui n'a pas de réalité physique, même si mathématiquement l'opération est similaire.

Le nouveau temps de réverbération pour la salle pleine est donné par :

$$Tr_{\text{salle pleine}} = \frac{0.16V}{A_{\text{salle pleine}}} \tag{4}$$

Application numérique :

$$Tr_{\text{salle pleine}} = [1.55\ 1.43\ 1.30\ 1.16\ 1.14\ 1.21]\ \text{s}$$

3. Le temps de réverbération ciblé est donné par :

$$Tr_{\text{cible}} = 0.9 \pm 0.2 = \frac{0.16V}{A_{\text{salle pleine}}}$$

Le coefficient d'absorption du matériau à placer sur le mur est doit donc satisfaire :

$$\alpha_{\text{mur est cible}} = \frac{1}{S_{\text{mur est}}}\left[\frac{0.16V}{Tr_{\text{cible}}} - \sum_{i \neq \text{mur est}} \alpha_i S_i\right]$$

Soit

$$\alpha_{\text{mur est cible}} = \frac{1}{S_{\text{mur est}}}\left[\frac{0.16V}{Tr_{\text{cible}}} - A_{\text{salle pleine}} + \alpha_{\text{béton}} \times S_{\text{mur est}}\right]$$

Application numérique :

$$\begin{aligned}
\alpha_{\text{mur est cible}-0.2} &= [1.25\ 1.17\ 1.07\ 0.92\ 0.90\ 0.98]\ \text{s} \\
\alpha_{\text{mur est cible}} &= [0.75\ 0.66\ 0.56\ 0.41\ 0.39\ 0.47]\ \text{s} \\
\alpha_{\text{mur est cible}+0.2} &= [0.42\ 0.34\ 0.23\ 0.09\ 0.07\ 0.15]\ \text{s}
\end{aligned}$$

On peut remarquer qu'aucun des matériaux listés ne satisfait ces critères.

On peut également vérifier les valeurs des temps de réverbération avec les matériaux proposés. On remplace pour cela l'aire d'absorption équivalente du mur est par une nouvelle aire calculée respectivement avec les coefficients d'absorption des matériaux proposés :

$$\begin{aligned}
A_{\text{béton perf.}} &= S_{\text{mur est}} \times \alpha_{\text{béton perf.}} \text{ et} \\
A_{\text{alvéolaire}} &= S_{\text{mur est}} \times \alpha_{\text{alvéolaire}}
\end{aligned}$$

Les temps de réverbération correspondants sont directement :

$$\begin{aligned}
Tr_{\text{béton perf.}} &= [1.12\ 1.05\ 1.05\ 0.96\ 0.91\ 1.02]\ \text{s} \qquad (5) \\
Tr_{\text{alvéolaire}} &= [1.31\ 0.82\ 0.91\ 0.87\ 0.88\ 0.94]\ \text{s} \qquad (6)
\end{aligned}$$

Ces valeurs ne remplissent pas le cahier de charge présenté. Ce résultat confirme donc celui obtenu plus haut par une méthode directe.

Pour obtenir un T_r de 0.9 s à 1 000 Hz, les deux surfaces de matériaux doivent satisfaire le système d'équations suivant :

$$\lfloor \alpha_{\text{béton perf.}} \times S_{\text{béton perf.}} + \alpha_{\text{alvéolaire}} \times S_{\text{alvéolaire}} \rfloor_{1\ 000\ \text{Hz}} = \frac{0.16V}{0.9} - A_{\text{salle pleine}} + \alpha_{\text{béton}} \times S_{\text{mur est}}$$

$$S_{\text{béton perf.}} + S_{\text{alvéolaire}} = S_{\text{mur est}} = 100 \text{ m}^2$$

Les solutions sont :

$$S_{\text{béton perf.}} = 100 - S_{\text{alvéolaire}} \text{ m}^2 \text{ et}$$

$$S_{\text{alvéolaire}} = \left\lfloor \frac{1}{\alpha_{\text{alvéolaire}} - \alpha_{\text{béton perf.}}} \left[\frac{0.16V}{0.9} - A_{\text{salle pleine}} + \alpha_{\text{béton}} S_{\text{mur est}} - 100\alpha_{\text{béton perf.}} \right] \right\rfloor_{1\,000 \text{ Hz}}$$

Application numérique :

$$S_{\text{béton perf.}} = 42.4 \text{ m}^2 \text{ et} \quad S_{\text{alvéolaire}} = 57.6 \text{ m}^2$$

La nouvelle aire d'absorption équivalente de la salle pleine et le temps de réverbération correspondant, pour toutes les bandes d'octave, deviennent :

$$A_{\text{salle pleine cible}} = A_{\text{salle pleine}} - \alpha_{\text{béton}} S_{\text{mur est}} + \alpha_{\text{alvéolaire}} S_{\text{alvéolaire}} + \alpha_{\text{béton perf.}} S_{\text{béton perf.}}$$

$$\text{et par suite} \quad Tr_{\text{salle pleine cible}} = \frac{0.16V}{A_{\text{salle pleine cible}}}$$

Application numérique :

$$Tr_{\text{salle pleine cible}} = [1.22 \ 0.90 \ 0.96 \ 0.90 \ 0.89 \ 0.97] \text{ s}$$

On vérifie bien que le temps de réverbération à 1 000 Hz est celui recherché...

Partie II : L'inauguration

Rappel Le niveau de pression efficace un point distant de r d'une source située dans un local fermé s'exprime en fonction du niveau de puissance de cette source et de l'aire d'absorption équivalente du local, A comme :

$$L_p = L_w + 10 \log_{10} \left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4(1-\alpha)}{A} \right) \tag{7}$$

Le premier terme entre parenthèses représente le champ direct et fait intervenir en plus de la distance source à point de mesure : r, le facteur de directivité de cette source Q (Q=1 pour une source en champ libre, Q=2 pour une source proche d'une paroi, Q=8 pour une source placée dans un coin de pièce formé par 3 murs perpendiculaires).

Le second terme entre parenthèses représente le champ réverbéré. Le coefficient d'absorption moyen, $\alpha = (\sum_i \alpha_i S_i)/(\sum_i S_i)$, est souvent négligé par rapport à 1 (sauf mention contraire explicite dans une question, le considérer négligeable par rapport à 1).

4. Les niveaux de pression (pression efficace au carré) augmentent de 3 dB par octave, ce qui est typique d'un bruit blanc dont la densité spectrale de puissance est constante en fréquence.

Le niveau de pression/bruit global : 10 log $(\sum_i 10^{L_{pi}/10})$, est de 58 dB.

5. On détermine le niveau de puissance d'un seul aérateur un utilisant la relation (7) :

$$\begin{aligned} L_w &= L_p - 10\log\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4(1-\alpha)}{A}\right) - 3 \\ L_w &\simeq L_p - 10\log_{10}\left(\frac{4}{A}\right) - 3 \end{aligned} \tag{8}$$

Le terme faisant intervenir le facteur Q de directivité de la source ainsi que r, la distance entre aérateurs et le point de mesure du niveau de pression efficace, est négligé par rapport au second terme de la parenthèse. Le second terme peut également être simplifié en négligeant α devant 1 : (1-α)$\simeq$1.

Le terme -3 provient du fait qu'il existe 2 aérateurs dont on suppose qu'ils ont la même puissance et qu'ils n'interfèrent pas entre eux - sources non cohérentes - (10 log 2 $\simeq$ 3).

Application numérique :

$$L_w = [49\ 52\ 54\ 58\ 60\ 63]\ \text{dB}$$

ce qui implique un niveau de puissance moyen, 10 log ($\sum_i 10^{L_{wi}/10}$), de 66 dB.
Nota Bene : L_w est un vecteur dont la dimension correspond au nombre de bandes d'octave sur lesquelles les mesures de niveaux de pression efficace L_p ont été effectuées.

6. L'aire d'absorption équivalente après traitement est égale à :

$$A = \frac{0.16V}{\text{Tr}}$$

où V correspond au volume de la salle (rideau baissé : 10×5×20 m^3). Tr correspond au temps de réverbération mesuré : 1 seconde (supposé constant pour toutes les bandes d'octave).

Le niveau de bruit traité s'obtient en ré-utilisant l'équation (8) en prenant garde à remplacer l'aire d'absorption équivalente par sa nouvelle valeur (cas salle traitée avec Tr de 1 sec.) :

$$L_p \simeq L_w + 10\log_{10}\left(\frac{4}{A}\right) + 3$$

Application numérique :

$$L_p = [36\ 39\ 41\ 45\ 47\ 50]\ \text{dB}$$

ce qui implique un niveau de pression moyen, 10 log ($\sum_i 10^{L_{pi}/10}$), de 53 dB.

Le traitement permet donc de réduire le niveau de bruit global, dû aux deux aérateurs, de 5 dB.

7. Le niveau de puissance de la voix du maire est calculé d'après les puissances mesurées par bandes d'octave ($L_w = 10\log_{10}(w/w_0)$ avec pour puissance de référence w_0 : 10^{-12} Watt) :

$$L_w = [63\ 65\ 67\ 65\ 63\ 60]\ \text{dB}$$

En utilisant l'équation (7) et en reprenant les hypothèses données dans les questions précédentes, on détermine le niveau de pression par bandes d'octave et global dû à la voix du maire :

$$L_p = [47\ 49\ 51\ 49\ 47\ 44]\ \text{dB}$$

ce qui implique un niveau de pression global de 56 dB (3 dB de plus que le niveau de bruit dû aux aérateurs après traitement de la salle - *cf* question 3 - ce qui est faible pour que la voix du maire émerge du bruit de fond).

8. Si on reprend l'expression générale reliant niveau de pression dans une salle, niveau de puissance d'une source, distance de cette source au point de calcul de la pression et enfin aire d'absorption équivalente de la salle, eq. (7), on peut déterminer à quelle distance r, le champ réverbéré (deuxième terme de la parenthèse) est équivalent au champ direct (1er terme de la parenthèse avec Q=1).

$$r = \sqrt{\frac{QA}{16\pi}} \tag{9}$$

Au delà de cette distance, le champ réverbéré devient prépondérant par rapport au champ direct.

L'application numérique donne $r \simeq 1.78$ m. Le public étant placé à un minimum de 3.00 m, il se trouve donc dans le champ réverbéré. Il n'y aura pas de changement perceptif même si le maire s'avance sur l'avant-scène.

Partie III : Nuisances sonores à l'hôpital

9. D'après la formule proposée dans l'introduction de cette partie, on détermine l'aire d'absorption équivalente comme :

$$A = 160 + \left(\frac{20}{50+20}\right) \times 50 \tag{10}$$

où S est une surface englobant la source, $\mathbf{n}$ étant le vecteur normal sortant à cette surface au point M.

Les hypothèses du problème correspondent aux conditions d'un champ réverbéré. Selon ces conditions, l'intensité réverbérée est reliée à la puissance émise par :

$$I_r = W\frac{4}{A}$$

avec A défini précédemment.

NB : L'hypothèse de champ diffus dans la salle des fêtes (i.e. égale répartition de l'énergie sur le volume de la salle), dépend notamment du volume de la salle. Plus la salle est grande, plus le champ passe d'un comportement “modal” à un comportement “diffus” à une fréquence basse.

Application numérique : $I \simeq 6.88$ mW.m^{-2} pour toutes les bandes d’octaves.

10. Par définition, la transparence acoustique d’une paroi homogène s’écrit comme le rapport de la puissance transmise sur la puissance incidente ce que l’on peut ré-écrire comme le rapport du module de l’intensité transmise à travers la paroi étudiée sur le module de l’intensité incidente :

$$\tau = \frac{I_{\text{transmise}}}{I_{\text{incidente}}} \tag{11}$$

Par conséquent, la transparence acoustique d’une paroi homogène est elle même une fonction de l’indice d’affaiblissement R (ou TL : Transmission Loss en anglais) :

$$\tau = 10^{-R/10} \tag{12}$$

Dans le cas de joints ou fentes on utilise les formules proposées en annexe, soit

$$\begin{aligned}
\underline{\text{joints :}} \quad \tau_{\text{joints}} &= \frac{1 \times (4 \times 14)}{S_{\text{facade}}} 10^{-R_s/10} \\
\underline{\text{fentes :}} \quad \tau_{\text{fentes}} &= \frac{10}{S_{\text{façade}}} 10^{-D_{\text{n,e,situ}}/10} \\
\text{avec} \quad D_{\text{n,e,situ}} &= D_{\text{n,e,lab}} - 10 \log(4 \times 3.5/1)
\end{aligned}$$

A partir de là, deux méthodes sont possibles.

Soit on calcule la puissance transmise au travers de chaque élément constituant la façade, et on détermine ensuite la puissance totale comme la somme de ces puissances individuelles.

$$\begin{aligned}
W_{\text{transmise}} &= W_{\text{vitrage}} + W_{\text{joint}} + W_{\text{e,air}} + W_{\text{chassis}} + W_{\text{béton}} \\
W_{\text{transmise}} &= I_{\text{incidente}} \left(4S_{\text{vitrage}}\tau_{\text{vitrage}} + 4S_{\text{facade}}\tau_{\text{joint}} + 4S_{\text{facade}}\tau_{\text{e,air}} + 4S_{\text{chassis}}\tau_{\text{chassis}} + S_{\text{béton}}\tau_{\text{béton}}\right)
\end{aligned}$$

Il convient de noter que S_{facade} est utilisé pour τ_{joint} et $\tau_{\text{e,air}}$ en raison du mode de calcul de ces transparences.

L’application numérique donne pour la puissance transmise :

$$W_{\text{transmise}} \simeq [1.86\ 4.68\ 1.51\ 0.17\ 0.11\ 0.10] \text{ mWatt}$$

Soit on calcule la transparence de chaque élément de la façade de manière individuelle. Ensuite, la transparence globale de la paroi composée de n éléments de natures différentes s’écrit en fonction des transparences de chaque élément τ_i et de la surface de chacun de ces éléments : S_i

$$\tau^{globale} = \frac{\sum_i \tau_i S_i}{\sum_i S_i} \tag{13}$$

Attention, là encore, la surface S_i associée aux transparences des joints et des entrées d’air est S_{facade} en raison du mode de calcul de ces transparences.

Après calcul sur les différents éléments de la facade Ouest (béton, chassis bois, joint, vitrage, entrée d'air), la transparence globale est trouvée égale à :

$$\tau_{\text{globale}} \simeq [2.70\ 6.80\ 2.19\ 0.25\ 0.16\ 0.15]\ \times 10^{-3}$$

On en déduit l'intensité transmise à travers la paroi Ouest :

$$I_{\text{transmise}} = \tau_{\text{globale}} \times I_{\text{incidente}}$$

ainsi que la puissance transmise :

$$W_{\text{transmise}} = S_{\text{façade}} \times I_{\text{transmise}}$$

L'application numérique montre que les deux méthodes donnent les mêmes résultats.

11. En reprenant la relation entre pression efficace carrée et puissance acoustique d'une source en milieu ouvert :

$$|\mathbf{I}(r)| = \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c_0} = Q\frac{W}{4\pi r^2} \tag{14}$$

tout en tenant compte du facteur de directivité de la "source" : $Q = 4\cos(\theta)$ avec $\theta =$ atan(30/60), et en reprenant les notations utilisées précédemment, la pression efficace carrée en r à pour expression :

$$p^2 = QW_{\text{transmise}}\frac{\rho_0 c_0}{(4\pi r^2)} \tag{15}$$

avec : ρ_0 la masse volumique de l'air au repos, c_0 la célérité du son dans cet air et enfin r, la distance de la salle des fêtes à la pièce de l'hôpital ($\sqrt{30^2 + 60^2}$).

On en déduit le niveau de pression :

$$L_p \simeq [51\ 55\ 50\ 41\ 39\ 38]\ \text{dB}$$

On obtient les valeurs en Decibel pondéré A en appliquant, octave par octave les corrections du filtre A : [-16 -8.5 -3 0 1 1] :

$$L_p \simeq [35\ 46\ 47\ 41\ 40\ 39]\ \text{dB(A)}$$

Le niveau de pression global : 10 log $(\sum_i 10^{L_{pi}/10})$, est de 51 dB(A).

12. On reprend la même démarche que pour la question 10 mais cette fois en considérant la chambre de l'hôpital.

La fenêtre étant fermée, on détermine d'abord la transparence de la paroi à partir des transparences des différents éléments la constituant :

$$\tau_{\text{global, fenêtre fermée}} \simeq [1.3\ 3.0\ 1.0\ 1.1\ 0.7\ 0.4]\ \times 10^{-3}$$

On en détermine l'indice d'affaiblissement par bande d'octave :

$$R_{\text{global, fenêtre fermée}} \simeq [29\ 25\ 30\ 29\ 31\ 34]\ \text{dB}$$

Lorsque la fenêtre est ouverte, l'indice d'affaiblissement de cette fenêtre est nul et ce à chaque fréquence :

$$R_{\text{fenêtre ouverte}} = [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0] \text{ dB ou bien } \tau_{\text{fenêtre ouverte}} = [1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1]$$

En combinant les différents coefficients de transmission, on obtient finalement :

$$\tau_{\text{global, fenêtre ouverte}} \simeq [0.27\ 0.27\ 0.27\ 0.27\ 0.27\ 0.27]$$

ce qui correspond à un indice d'affaiblissement global de :

$$R_{\text{global, fenêtre ouverte}} \simeq [5.74\ 5.73\ 5.73\ 5.72\ 5.73\ 5.73] \text{ dB}$$

Une fois la fenêtre ouverte, on constate que les variations en fréquence sont très peu perceptibles.

13. On utilise la formule proposée en annexe pour la détermination de la puissance :

$$W_{\text{incidente}} = \frac{p^2}{\rho_0 c_0} \cos(\theta) S_{facade}$$

AN :

$$W_{\text{incidente}} \simeq [0.79\ 1.99\ 0.64\ 0.07\ 0.047\ 0.043]\ 10^{-6} \text{ Watt}$$

14. On réutilise la définition de la transparence acoustique pour déterminer la puissance transmise à travers la façade de la chambre de l'hôpital connaissant la puissance incidente sur cette façade :

$$W_{\text{tansmise}} = \tau \times W_{\text{incidente}}$$

Deux cas doivent être traités : le cas fenêtre fermée et celui de la fenêtre ouverte.
AN : cas fenêtre fermée

$$W_{\text{transmise}} \simeq [10.6\ 60.4\ 6.13\ 0.83\ 0.34\ 0.17]\ 10^{-10} \text{ Watt}$$

AN : cas fenêtre ouverte

$$W_{\text{transmise}} \simeq [21.0\ 53.0\ 17.0\ 1.94\ 1.24\ 1.15]\ 10^{-8} \text{ Watt}$$

15. Dans le cas où la fenêtre est fermée, l'aire d'absorption équivalente est donnée par 42.5×0.1 (cf. énoncé : *42.5 m² avec un coefficient d'absorption moyen de 0.1*).

Dans le cas où la fenêtre est ouverte, l'aire d'absorption équivalente est donnée par $(42.5 - 2) \times 0.1 + 2 \times 1$ (le coefficient d'absorption acoustique de la fenêtre ouverte est de *1*, ce qui signifie qu'il n'y a pas d'onde réfléchie)

On détermine ensuite les niveaux de pression réverbérés à partir de la relation :

$$L_p \simeq L_w + 10 \log \left(\frac{4}{A} \right)$$

En applique ensuite la pondération A sur les valeurs de niveaux obtenus puis on détermine la valeur globale. L'application numérique donne :

- niveau de pression réverbéré global lorsque la fenêtre est fermée : 31 dBA.
- niveau de pression réverbéré global lorsque la fenêtre est ouverte : 51 dBA.