

# TP1A : cisaillement direct, perméabilité

## Introduction

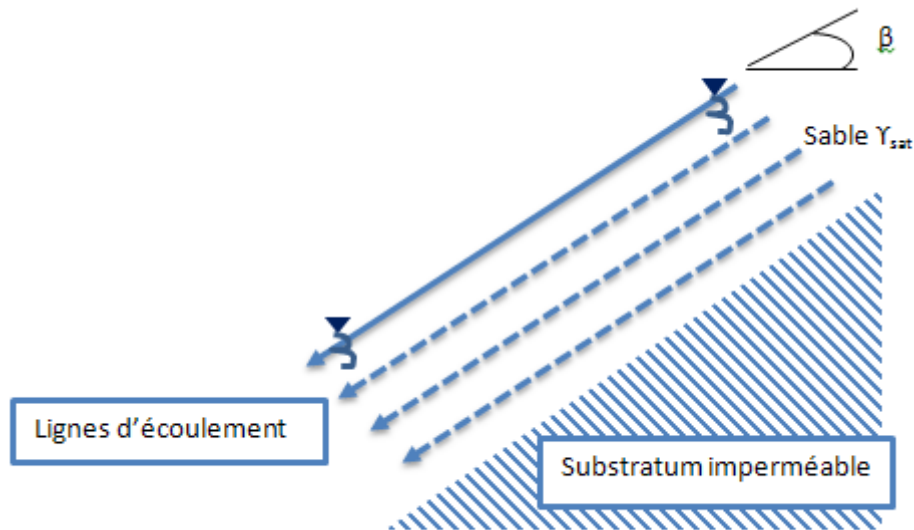


Figure 1 : Schéma de l'étude de cas

Il s'agit de comprendre le phénomène de stabilité d'une pente ; une couche de sol (sable sec) est posée sur un substratum imperméable. Pour maintenir cette couche en équilibre, il faut faire un bilan des forces qui s'appliquent en distinguant les forces motrices et les forces résistantes : poids, force de frottement du sol (type Coulomb, proportionnelle au poids qui s'appuie), force hydraulique due à l'écoulement d'eau.

L'objectif est donc de déterminer le coefficient de sécurité  $F$  qui est le rapport des forces résistantes sur les forces motrices. La pente est dite stable si  $F > 1,5$ .

On étudie un sol pulvérulent (sable saturé<sup>1</sup>) dont la cohésion  $c$  est nulle (à vérifier). Le critère de Coulomb est alors :

$$\tau = \sigma \tan \phi$$

Il s'agit dans un premier temps de déterminer l'angle de frottement interne  $\phi$ .

Dans un deuxième temps nous déterminerons la perméabilité  $k$  du sable étudié qui intervient dans la loi de Darcy :

$$v = k.i$$

<sup>1</sup> Le travail sur l'argile est beaucoup trop long pour pouvoir être étudié de manière satisfaisante.

## Partie 1 : Essai de cisaillement d'un sable à la boîte de Casagrande

### Principe de l'essai

Lors de la séance de TP, nous avons réalisé des essais de cisaillement sur un sable sec lâche (non tassé) à deux pressions de confinements différentes (0,5 bar et 1,5 bar). Pour cela nous avons utilisé une boîte de Casagrande dont le fonctionnement est de provoquer la rupture d'un échantillon de matériau selon un plan imposé. Le matériau à étudier est placé dans deux demi-boîtes qui vont se déplacer horizontalement (une est fixe, l'autre est mobile) avec une pression verticale exercée sur le dispositif expérimental. Ces essais vont nous permettre d'obtenir la courbe intrinsèque du sable étudié.

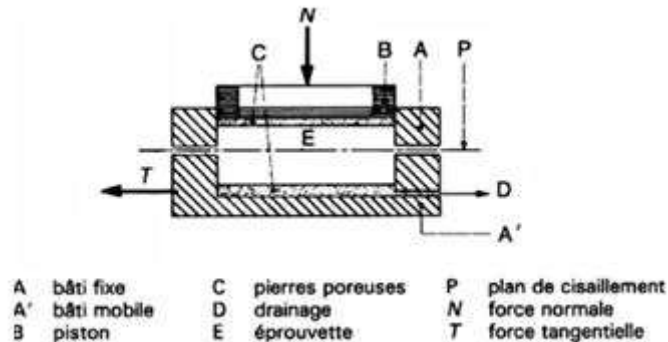


Figure 2 : Schéma de principe de la boîte de Casagrande

Nous avons mesuré, pendant le déplacement de la partie inférieure les grandeurs suivantes :

- T : Force de cisaillement
- $\Delta l$  : Déplacement de la boîte inférieure par rapport à la boîte supérieure
- $\Delta h$  : Variation de hauteur de l'échantillon de sable
- t : Temps écoulé durant l'essai

Ce qui nous a permis d'en tirer les valeurs de :

- $\sigma = \frac{N}{S}$  : Contrainte normale
- $\tau(\Delta l) = \frac{T(\Delta l)}{S(\Delta l)}$  : Contrainte de cisaillement

En traçant, pour chaque essai, la courbe  $\tau = f(\Delta l)$  nous avons obtenu les  $\tau_{max}$  pour les deux contraintes normales  $\sigma$  appliquées. Puis en plaçant ces deux points sur un graphique  $\tau = f(\sigma)$  (voir ci-dessous) nous avons pu en déduire la courbe intrinsèque du sable étudié et ainsi trouver la valeur de l'angle de frottement  $\varphi$  et vérifier que la cohésion  $c = 0$ .

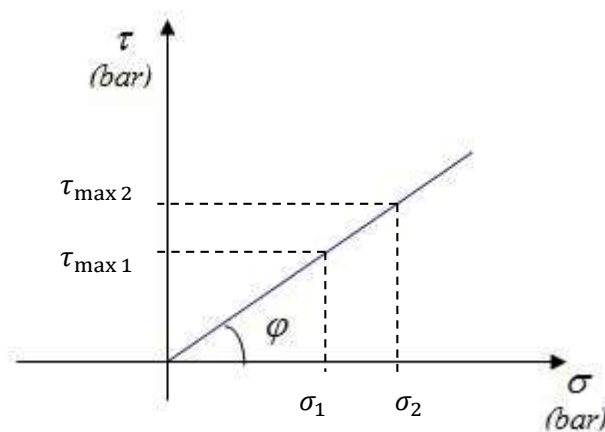


Figure 3 : Courbe intrinsèque d'un matériau pulvérulent

## Mesures expérimentales

### Essai n°1 : $\sigma = 0.5 \text{ bar}$

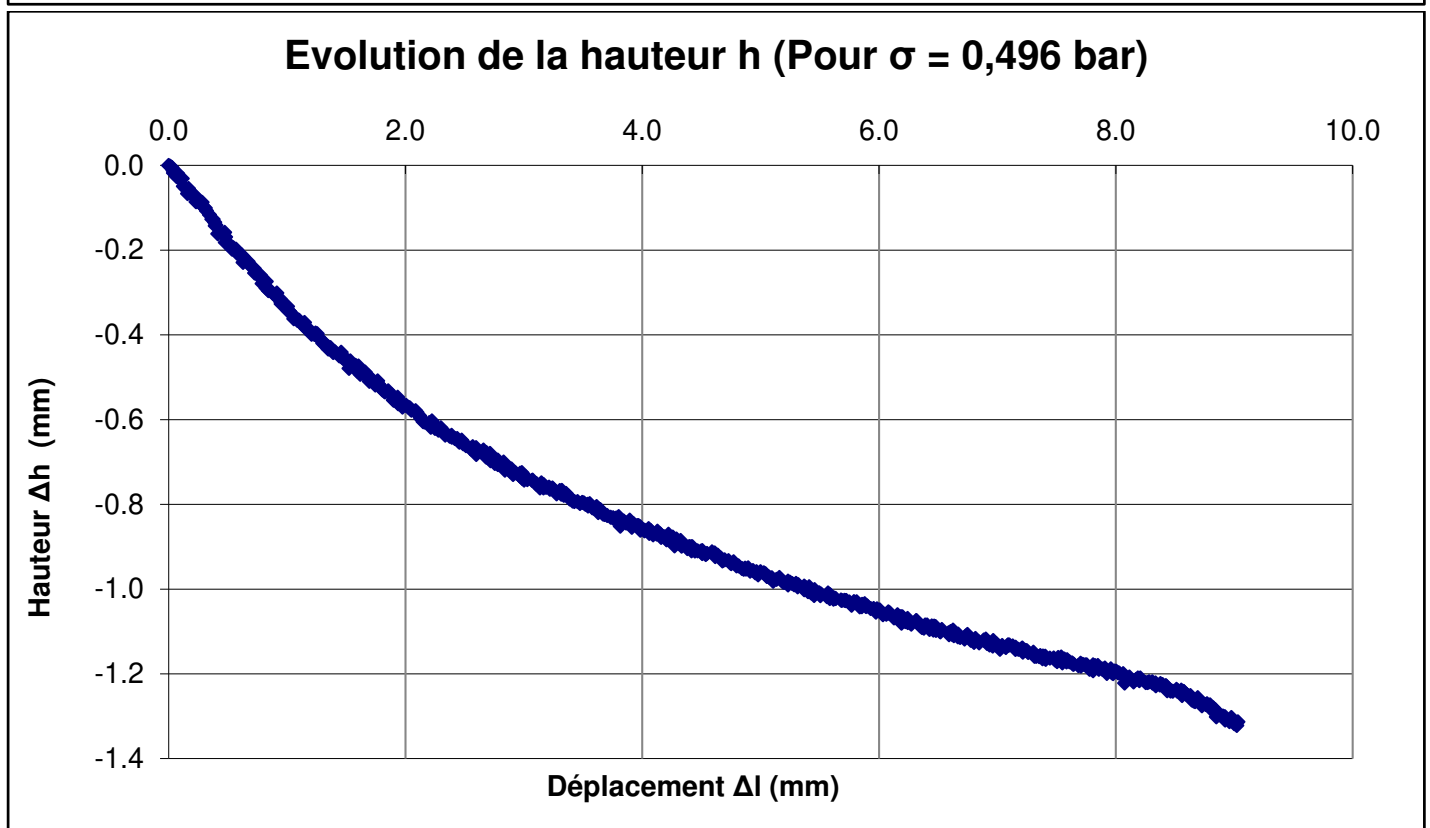
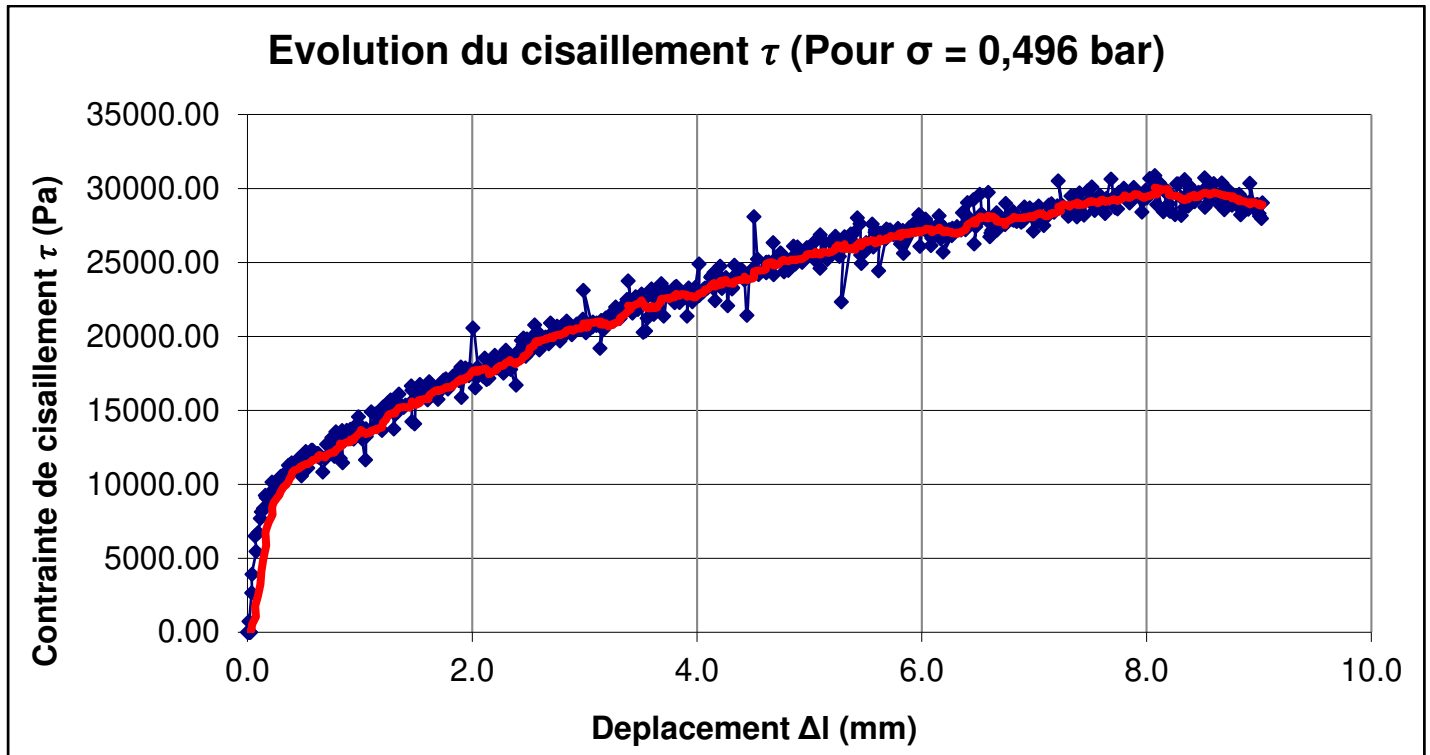
La surface de contact est  $S = 33,6 \text{ cm}^2$ . Nous avons placé une force totale sur l'échantillon  $N = 167 \text{ N}$ . (9kg + 7,7 kg).

$$\text{D'où } \sigma_1 = \frac{N}{S} = 49,6 \text{ kPa} = 0,496 \text{ bar}$$

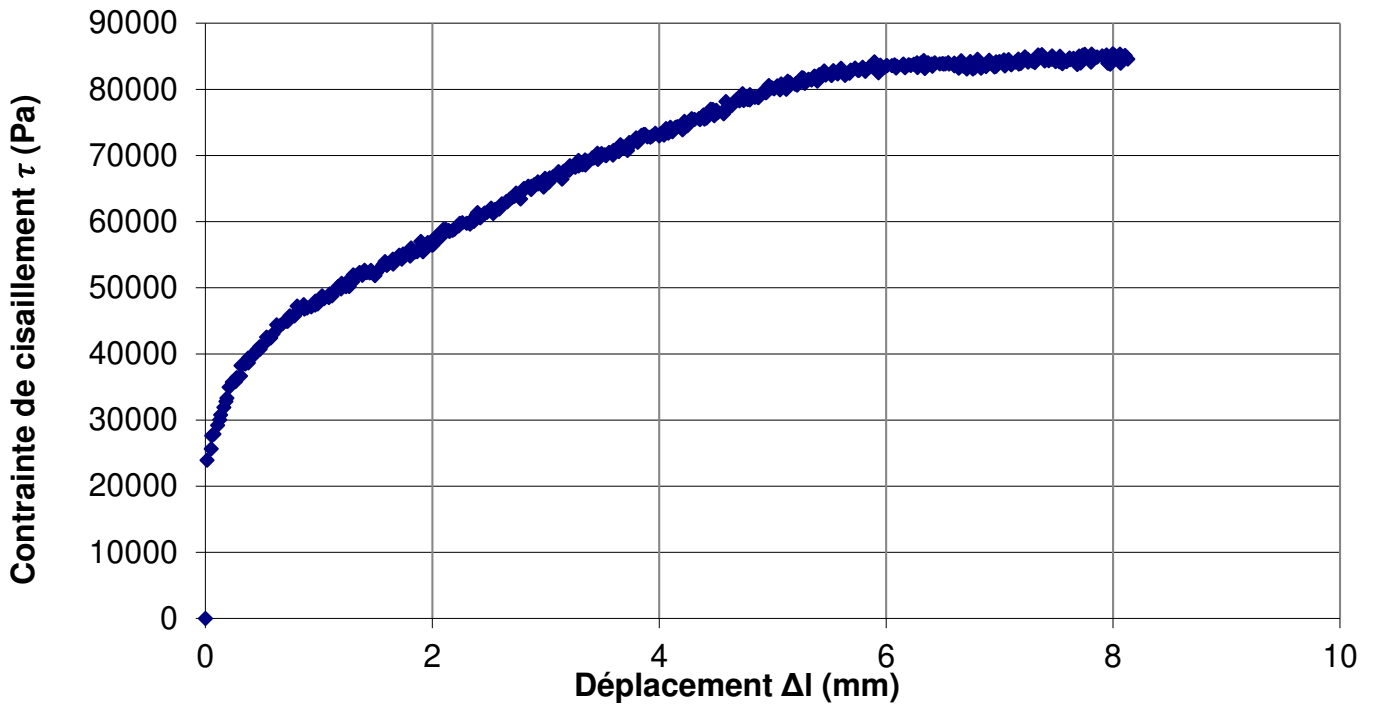
### Essai n°2 : $\sigma = 1.5 \text{ bar}$

La surface de contact est  $S = 33,6 \text{ cm}^2$ . Nous avons placé une force totale sur l'échantillon  $N = 497 \text{ N}$ . (42kg + 7,7 kg).

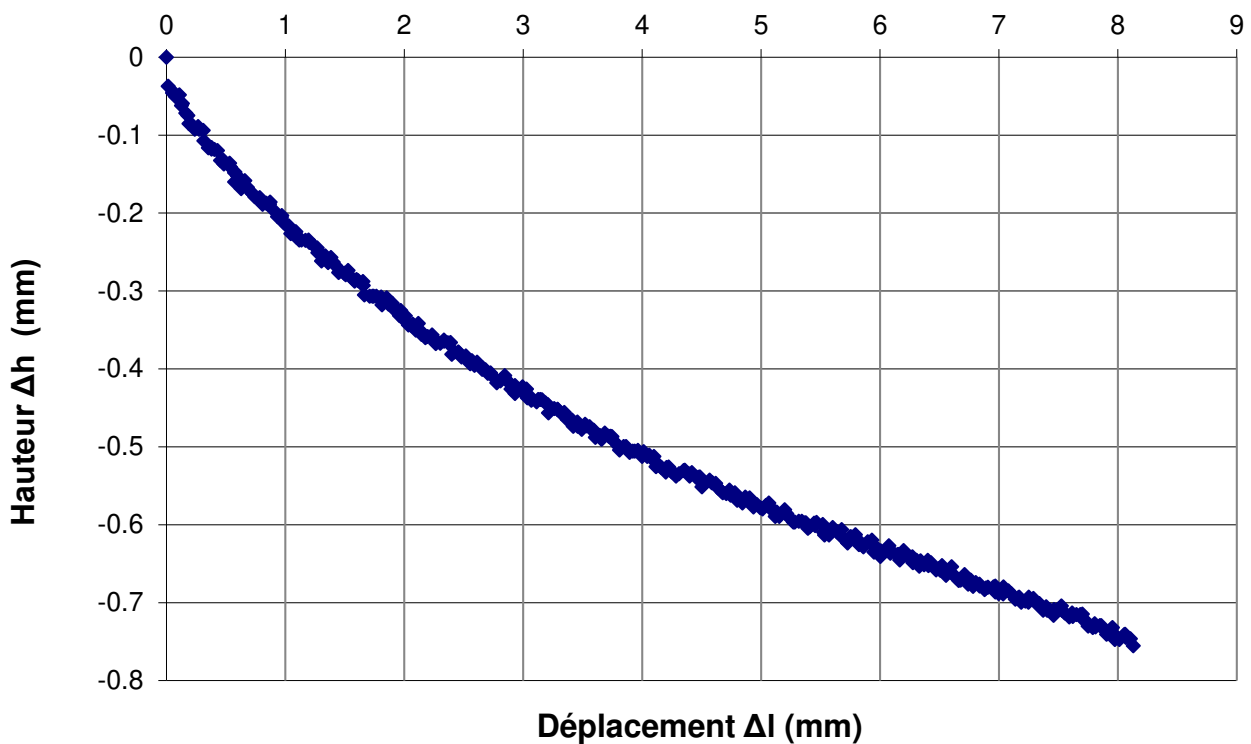
$$\text{D'où } \sigma_2 = \frac{N}{S} = 148 \text{ kPa} = 1,48 \text{ bar}$$



Evolution du cisaillement  $\tau$  ( Pour  $\sigma = 1,48$  bar)



Evolution de la hauteur  $h$  (Pour  $\sigma = 1,48$  bar)



Pour les deux essais, on observe sur les courbes d'évolution du cisaillement en fonction du déplacement que  $\tau$  atteint une valeur limite maximale  $\tau_{max}$  sans passer par une valeur de pic. De plus, la courbe d'évolution de la hauteur de l'échantillon montre que celui-ci se tasse, ce phénomène est appelé la contractance. Ces deux observations montrent que, lors de nos essais, nous avons bien eu affaire à un comportement de sable lâche.

## Exploitation des données

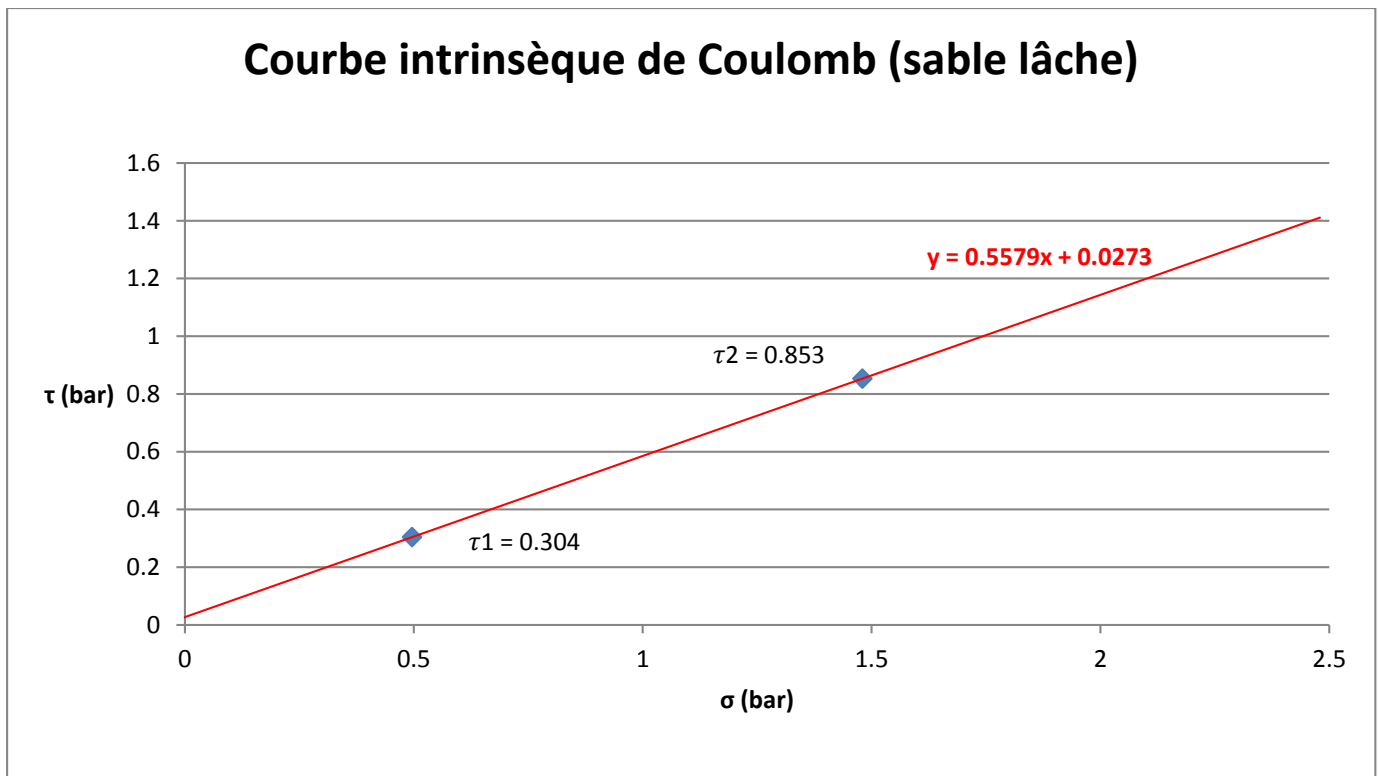
Nous faisons l'hypothèse que la cohésion  $c = 0$  (sable sec) pour calculer, pour chaque essai, la valeur du coefficient de frottement  $\varphi$ . En effet si  $c = 0$ , alors  $\varphi = \tan^{-1} \frac{\tau}{\sigma}$

Nous vérifierons ensuite, grâce à la courbe de Coulomb, notre hypothèse ainsi que la cohérence des résultats.

Contrainte normale	$\tau_{max}(bar)$	$\varphi$ (°)
$\sigma_1 = 0,496 bar$	0,304	31,5
$\sigma_2 = 1,48 bar$	0,853	30

Tableau 1 : Récapitulatif des résultats issus des essais de cisaillement

Après avoir obtenus ces deux points  $(\sigma, \tau)$ , nous avons tracé la courbe de Coulomb :

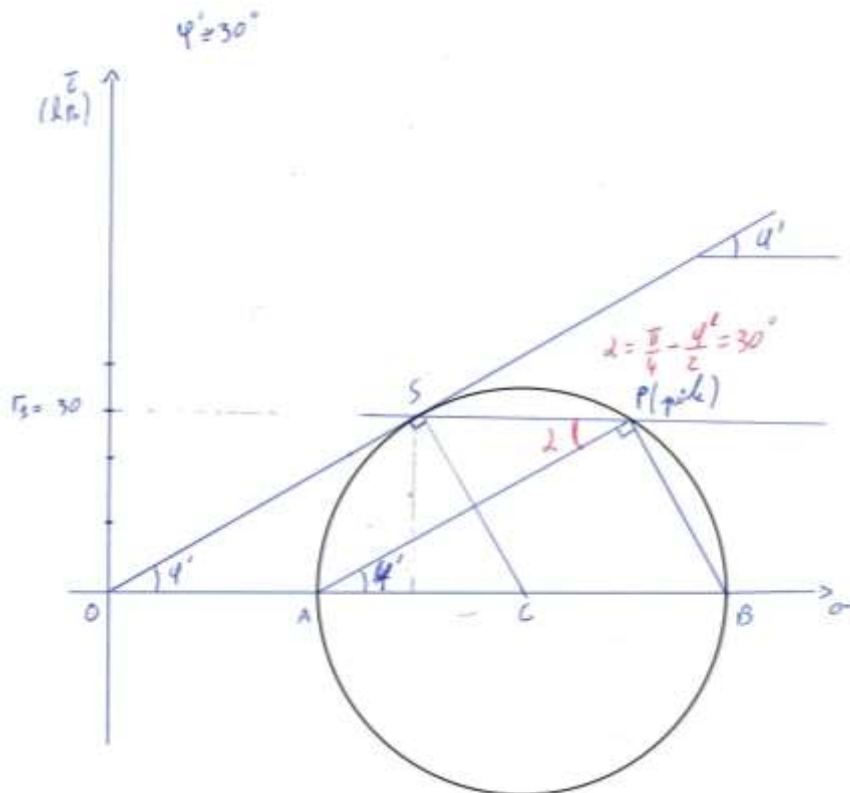


Enfin nous pouvons en déduire l'équation de cette droite :  $y = 0.558 x + 0.027$  or  $\tau = c + \sigma * \tan \varphi$

D'où  $c \approx 0$  et  $\varphi = 29,2^\circ$

Ces résultats confirment notre hypothèse ( $c = 0$ ) et sont cohérents avec les précédents.

## Méthode du pôle



A partir de l'angle  $\varphi'$  de frottement du matériau et du  $\tau_1$  de l'expérience de Casagrande à 0.5 bar, on obtient une droite tangente au cercle de Mohr nous permettant de construire celui-ci. En traçant le plan de rupture horizontal passant par S nous obtenons le point P appelé pôle. Puis en traçant la droite passant par P et A (contrainte minimale), on trouve l'angle  $\alpha$  correspondant à l'angle entre la facette de la direction principale mineure et le plan horizontal. Après un rapide calcul (voir ci-dessus), nous obtenons un angle  $\alpha = 30^\circ$ .

## Interprétation des résultats

Voici le tableau récapitulatif des résultats issus de l'essai de Casagrande :

	e	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	c	$\varphi$ (°)
Sable lâche	1	1296	0	29,2
Sable dense	0,78	1400	0	34

Les ordres de grandeurs des valeurs et les différences entre les deux sols sont cohérents. L'indice des vides du sable lâche est plus important, c'est-à-dire que ce sol comporte plus de vide que le sable dense. La masse volumique est par conséquent plus faible pour le sable lâche. Les cohésions des deux sols sont nulles ce qui correspond bien à des sols pulvérulents. Enfin l'angle de frottement du sable dense est plus important ce qui s'explique par le fait que ce sable tassé a un comportement plus stable que le sable lâche.

Pour retrouver rapidement la valeur de  $\varphi$ , nous pouvons effectuer le test du cône permettant de mesurer la valeur d'angle limite à la bonne tenue du sable et de son effondrement sur lui-même.

## Conclusion sur le dispositif

Ce dispositif permet d'effectuer des mesures relativement rapidement à l'aide d'un essai facile à mettre en œuvre dans l'objectif de connaître plusieurs points essentiels d'un matériau tels que : le coefficient de frottement, la cohésion, l'effort de cisaillement maximal en fonction de la contrainte normale choisie par l'utilisateur. Cependant pour des matériaux non pulvérulents tel que l'argile, la méthode sera toujours pertinente mais le temps de mesure sera largement supérieur du fait de la nécessité de drainer le matériau lors de la manipulation.

## Partie 2 : Essai de perméabilité

### Principe de l'essai

La mesure du coefficient de perméabilité des sols s'effectue en laboratoire, sur des éprouvettes de sol homogène de petit volume (quelques centaines de centimètres cubes).

La méthode utilise un perméamètre à charge variable.



Perméamètre utilisé au laboratoire

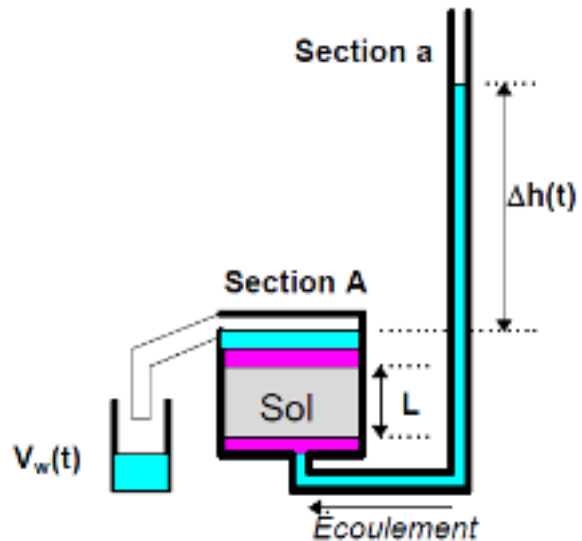


Schéma de principe

On observe l'écoulement à travers l'éprouvette de l'eau contenue dans un long tube de faible section  $a$ . À mesure que l'eau traverse l'éprouvette, la différence de charge entre les deux extrémités diminue et la vitesse d'écoulement diminue également, jusqu'à tendre vers un état d'équilibre.

A (en cm <sup>2</sup> )	a (en cm <sup>2</sup> )	L (en cm)
80	2	11,6

### Partie expérimentale

Le matériau testé est un sable fin ( $d_{50} = 0,12\text{mm}$ ) pris dans un état lâche humide,  $\rho_s = 2,6\text{t/m}^3$

On a une masse volumique  $\rho = 1296\text{ kg/m}^3$  soit environ  $1,3\text{ t/m}^3$

Indice des vides  $e = V_v/V_s = (V - V_s) / V_s = V/v_s - 1 = \rho_s/\rho - 1$

Soit  $e = 2650/1296 - 1 = 1$

Ainsi  $V_v = V_s$  ; il y a 50 % de vide

### Partie exploitation des données

La loi de Darcy peut s'écrire à chaque instant en fonction de la différence de charge entre les deux extrémités de l'éprouvette :

$$Q(t) = k \frac{\Delta h(t)}{L} A$$

La différence de charge  $\Delta h(t)$  varie avec le débit  $Q(t)$  de l'eau qui traverse l'éprouvette :

$$Q(t) = -a \frac{d[\Delta h(t)]}{dt}$$

On en déduit l'équation différentielle que vérifie la différence de charge  $\Delta h(t)$ , c'est à dire la hauteur d'eau dans le tube :

$$\frac{d[\Delta h(t)]}{\Delta h(t)} = -\frac{A}{a} k \frac{dt}{L}$$

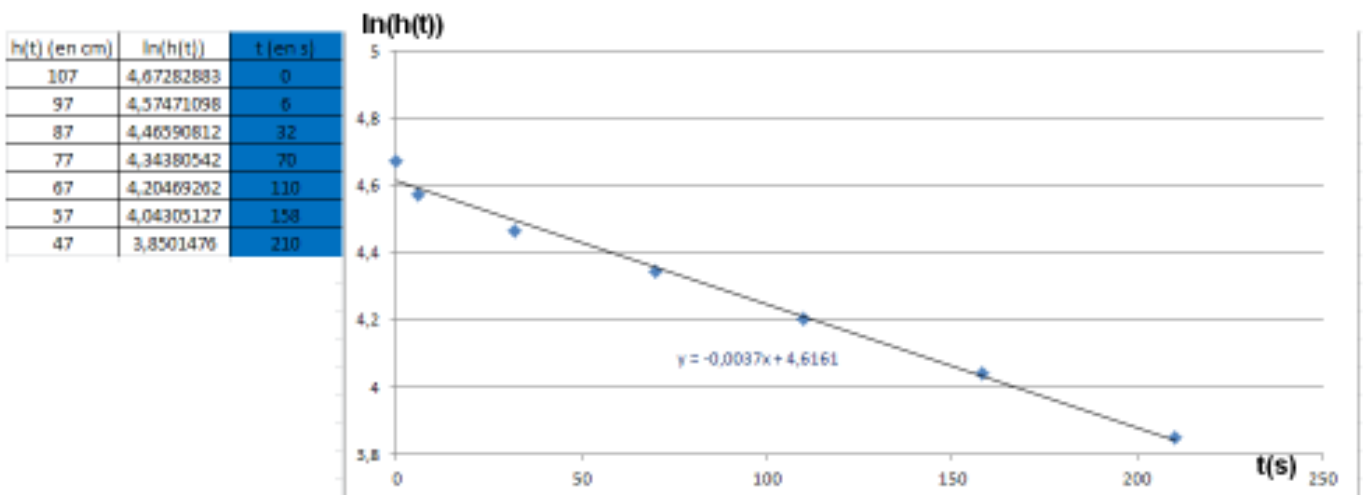
puis la loi de variation de  $\Delta h(t)$  en fonction du temps :

$$\ln \frac{\Delta h(t)}{\Delta h(t_0)} = -\frac{A}{a} \cdot \frac{k}{L} (t - t_0)$$

ou

$$\Delta h(t) = \Delta h(t_0) \cdot \exp\left[-\frac{A}{a} \cdot \frac{k}{L} (t - t_0)\right]$$

Pour déterminer le coefficient de perméabilité  $k$ , on peut représenter graphiquement les variations du logarithme de la hauteur d'eau dans le tube en fonction du temps :  $k$  est proportionnel à la pente de la droite qui passe par les points expérimentaux.



La pente obtenue est  $-0,0037 = -(A.k)/(a .L)$  soit  $k = 0,0037 . a .L / A = 0,0037 \times 0,0002 \times 0,116 / 0,0080$

Soit  $k_{\theta} = 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$

Dans notre cas  $\theta = 20^{\circ}\text{C}$ , on n'a pas besoin de corriger par la courbe de viscosité.

## Partie interprétation des résultats

Tableau récapitulatif

Trinômes	Type de sable	indice des vides $e$	perméabilité $k$ (m/s)
10	Lâche	1	$4,3 \cdot 10^{-5}$
12	Dense	0,78	$1,7 \cdot 10^{-5}$



## Conclusion sur le dispositif

Si le principe des essais de perméabilité est simple, de nombreux détails pratiques viennent en compliquer l'exécution.

La méthode d'essai à charge variable est réservée en pratique aux matériaux sableux à matrice moyenne à grossière (problème de percolation de volumes d'eau).

Du fait de la sensibilité de la viscosité de l'eau aux variations de température, il est souhaitable de réaliser les essais à température constante.

Enfin, les déformations du sol provoquées par les variations des contraintes effectives (variations de la pression de l'eau interstitielle à contrainte totale constante) et les variations du volume des appareils de mesures peuvent perturber l'interprétation des essais, lorsque les débits mesurés sont très faibles.

Parmi les techniques de mesure in situ de la perméabilité des massifs de sols, on peut utiliser des essais « ponctuels », qui intéressent un volume de sol limité autour du point d'essai comme l'essai Lefranc ou l'essai Lugeon. Ce sont des essais de perméabilité qui créent des écoulements dans une zone limitée autour du dispositif de mesure et donnent donc une estimation de la perméabilité locale du sol.

## Partie 3 : Traitement du cas pratique

### HYPOTHESE DE LA LOI DE DARCY :

Les différentes vitesses données par la loi de darcy vérifient la première hypothèse d'un écoulement de faible vitesse (soit laminaire). Pour confirmer l'utilisation de cette hypothèse, il suffit de définir la nature du régime en calculant le nombre de Reynolds pour obtenir un ordre de grandeur :

$$Re = \frac{P \times v \times L}{\mu}$$

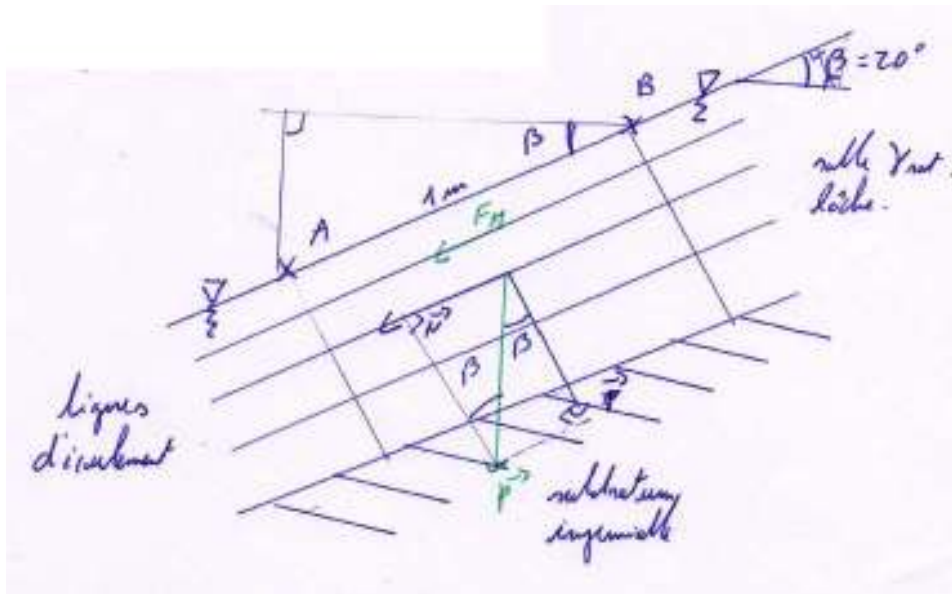
Avec  $\mu$ =viscosité dynamique de l'eau= $1.10^{-3}$  Kg/m<sup>3</sup>       $v$ =Vitesse=0.026m/s (lâche) à 0.010m/s (dense)

$L$ =grandeur caractéristique du matériau soit dans notre cas  $e=0.78$  (dense) ou 1(lâche) donc celle-ci correspond au cas le plus défavorable à la taille d'un grain d'environ  $0.02.10^{-3}$  m.

$P_{\text{sable lâche sans eau}}=1296$  Kg/m<sup>3</sup>       $\rho_{\text{sable dense}}=1400$  Kg/m<sup>3</sup>

Donc (au cas le plu défavorable)  $Re = \frac{1296 \times 0.026 \times 0.02 \cdot 10^{-3}}{1.10^{-3}} = 0.67 < 1$  donc le régime est laminaire et on peut donc utiliser les hypothèses d'un écoulement lent ne produisant aucun effet d'inertie du à des turbulences.

**NB : Il est donc normal que la force hydraulique des calculs pour le sable lâche et dense soit identique.**



### ETUDE DU SABLE LACHE : La pente est-elle stable ?

Pour le calcul de stabilité de la pente, nous avons besoin de plusieurs informations telles que :

- Le coefficient de frottement du matériau :  $\alpha = 29,2^\circ$
- La force hydraulique qui est motrice  $F_h = \gamma_w \times i \times Volume$
- La force de pesanteur motrice :  $W_m = \rho_{\text{sable}} \times Volume \text{ déjaugé} \times g \times \sin(\beta)$
- La force de pesanteur résistante :  $W_r = \rho_{\text{sable}} \times Volume \text{ déjaugé} \times g \times \cos(\beta)$
- Le coefficient de sécurité :  $F = \frac{Force \text{ résistante}}{Force \text{ motrice}} = \frac{W_r \cdot \tan(\alpha)}{W_m + F_h}$

$\rho_{\text{sable lâche sans eau}} = 1296$  Kg/m<sup>3</sup>       $\gamma_w = 10$  Kn/m<sup>3</sup>

Volume déjaugé= $1m \cdot 1m \cdot 1m = 1m^3$        $g = 10$  m.s<sup>-2</sup>

$$I = \text{gradient hydraulique} = \frac{Zb - Za}{\text{Hypothénuse}} = \sin(\beta) \text{ soit } Zb - Za = \sin(\beta) = 0.34$$

On obtient donc une force hydraulique (comme explicité auparavant indépendante de la perméabilité  $k$  du sol en question correspondant aux hypothèses de la loi de Darcy) :

$$Fh = \gamma w \times i \times \text{volume} = 10\,000 \times 0.34 \times 1 = 3400\,N$$

On calcule maintenant les forces résistantes et motrices :

$$Fr = Wr \times \tan(\alpha) = 1296 \times 1 \times 10 \times \cos(20) \times \tan(29,2) = 6806\,N$$

$$Fm = Wm + Fh = 1296 \times 1 \times 10 \times \sin(20) + 3400 = 7832,6\,N$$

$$\text{Soit le coefficient de sécurité} = F = \frac{Fr}{Fm} = \frac{6806}{7832,6} \cong 0.87 < 1.50$$

Donc nous pouvons logiquement en conclure que la pente est particulièrement instable puisque  $F < 1$  qui est la limite de stabilité d'une pente.

Par un système de drainage en amont de la pente, en supposant que l'ensemble du sable est drainé, nous obtiendrons :

$$F = \frac{6806}{7832,6 - 3400} = \frac{6806}{4432,60} \cong 1.54 > 1.50$$

Donc la pente est stable.

*CONCLUSION : On remarque l'importance des flux hydrauliques sur la stabilité d'une pente et que celle-ci ne dépend que de la caractéristique des matériaux (plus particulièrement leur densité et leur coefficient de frottement) mais reste indépendante de la perméabilité du sol dans les hypothèses de la loi de Darcy (vitesse d'écoulement faible).*

## ETUDE DU SABLE DENSE : La pente est-elle stable ?

Les calculs de principe sont les mêmes que la sable lâche mais en considérant une densité supérieure de  $\rho_{\text{sable}} = 1400\, \text{Kg/m}^3$  et un coefficient de frottement  $\alpha = 34^\circ$  soit

$$Wm = \rho_{\text{sable}} \times \text{Volume déjaugé} \times g \times \sin(\beta) = 1400 \times 1 \times 10 \times \sin(20) = 4788.30\,N$$

$$Wr = \rho_{\text{sable}} \times \text{Volume déjaugé} \times g \times \cos(\beta) = 1400 \times 1 \times 10 \times \cos(20) = 13\,155.70\,N$$

Comme il a été explicité au début du paragraphe,  $Fh = 3400\,N$

Soit dans un matériau de sable dense :

$$\text{Soit le coefficient de sécurité} = F = \frac{Fr}{Fm} = \frac{13\,155.70 \times \tan(34)}{4788.20 + 3400} \cong 1.08 < 1.50$$

Donc la pente est d'un point de vue purement mécanique à la limite de stabilité puisque  $Fr = Fm$  mais celui-ci reste inférieur à 1.50, mesure de sécurité d'une stabilité de pente.

Ce calcul diffère uniquement sur la densité et le coefficient de frottement du matériau qui procurent respectivement une projection en cosinus supérieur au sinus et un coefficient multiplicatif de  $Fr$  supérieur expliquant cette augmentation de rapport.

Par un système de drainage en amont de la pente :

$$F = \frac{8873.6}{4788.20} \cong 1.85 > 1.50$$

*CONCLUSION : La densité du matériau joue un rôle prépondérant dans la stabilité d'une pente lorsque celui-ci est totalement drainé.*