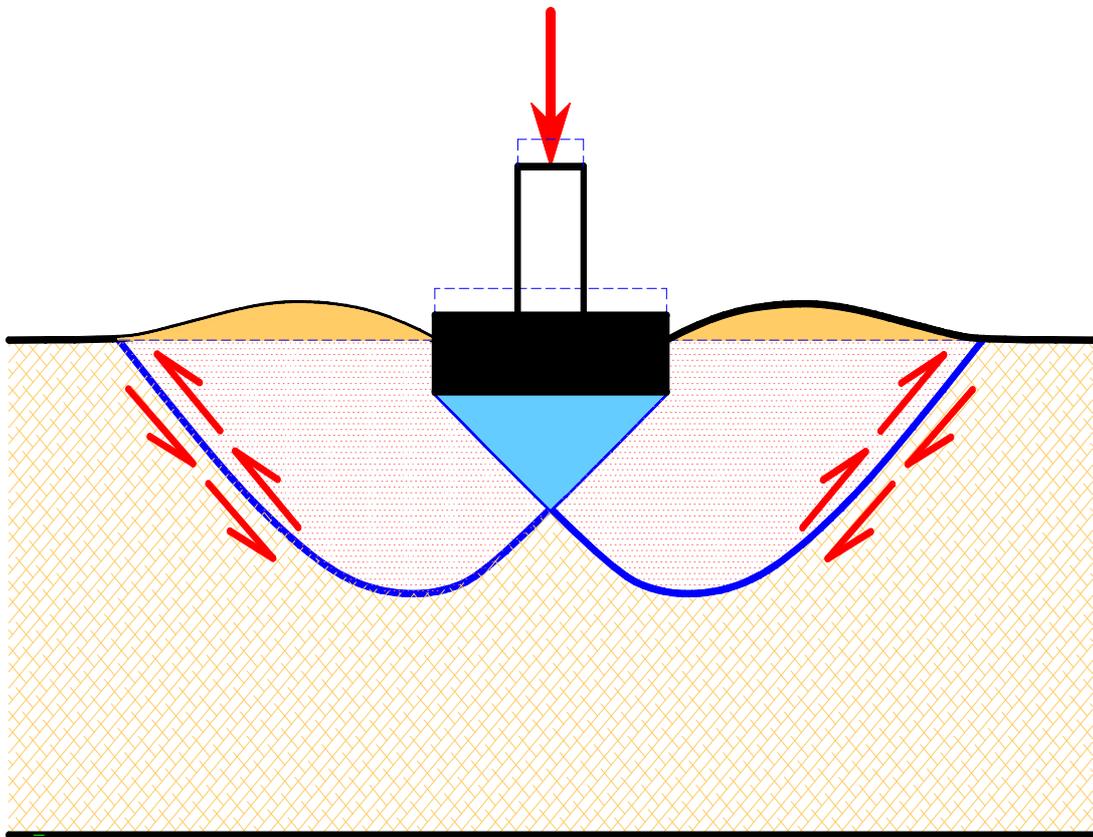


# COURS ET EXERCICES DE MECANIQUE DES SOLS



**Khaled MEFTAH**  
Maître assistant

**Première version : Septembre 2008**

## SOMMAIRE

<b>Chapitres</b>	<b>Intitulés</b>	<b>Pages</b>
1	Les sols : Structure – Identification et classification	4
2	Hydraulique des sols	20
3	Contraintes dans les sols	28
4	Tassement et consolidation des sols	45
5	Résistance au cisaillement des sols	56
6	Etude de la portance des fondations superficielles à partir d'essais de laboratoire	70
7	Poussée et butée des terres	81

Références bibliographiques

# TABLE DES MATIERES

<b>Chapitre 1 : Les Sols : Structure. Identification et classification</b>	<b>4</b>
1- Eléments constitutifs d'un sol	4
2- Paramètres de définition d'un sol	4
3- Identification des sols	7
4- Classification des sols	14
Exercices d'application	17
<b>Chapitre 2: Hydraulique des sols</b>	<b>20</b>
1- Ecoulement linéaire	20
2- Ecoulements plans	20
Exercices d'application	24
<b>Chapitre 3 : Les contraintes dans le sol</b>	<b>28</b>
1- Notions de contraintes	28
2- Cercle de Mohr	29
3- Les contraintes dues au poids propre des sols	32
4- Les contraintes dues aux surcharges	34
Exercices d'application	38
<b>Chapitre 4 : Tassement et consolidation des sols</b>	<b>45</b>
1- Notions de déformations	45
2- Relation contraintes - deformations	45
3- Tassements des sols- consolidation	46
3- Evolution du tassement en cours du temps	49
Exercices d'application	53

<b>Chapitre 5 : Résistance au cisaillement des sols</b>	<b>56</b>
1- Comportement élasto-plastique des sols	56
2- Comportement à cours et à long terme des sols	57
3- Détermination des paramètres de cisaillement des sols au laboratoire	58
Exercices d'application	65
<b>Chapitre 6 : Portance des fondations superficielles</b>	<b>70</b>
1- Introduction	70
2- Calculs de la capacité portante	72
Exercices d'application	77
<b>Chapitre 7 : Poussée et butée des terres</b>	<b>81</b>
1- Introduction	81
2- La théorie de Rankine	81
3- Calcul des forces de poussée et de butée	86
5- Stabilité des murs de soutènement	90
6- Les rideaux de palplanches	92
Exercices d'application	95
<b>Références bibliographiques</b>	<b>97</b>

# CHAPITRE 1

## **LES SOLS : Structure - Identification et Classification**

### **1- Éléments constitutifs d'un sol**

Un sol est un mélange :

- d'éléments solides : Provenant de la désagrégation mécanique et/ou chimique d'une roche mère.

On distingue les minéraux non argileux ( $\varnothing > 2\mu\text{m}$  et ayant le même comportement que la roche mère : *Sols pulvérulents*), les minéraux argileux (kaolinite, illite et montmorillonite) et les sols organiques (*vases et tourbes*)

- d'eau : Existe sous plusieurs formes (eau de constitution, interfeuillet, liée et libre).
- de gaz : Contenu dans les vides, c'est l'air pour un sol sec ou mélange d'air et de vapeur d'eau pour un sol humide.

### **2- Paramètres de définition des sols**

#### **2-1 Modèle élémentaire d'un sol**

Un sol étant composé de grains solides, d'eau et d'air, on peut rassembler chaque phase en un volume partiel unique de section unit. Les notations suivantes sont utilisées :

**Volumes**

**Poids**

<b>V<sub>a</sub></b>	<b>Air</b>	<b>W<sub>a</sub>=0</b>
<b>V<sub>w</sub></b>	<b>Eau</b>	<b>W<sub>w</sub></b>
<b>V<sub>s</sub></b>	<b>Grains solides</b>	<b>W<sub>s</sub></b>

V<sub>a</sub> : volume de l'air.

V<sub>w</sub> : volume de l'eau.

V<sub>s</sub> : volume des grains solides.    V<sub>v</sub> = V<sub>a</sub> + V<sub>w</sub> : volume des vides.

V = V<sub>v</sub> + V<sub>s</sub> : volume total du sol

W<sub>w</sub> : poids de l'eau

W<sub>s</sub> : poids des grains solides

W = W<sub>w</sub> + W<sub>s</sub> : poids total

## 2-2 Les poids volumiques

- Le poids volumique (spécifique) total ou humide :

$$\gamma = \frac{W}{V}$$

- Le poids volumique des grains solides :

$$\gamma_s = \frac{W_s}{V_s}$$

- Le poids volumique du sol sec :

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V}$$

- Le poids volumique de l'eau :

$$\gamma_w = \frac{W_w}{V_w} = 10 \text{ kN} / \text{m}^3 = 1 \text{ t} / \text{m}^3$$

- Poids volumique du sol saturé

$$\gamma_{sat} = \frac{W}{V}$$

- Poids volumique déjaugé

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$$

- La gravité spécifique :

$$G_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_w}$$

### 2.3 Les paramètres d'état

Ils indiquent dans quelles proportions existent les différentes phases d'un sol.

On définit :

- La teneur en eau :

$$\omega\% = \frac{W_w}{W_s} \times 100$$

- L'indice des vides :

$$e = \frac{V_v}{V_s}$$

- Le degré de saturation :

$$S_r \% = \frac{V_w}{V_v} \times 100$$

- La porosité :

$$\eta = \frac{V_v}{V}$$

Tous ces paramètres ne sont pas indépendants. Ils sont reliés par des relations que l'on peut retrouver à l'aide du modèle élémentaire. Exemple de formules :

$$\gamma_d = \frac{\gamma}{1+\omega}$$

$$\gamma_d = \frac{\gamma_s}{1+e}$$

$$e = \frac{\gamma_s}{\gamma_d} - 1$$

$$S_r = \frac{\omega G_s}{e}$$

### **3. Identification des sols**

Pour caractériser un sol, il faut déterminer les paramètres de nature et les paramètres d'état.

Les paramètres de nature indiquent les caractéristiques intrinsèques du sol. Ils ne varient pas au cours du temps (poids volumique des grains solides, granularité, argilosité, limites d'Atterberg, teneur en matières organiques,...).

Les paramètres d'état sont fonction de l'état du sol et caractérisent le comportement du sol sous l'effet d'un chargement donné (teneur en eau, indice des vides, porosité, Equivalent de sable,...).

Nous regroupons dans ce paragraphe les essais géotechniques de laboratoire classiques qui permettent de caractériser un sol.

#### **3.1 La masse volumique des particules solides $\gamma_s$**

Sa détermination se fait à l'aide d'un pycnomètre. Une masse de sol sec  $m_s$  est introduite dans un pycnomètre contenant de l'eau distillée. Après avoir éliminé toutes les bulles d'air, on mesure le volume d'eau déplacé par les grains solides  $V_s$ .

**N.B :** Pour les sols (à part les sols organiques) :  $26 \text{ kN/m}^3 \leq \gamma_s \leq 28 \text{ kN/m}^3$

#### **3.2 Les essais granulométriques**

Ils permettent d'obtenir la répartition en pourcentage des grains solides selon leurs dimensions. Deux types d'essais sont envisageables selon le sol à tester :

- Par tamisage (par voie humide ou sèche) pour les éléments de diamètre  $\varnothing \geq 80\mu\text{m}$ .
- Par sédimentométrie pour les éléments de diamètre  $\varnothing < 80\mu\text{m}$ .

Les résultats sont traduits sous forme d'une courbe granulométrique, tracée dans des axes semi-logarithmiques, à partir de laquelle on peut déterminer :

- Le coefficient d'uniformité de Hazen :

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}}$$

- Le coefficient de courbure :

$$C_c = \frac{d_{30}^2}{d_{10} \times d_{60}}$$

**N.B** :  $d_i$  : diamètre correspondant à  $i\%$  de pourcentage de tamisat cumulé.

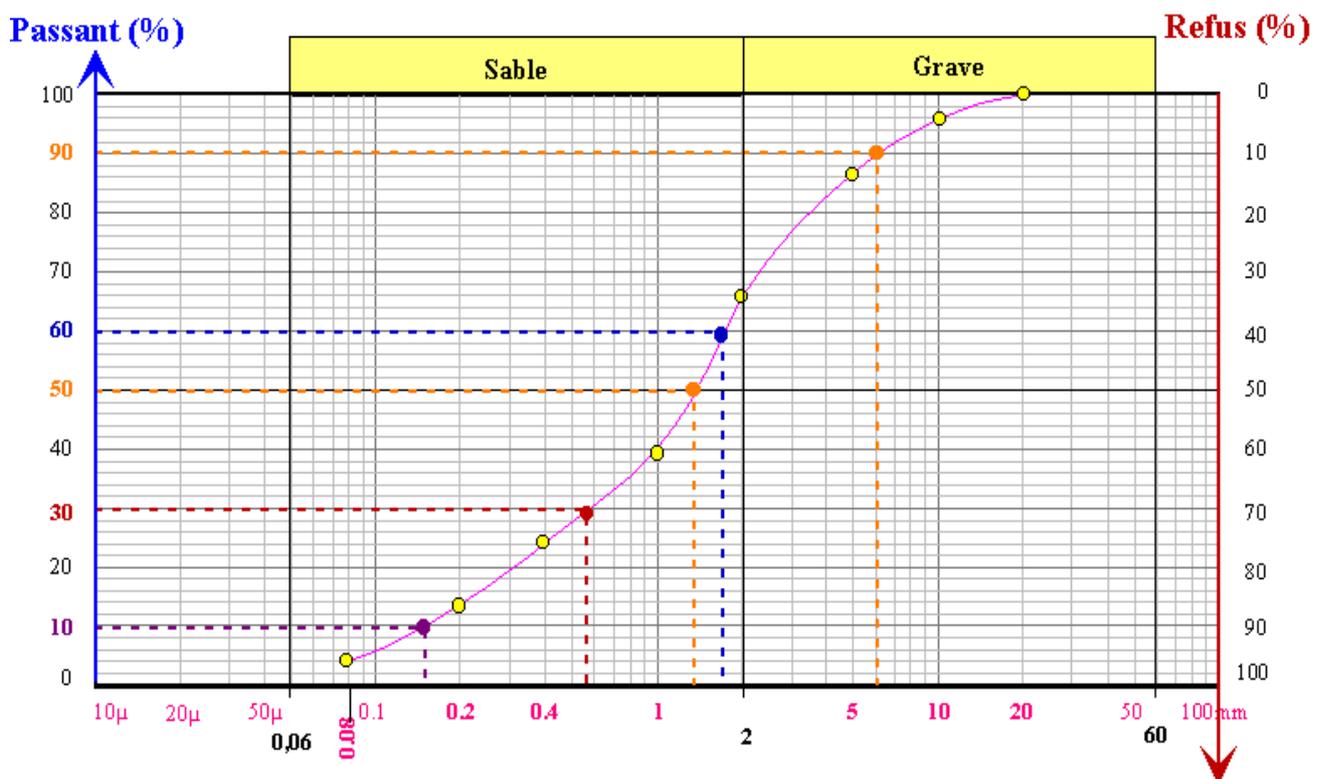


Fig 1.1 : Exemple de détermination des  $d_i$  :

- $d_{10} = 0.17$
- $d_{30} = 0.58$
- $d_{60} = 1.80$

### 3.3 Essais sur sols pulvérulents

Le comportement de ces sols dépend des paramètres qui caractérisent le squelette solide, à savoir les dimensions des grains et l'indice des vides. Les essais les plus courants sont :

- a) **Equivalent de sable (ES%)** : Permet de caractériser la propreté des sables et le type de sol analysé.

**Tableau 1.1 : Caractérisation des sols à partir de la valeur de E.S**

ES	Type de sol
0	Argile pure
20	Sol plastique
40	Sol non plastique
100	Sable pur et propre

- b) **Densité relative (ou indice de densité)** : Permet de caractériser la compacité d'un sol grénu et son aptitude à supporter des charges.

$$I_D = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}} \quad (1.1)$$

Avec :

- e : indice des vides du sol en place.
- $e_{\max}$  : indice des vides du sol à l'état le plus lâche.
- $e_{\min}$  : indice des vides du sol à l'état le plus dense.

**Tableau 1.2 : Compacité d'un sol en fonction de l'indice de densité**

$I_D$	Compacité du sol
0	Tres lâche
<0.5	lâche
0.5	moyennement dense
>0.5	très compact
1	très bien compact

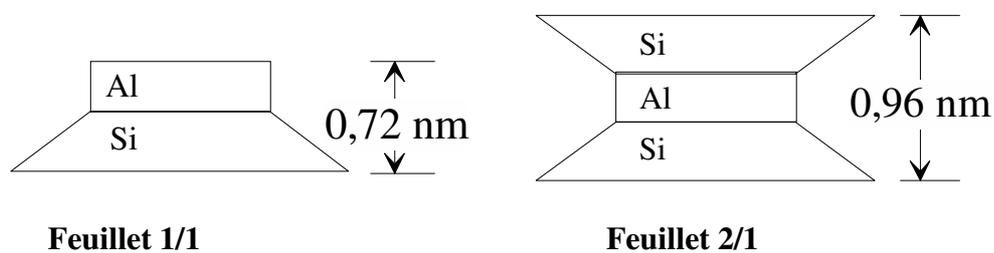
### 3.4 Essais sur les sols fins

Le comportement de ces sols dépend :

- de la **composition minéralogique** (types de minéraux argileux)

Les argiles sont composées d'alumino-silicates hydratés. Les grains solides ont une forme de plaquette. Ils sont formés par un empilement de feuillets (composés d'une superposition de couches octaédriques et tétraédriques constituées par un maillage d'ions Si, O, OH, Al et Mg) :

- les feuillets 1/1 sont formés d'une couche tétraédrique et d'une couche octaédrique (kaolinite),
- les feuillets 2/1 sont formés d'une couche octaédrique entourée de deux couches tétraédriques (illite, smectite).



Le tableau 1.3 présente les familles d'argile et leurs caractéristiques.

**Tableau 1.3 Familles d'argile et leurs caractéristiques**

Noms	Feuillets élémentaires	Nombre de feuillets par particule	Dimension d'une particule l x e (µm x µm)	Surface spécifique (m <sup>2</sup> /g)
Kaolinite		100 – 150	1 x 0,1	20 - 70
Illite		10	0,3 x 0,01	10 - 40
Montmorillonite		1	0,1 x 0,01	100

- de la **structure**

dispersée : contact face-face entre les particules

floculée : contact bord-face entre les particules

- de la **teneur en eau**  $\omega\%$ .

Elle est obtenue par passage a l'étuve a 105°C d'une quantité de sol. C'est le rapport de la masse d'eau évaporée a la masse du sol sec (grains solides).

a) Les limites d'Atterberg

Suivant la consistance d'un sol remanié, qui est fonction de sa teneur en eau, on distingue 4 états schématisés comme suit :

ETAT	Solide		plastique	liquide
	Sans retrait	Avec retrait		
$\omega$	$\omega_s$	$\omega_l$	$\omega_p$	
Limite de	retrait	plasticité	liquidité	

$\omega_s$ ,  $\omega_l$  et  $\omega_p$  sont les limites d'Atterberg déterminées en laboratoire sur la fraction du sol passant au tamis 0.40mm (méthode de la coupelle de Casagrande et du rouleau et appareil de retrait).

A partir de ces limites, on peut déterminer :

- L'indice de plasticité «  $I_p$  »

$$I_p = \omega_L - \omega_P \quad (1.2)$$

**Tableau 1.4 : Type de sol en fonction de  $I_p$**

Indice de plasticité (%)	Type de sol
< 1%	Pulvérulent
1% < $I_p$ < 7%	Sable argileux
7% < $I_p$ < 17%	Argile sableuse
$I_p$ > 17%	Argile

- **L'indice de consistance:** «  $I_c$  »

$$I_c = \frac{\omega_L - \omega}{I_P} \quad (1.3)$$

**Tableau 1.5 : Etat de consistance du sol en fonction de  $I_c$**

Indice de consistance	consistance du sol
$I_c \leq 0$	Liquide
$0 < I_c < 1$	Plastique
$I_c = 1$	Solide plastique
$I_c > 1$	Solide ou semi solide.

- **L'indice de liquidité** «  $I_L$  »

$$I_L = \frac{\omega - \omega_P}{I_P} \quad (1.4)$$

**Tableau 1.6 : Etat de consistance du sol en fonction de «  $I_L$  »**

Indice de liquidité	Consistance du sol
$I_L < 0$	Très dure
$0 < I_L \leq 1$	Dure à très plastique
$I_L > 1$	Fluide

**b) Valeur du bleu de méthylène :** «  $VBS$  »

Elle représente la quantité de bleu pouvant être adsorbée sur les surfaces internes et externes des particules du sol. La valeur VBS s'exprime en masse de bleu pour 100g de sol.

**Tableau 1.7 : Type de sol en fonction de la valeur «VBS »**

VBS	Type de sol
0,1	Sol insensible à l'eau
0,2	Seuil au-dessus duquel le sol est sensible à l'eau.
1,5	Seuil distinguant les sols sablo- limoneux des sols sablo- argileux.
2,5	Seuil distinguant les sols limoneux peu plastiques de sols limoneux moyennement plastiques
6	Seuil distinguant les sols limoneux et les sols argileux
8	Seuil distinguant les sols argileux des sols très argileux.

b) Teneur en carbonate : % de  $CaCO_3$

L'essai est réalisé au calcimètre Dietrich-Fruhling afin de déterminer la teneur pondérale en carbonates d'un sol qui est le rapport entre la masse de carbonate contenue dans le sol à sa masse sèche totale. La détermination se fait par décomposition du carbonate de calcium  $CaCO_3$  contenu dans le sol par l'acide chlorhydrique.

**Tableau 1.8 : Type de sol en fonction du % en  $CaCO_3$**

Teneur en Carbonate en %	Type de sol
0 - 10	Non marneux
10 - 30	Faiblement marneux
30 - 70	Marneux
70 - 90	Calco - marneux
90 - 100	Calcaireux – crayeux

c) La teneur en matières organiques : « MO »

C'est le quotient de la masse de matières organiques contenues dans un échantillon de sol par la masse totale des particules solides minérales et organiques. Sa détermination se fait par calcination.

**Tableau 1.9 : Type de sol en fonction du % en MO**

Teneur en matières organiques (MO%)	Type de sol
MO < 3	Non organique
3 < MO < 10	Faiblement organique
3 < MO < 30	Moyennement organique
MO > 0	Très organique

#### 4 - Classification des sols

Elle consiste à regrouper les sols qui ont une nature, un état et un comportement similaires par rapport à une application géotechnique particulière (routes, fondations, etc..)

En première approximation, on peut adopter, lorsque les dimensions des grains sont peu différentes, la classification suivante selon le diamètre moyen des grains



#### 4.1 Classification des sols non organiques ( MO < 3%)

On distingue :

- Les sols grénus (plus de 50% des éléments solides ont un  $\varnothing > 80\mu\text{m}$ )
- Les sols fins (plus de 50% des éléments solides ont un  $\varnothing > 80\mu\text{m}$ ).

##### a) Les sols grénus

On adopte la classification des laboratoires des ponts et chaussées (LPC).

(tableau 1.10 et figure 1.10 : diagramme de plasticite pour les éléments fins ).

##### b) Les sols fins :

Utiliser le diagramme de Casagrande (Figure 1.2).

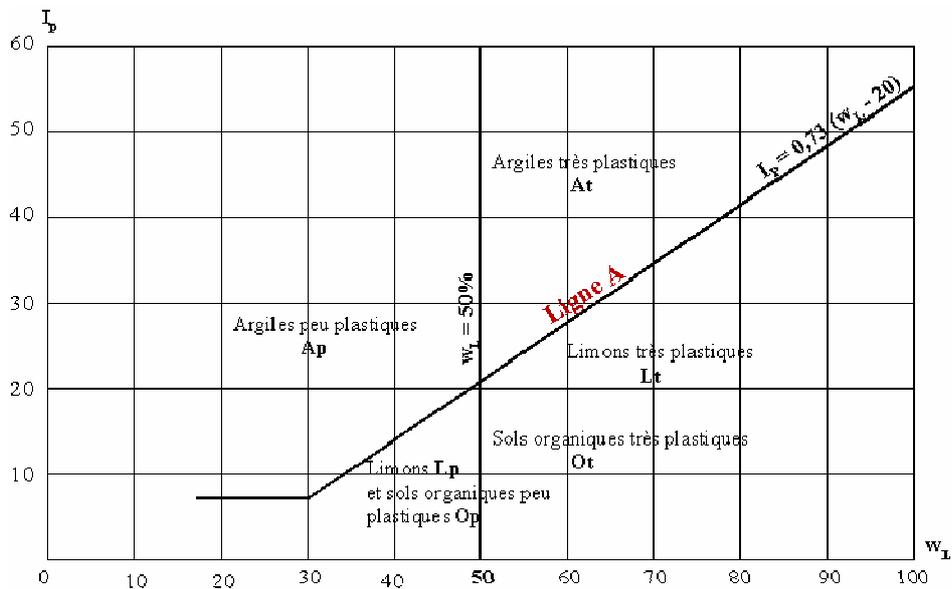
## **4.2 Classification des sols organiques (MO>3%)**

Les caractéristiques utilisées pour la classification de ces sont :

- La teneur en matières organiques : % MO
  - sol « fo » pour  $3\% < MO < 10\%$
  - Sol « mo » pour  $10\% < MO < 30\%$
  - Sol « to » pour  $MO > 30\%$
  
- Les limites d'Atterberg pour le sols « fo » (utiliser le diagramme de Casagrande en rajoutant le terme « fo »).
- Les résultats du test d'humification Von Post pour les sols « mo » et « to ». On obtient 10 classes de sols organiques de  $H_1$  à  $H_{10}$  .

**Tableau 1.10 Classification des sols grenus  
(plus de 50% des éléments > 80µm)**

Définitions		Symboles L.P.C.	Conditions	Appellations
<b>Graves</b>	Plus de 50% des éléments > 80µm ont un diamètre > 2mm	Moins de 5% d'éléments < 80µm	$C_U = \frac{D_{60}}{D_{10}} < 4$ et $1 < C_C = \frac{(D_{30})^2}{D_{10} \cdot D_{60}} < 3$	Grave propre bien graduée
			Une des conditions de Gb non satisfaite	Grave propre mal graduée
	Plus de 12% d'éléments < 80µm	GL	Limites d'Atterberg au-dessous de A	Grave limoneuse
		GA	Limites d'Atterberg au-dessus de A	Grave argileuse
<b>Sables</b>	Plus de 50% des éléments > 80µm ont un diamètre > 2mm	Moins de 5% d'éléments < 80µm	$C_U = \frac{D_{60}}{D_{10}} > 6$ Et $1 < C_C = \frac{(D_{30})^2}{D_{10} \cdot D_{60}} < 3$	Sable propre bien gradué
			Une des conditions de Sb non satisfaite	Sable propre mal gradué
	Plus de 12% d'éléments < 80µm	SL	Limites d'Atterberg au-dessous de A	Sable limoneux
Si 5% d'éléments < 80µm < 12%, on utilise un double symbole				



**Figure 1.2. Classification des sols fins  
Diagramme de plasticité**

## QUESTIONS A DEBATTRE

- 1) Quelle est la différence entre la masse volumique et le poids volumique d'un sol? Citer la relation qui unit ces deux caractéristiques ?
- 2) Etant donné qu'il n'y a pas d'essai qui mesure le degré de saturation d'un sol, de quelle façon peut-on le quantifier ?
- 3) Sur quels types de sols les essais de limites d'Atterberg sont effectués ?
- 4) En plus de l'appareil de Casagrande, on parle aussi du pénétromètre à cône : à quoi ça sert?
- 5) Peut-on réaliser l'essai de bleu sur un sable ?

### Exercice 1

Montrer les égalités suivantes :

$$1) \gamma_d = \frac{\gamma}{1+\omega} = \frac{\gamma_s}{1+e}$$

$$2) \gamma = \frac{1+\omega}{1+e} \gamma_s$$

$$3) S_r = \frac{\omega G_s}{e}$$

### Exercice 2

Des essais réalisés sur un échantillon de sol remanié ayant une teneur en eau à l'état naturel de 21.5%, ont donné les résultats suivants :

- Analyse granulométrique ( par voie humide et sédimentométrie)

Tamis(mm)	2,5	1,25	0,63	0,315	0,160	0,080	0,050	0,020	0,005	0,002
T(%)	100	99.90	99.80	99.30	98.90	98.60	85.30	65.30	43.50	31.00

- Limites d'Atterberg :

Limite de liquidité = 31.00 %      et      Limité de plasticité = 24.80 %.

- 1) Tracer la courbe granulométrique de ce sol en utilisant la fiche jointe en annexe.

Calculer les coefficients d'uniformité et de courbure. Commenter.

- 2) Déterminer les indices de plasticité, de liquidité et consistance. Commenter
- 3) Classer ce sol d'après la classification LPC.

### Exercice3

Les échantillons provenant d'un sondage carotté dans la région de la Soukra, nous ont fournis les résultats suivants :

$$\gamma = 19.1 \text{ kN/m}^3 ; \omega = 33.56\% ; \gamma_s = 26.8 \text{ kN/m}^3 ; \omega_L = 42.2\% \quad \omega_p = 18.3\%$$

- 1) Déterminer le poids volumique sec, l'indice des vides et le degré de saturation du sol.
- 2) Calculer les indices : de plasticité, de liquidité et de consistance. En déduire l'état de consistance du sol.
- 3) Classer ce sol d'après la classification LPC.

### Exercice4

On a effectué sur 4 échantillons de sols différents les essais d'identification dont les résultats sont :

Sol	Tamisat 2mm (%)	Tamisat 0,08mm(%)	D <sub>10</sub> (mm)	D <sub>30</sub> (mm)	D <sub>60</sub> (mm)	W <sub>I</sub> (%)	W <sub>P</sub> (%)
1	93	14	0,06	0,16	0,35	45	65
2	70	50	-	-	-	38	25
3	56	3	0,2	0,75	2,4	-	-
4	100	90	-	-	-	32	12

Appliquer à ces sols la classifications LPC.

### Exercice5

Un échantillon de sol a un indice des vides égal à 0,6 et une teneur en eau de 15%.

Sachant que la gravité spécifique vaut 2,7 ; déterminer :

- 1) Le poids volumique sec
- 2) Le poids volumique total
- 3) La teneur en eau et son poids volumique à l'état saturé.

### Exercice 6

Un échantillon d'argile saturée pesait 35.4g à l'état naturel et 24.2g après séchage à l'étuve. Si le poids volumique des grains solides vaut 26,2 kN/m<sup>3</sup> ; déterminer la teneur en eau, l'indice des vides, la porosité, le poids volumique total, le poids volumique sec et le poids volumique déjaugé.

## ELEMENTS DE CORRECTION

### Exercice3

$$1) \quad \gamma_d = \frac{\gamma}{1+\omega} = \frac{19.1}{1.3356} = 14.30 \text{ KN/m}^3$$

$$\gamma_d = \frac{\gamma_s}{1+e}$$

$$e = \frac{\gamma_s}{\gamma_d} - 1 = 0.87$$

$$Sr = \frac{\omega G_s}{e} = \frac{0.3356 \times 2.368}{0.87} = 1.0$$

$$2) \quad I_p = \omega_L - \omega_P = 42.2 - 18.3 = 23.9$$

$$I_c = \frac{\omega_L - \omega}{I_p} = 0.36 \quad I_L = \frac{\omega - \omega_P}{I_p} = 0.64$$

3) Il s'agit d'un sol argileux de consistance plastique

4) d'après la classification LPC : le sol est une argile peu plastique

## CHAPITRE 2

### HYDRAULIQUE DES SOLS

#### 1- Ecoulement linéaire

##### 1-1 Hypothèses

- Le sol sujet d'un écoulement est supposé saturé ( $S_r=1$ )
- Le régime d'écoulement est permanent et laminaire.

##### 1-2 Mouvement de l'eau

Une molécule suit un trajet appelé « ligne de courant », son vecteur vitesse est tangent à cette ligne. Les lignes de courant s'appuyant sur le contour fermé d'une surface « S » forment un tube de courant. Le débit « Q » en  $m^3/s$ , pour une vitesse « V » constante est :

$$Q=VxS \quad (2.1)$$

Pour effectuer des calculs, on est ramené à définir des lignes de courants fictives et des vitesses apparentes « v »

##### 1-3 Charge et pression hydraulique

Par sa position, la pression qu'elle subit et la vitesse à la quelle elle s'écoule, l'eau en un point donné du sol porte une quantité d'énergie « h » en mètres d'eau (charge hydraulique), donnée par l'équation de Bernoulli :

$$h=\frac{v^2}{2g}+\frac{u}{\gamma\omega}+z \quad (2.2)$$

v : Vitesse de l'eau.

g : Accélération de la pesanteur.

u : Pression de l'eau

z : Cote du point considéré par rapport à une surface de référence, peut être négatif ou positif

Pour les sols, « v » est très faible, on aura alors :

$$h=\frac{u}{\gamma\omega}+z \quad (2.3)$$

*La charge hydraulique est mesurée en un point donné par l'altitude du niveau atteint par l'eau dans un tube piézométrique placé au point considéré par rapport au plan de référence.*

#### **1-4 Perte de Charge**

Entre deux points A et B,  $\Delta h$  représente la variation de la charge hydraulique subie par l'eau lors de son mouvement de A vers B. C'est une perte d'énergie (perte de charge).

$$\Delta h = h_A - h_B \quad (2.4)$$

#### **1-5 Gradient hydraulique**

C'est la perte de charge par unité de longueur en un point donné.

$$i = \frac{\Delta h}{dl} \quad (2.5)$$

Le gradient hydraulique critique ( $i_c$ ), est celui qui va provoquer un état de boullance appelé phénomène de renard.

$$i_c = \frac{\Delta h_c}{L} = \frac{G_s - 1}{1 + e} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \quad (2.6)$$

#### **1-6 Loi de Darcy**

Pour un sol donné, la vitesse « v » reste proportionnelle au gradient hydraulique « i » selon la loi de DARCY :

$$v = k \cdot i \quad (2.7)$$

k : étant le coefficient de perméabilité du sol qui varie en fonction de la nature du sol et qui peut être déterminé soit à partir des essais de laboratoire ou à partir d'essais en place.

## 2- Ecoulement plan

Pour résoudre un problème d'écoulement plan dans un sol saturé, il faut connaître en tout point du sol la charge hydraulique. En se basant sur le principe de continuité du débit et en supposant le sol homogène et isotrope vis-à-vis de la perméabilité  $K$ , on obtient l'équation de conservation du débit :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (2.8)$$

Qui peut s'écrire sous la forme  $\Delta h = 0$  : Equation de Laplace

Cette équation admet une solution lorsque les conditions limites et initiales sont définies pour l'écoulement. L'intégration de cette équation nous donne deux familles de courbes orthogonales. Par construction de ces courbes, on obtient un réseau d'écoulement orthogonal constitué de lignes équipotentielles  $\phi$  (même charge hydraulique sur une même ligne) et des lignes de courant  $\psi$  (tangentes au gradient hydraulique). La connaissance de ce réseau nous fournit en tout point la vitesse de l'eau «  $v$  », la charge hydraulique «  $h$  », la pression interstitielle «  $u$  », et le débit «  $q$  ». La résolution de l'équation (2.8) peut se faire soit par la méthode graphique, soit par la méthode analytique par traitement numérique ou bien par la méthode par analogie électrique.

**Résolution graphique** : on se propose d'étudier l'exemple suivant

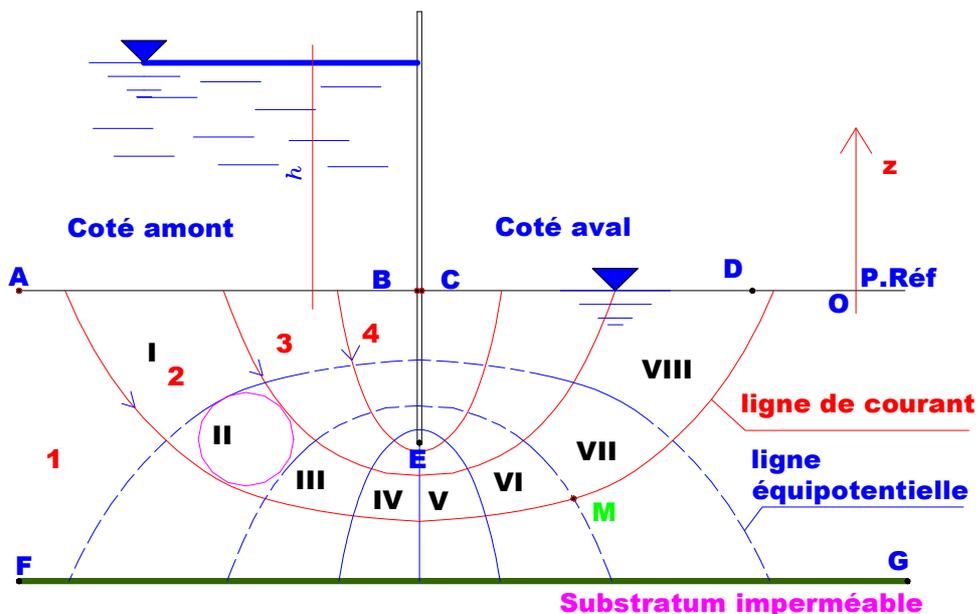


Fig 2.1 - Réseau d'écoulement horizontal

### Conditions aux limites

- BEC: ligne d'écoulement.
- FG : ligne de courant
- AB : ligne equipotentielle  $h_A=h_B=h$
- CD : ligne équipotentielle  $h_C=h_D=0$

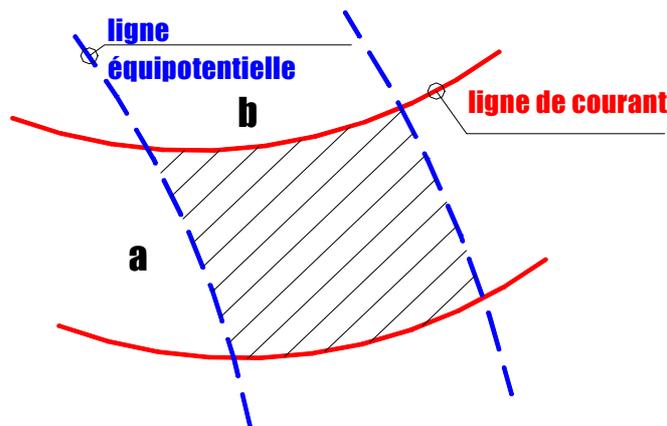
Pour tracer le réseau d'écoulement, certaines conditions doivent être satisfaites :

- lignes de courant orthogonales aux lignes équipotentiels.
- les quadrilatères curvilignes doivent être semblables.
- les conditions aux limites satisfaites.
- même débit et même débit et même perte de charge entre deux lignes de courant.

### Calcul du débit

Le débit traversant un quadrilatère est donné par :

$$\Delta q = K \cdot \Delta h \cdot \frac{a}{b} \quad (2.9)$$



C'est le débit traversant un canal « i »

$$q_i = \Delta q = K \cdot \Delta h \cdot \frac{a}{b} \quad (2.10)$$

$\Delta h$  étant la perte de charge élémentaire.

Si on appelle :

**nh** : nombre d'intervalles entre les lignes équipotentiels

**nc** : nombre de tubes d'écoulement (de canaux)

on aura le débit total :

$$q = n_c q_i = n_c K \Delta h \frac{a}{b}$$

si la perte de charges totale entre la 1ère et la dernière ligne équipotentielle est :

$$\Delta H = nh \cdot \Delta h$$

le débit total de fuites du coté amont vers le coté aval est donné par la relation :

$$Q = K \Delta \frac{n_c}{n_h} \cdot \frac{a}{b} \quad (2.11)$$

Dans le cas d'un réseau à mailles carrées ( $a/b = 1$ )

Dans le cas de l'exemple de la figure 2.1, on a :

$$nh = 8 ; nc = 4 \text{ et } \Delta H = h_A - h_D = h ;$$

le débit total de fuite est :

$$Q = \frac{1}{2} K h$$

Calcul des charges hydrauliques et des pressions :

Pour le point « M » représenté sur l'exemple de la fig 2.1

$$h_M = h_A - 6 \Delta h \quad ; \quad h_M = h_A - 6 \frac{h}{8} = \frac{2}{8} h$$

et  $u_M = \gamma_w \cdot h_{\omega M}$  sachant que  $h_{\omega M}$  : hauteur piézométrique

$$u_M = \gamma_w \cdot \left( h_M - z_M \right) \quad z_M : \text{mesurée à partir du plan de référence } (z_M < 0)$$

$$u_M = \gamma_w \cdot \left( \frac{2}{8} h - z_M \right)$$

Calcul de la force d'écoulement :

La force de l'écoulement est égale à  $\gamma_w i$ . Elle est tangente à la ligne de courant.

## QUESTIONS A DEBATTRE

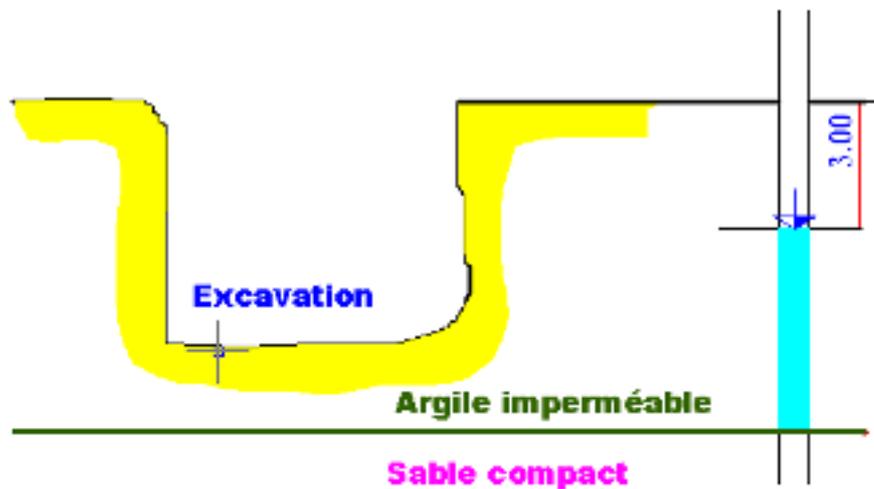
- 1- Pourquoi néglige-t-on la charge de vitesse en géotechnique ?
- 2- A quoi sert le gradient hydraulique critique ? Quels sont les facteurs qui l'influencent ?
- 3- Dans un écoulement plan, où la vitesse de l'eau est-elle la plus rapide ? Où le phénomène peut-t-il se produire ?
- 4- Comment peut-on diminuer le risque d'apparition du phénomène de renard ?

### EXERCICE1

Calculer le gradient hydraulique critique 'un sable dont la porosité est de 40% et dont la gravité spécifique est de 2.12.

### EXERCICE2

On doit effectuer une excavation dans un dépôt d'argile imperméable ayant une épaisseur de 10m et reposant sur une couche de sable compact.



Sachant que la nappe phréatique se situe à 3m sous la surface du sol, déterminer la profondeur maximale de l'excavation juste avant l'apparition du renard dans la couche d'argile.

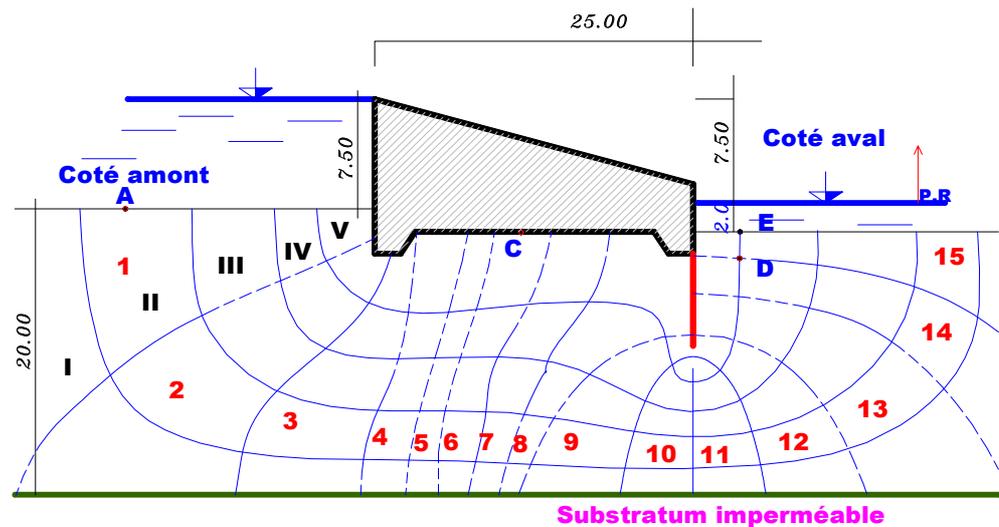
La masse volumique de l'argile saturée est de 18.20 kN/m<sup>3</sup>, tandis que celle du sable est de 21.5 kN/m<sup>3</sup>.

### EXERCICE3

Un barrage doit être fondé sur une couche d'alluvions perméables limitée à 20 m de profondeur par un substratum horizontal imperméable. La largeur de ce barrage est de 25m.

La différence du niveau d'eau entre l'amont et l'aval est de 7.50m.

Le réseau d'écoulement à mailles carrées est tracé sur la figure suivante :



1) Calculer la pression interstitielle au point C du contact barrage alluvions situé à mi-distance du parement amont et du pied aval du barrage.

2) Evaluer le gradient hydraulique de sortie au contact du pied aval du barrage entre les points D et E (DE=2m).

En déduire le coefficient de sécurité vis-à-vis du phénomène de renard

$$F_s = \frac{i_{cr}}{i} ; (i_{cr} : \text{gradient hydraulique critique})$$

3) Calculer le débit traversant le sol

## ELEMENTS DE CORRECTION

### Exercice1

$$i_c = \frac{G s - 1}{1 + e} = 1.07$$

### Exercice2

Profondeur maximale d'excavation = 6.15m

### Exercice4

1) Pression interstitielle au point C :

On sait que, pour le point C , la charge hydraulique est :

$$h_c = \frac{u_c}{\gamma_w} + z_c$$

$$z_c = -2m ;$$

d'après le réseau d'écoulement

$$h_c = h_A - 5.75 \Delta h$$

$$\text{Avec } h_A = 7.5 m \text{ et } \Delta h = \frac{\Delta H}{n_h} ; \Delta h = 7.5 m \text{ et } n_h = 15$$

On aura :  $h_c = 4.62 m$  , et

$$u_c = (4.62 - (-2)). 10 = 66.2 kN / m^2$$

2) Gradient hydraulique de sortie

$$i = \frac{\Delta h}{DE} = \frac{\Delta H}{n_h DE} = 0.25$$

$$i_{cr} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \text{ D'ou. } F_s = \frac{\gamma'}{0.25 \gamma_w} = 4.4$$

La sécurité au phénomène de renard est assurée.

3) Débit traversant le sol

$$Q = k \cdot \Delta h \cdot \frac{n_c}{n_h} \text{ Avec, } n_h = 15 \quad n_c = 5 \text{ et } k = 4 \cdot 10^{-5} m / s$$

$$Q = 10^{-4} m^3 / s$$

# CHAPITRE 3

## CONTRAINTES DANS LES SOLS

### 1- Notions de contraintes

Soit un solide à la surface duquel s'exercent des forces.

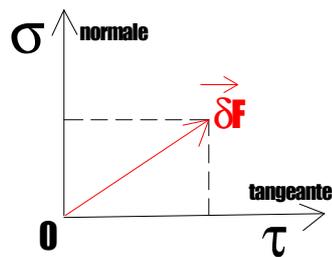
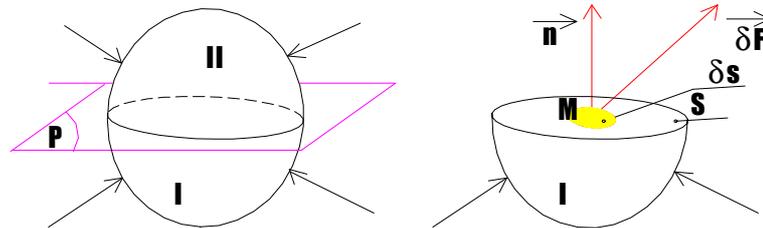


fig 3.1

En coupant ce solide par un plan fictif (P), l'élément de surface «  $\delta s$  », autour du point « M » sur la surface « S », est soumis à une force  $\vec{\delta F}$  (fig 3.1).

la contrainte au point « M » est le vecteur  $\vec{f} = \frac{\vec{\delta F}}{\delta s}$

Cette contrainte se décompose en une contrainte normale  $\sigma$  et une contrainte tangentielle  $\tau$

En mécanique des sols, pour déterminer l'état de contraintes autour d'un point « M » dans le sol, il suffit de connaître les composantes des forces s'exerçant sur les faces d'un parallépipède centré autour du point « M » et dont les arêtes sont parallèles aux axes  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ .

L'état de contraintes au point M est défini par une matrice symétrique appelée tenseur de contraintes :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Parmi les facettes autour du point M, il existe 3 plans privilégiés pour les quels la contrainte tangentielle est nulle ( $\tau = 0$ ). Ces 3 plans sont appelés **plans principaux**,

Leurs directions normales, **directions principales** et les contraintes correspondantes, **contraintes principales**, notées

$\sigma_1$  : **Contrainte principale majeure.**

$\sigma_2$  : **Contrainte principale intermédiaire.**

$\sigma_3$  : **Contrainte principale mineure.**

Avec :  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

## 2- Cercle de Mohr

Pour étudier l'état de contraintes autour d'un point, on utilise une représentation appelée diagramme de Mohr qui consiste à représenter le vecteur contrainte  $\vec{f}$  dans un système d'axes  $(\sigma, \tau)$ .

Dans le cas bidimensionnel, cas très fréquent en géotechnique, le cercle de Mohr est le lieu des extrémités des vecteurs contraintes et les contraintes principales se réduisent à deux.

### 2-1 Méthode analytique

Dans le système de repère (Ox, Oy) le tenseur de contraintes s'écrit :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

La condition de nullité du moment résultant :  $\tau_{ij} = \tau_{ji}$  càd  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$

Connaissant les contraintes sur les facettes de normales  $ox$  et  $oz$ , on peut déterminer les contraintes sur n'importe qu'elle autre facette inclinée d'un angle «  $\theta$  »

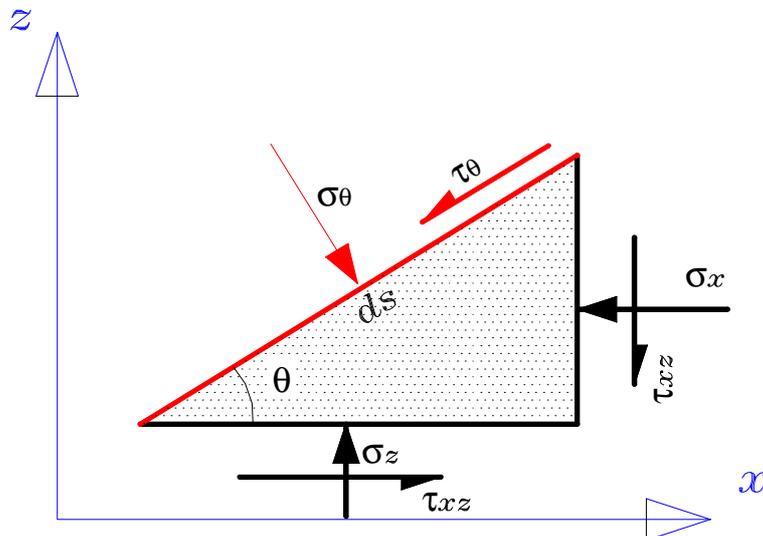


fig 3.2

Si l'on écrit la première condition d'équilibre ( somme des forces est nulle), on aura l'état de contrainte sur le plan incliné de «  $\theta$  »

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} + \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \cos 2\theta - \tau_{xz} \sin 2\theta \quad (3.1)$$

$$\tau_{\theta} = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \sin 2\theta + \tau_{xz} \cos 2\theta \quad (3.2)$$

Le lieu de contraintes dans le plan  $(\sigma, \tau)$  est défini par la relation :

$$\left( \sigma_{\theta} - \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \right)^2 + \tau_{\theta}^2 = \left( \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xz}^2 \quad (3.3)$$

C'est l'équation d'un cercle (cercle de Mohr):

- de centre de coordonnées  $((\sigma_x + \sigma_z)/2, 0)$

- de rayon  $R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}$

L'orientation des plans principaux est obtenue pour  $\tau_{\theta} = 0$ , soit :

$$\theta_1 = -\frac{1}{2} \arctg \frac{2\tau_{xz}}{\sigma_z - \sigma_x} \quad \text{et} \quad \theta_2 = \theta_1 + \pi/2 \quad (3.4)$$

Il existe donc deux plans principaux dont l'orientation est donnée par  $\theta_1$  et  $\theta_2$

Les contraintes principales majeure et mineure sont déterminées à partir de l'équation du cercle

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} \quad (3.5)$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} \quad (3.6)$$

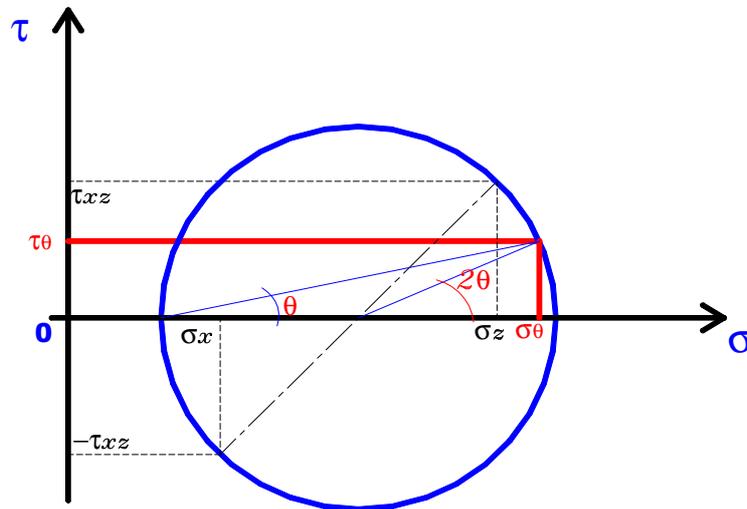


fig3.3 : Cercle de Mohr

A noter que, si les directions  $x$  et  $z$  sont principales ( $\sigma_x = \sigma_3$  ;  $\sigma_z = \sigma_1$  et  $\tau_{xz}=0$ ) on trouve :

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta \quad (3.7)$$

$$\tau_\theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta \quad (3.8)$$

## 2- 2 Méthode graphique

Il s'agit de déterminer l'état de contraintes sur le plan incliné d'un angle  $\theta$  et dont les valeurs des contraintes principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  sont connues (fig 3.4)

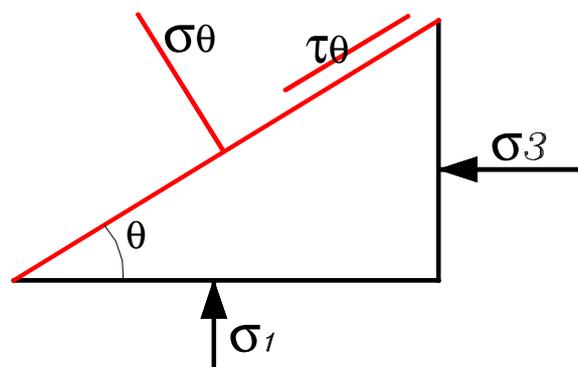


fig3.4

La démarche utilisée pour résoudre ce problème est la suivante :

- De  $\sigma_1$ , on trace une parallèle au plan de  $\sigma_1$
- De  $\sigma_3$ , on trace une parallèle au plan de  $\sigma_3$
- L'intersection des deux plans donne le pôle « P »
- Du pôle « P », on trace la parallèle à la facette sur laquelle on veut trouver l'état de contraintes ( $\sigma_\theta$  et  $\tau_\theta$ )
- L'intersection de cette droite avec le cercle donne  $\sigma_\theta$  et  $\tau_\theta$

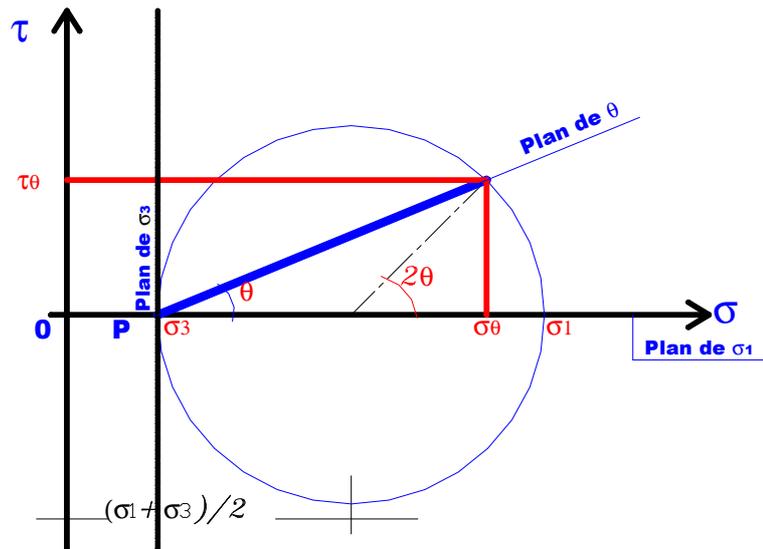


fig 3.5

On doit souligner enfin que, en mécanique des sols, on adopte la convention de signes suivante :

- $\sigma > 0$  en compression
- $\sigma < 0$  en traction

### **3- Contraintes dues au poids propre du sol**

Le poids du sol augmente avec la profondeur ; réparti sur une unité de surface horizontale à une profondeur donnée, il correspond à la pression ou contrainte due au poids propre.

Pour un sol de poids volumique  $\gamma$  (en  $\text{kN/m}^3$ ), et à une profondeur  $z$  (en m), la contrainte verticale est :

$$\sigma_v = \gamma \cdot z \quad (3.9)$$

#### **3-1 Cas d'un sol sec**

Le poids volumique intervenant dans le calcul de la contrainte est  $\gamma_d$ .

Dans le cas d'un sol stratifié en plusieurs couches de différents poids volumiques et différentes hauteurs :

$$\sigma_v = \sum \gamma_{d_i} \cdot h_i \quad (3.10)$$

### 3-2 Cas d'un sol saturé

Noyé dans l'eau interstitielle, l'élément de sol est allégé d'un poids équivalent au poids volumique de l'eau multiplié par son propre volume. Ainsi la contrainte totale sera ( $\sigma_v$ ) supportée par le squelette solide et l'eau.

D'après **la loi de Terzaghi** :

$$\sigma_v = \sigma'_v + u \quad \text{et} \quad \tau' = \tau \quad (3.11)$$

**u**: pression interstitielle,  $u = \gamma_w \cdot h_w$

$\sigma'_v$  : contrainte effective transmise au squelette solide.

**NB** : Le poids volumique intervenant dans le calcul de la contrainte totale est

$\gamma_{sat}$ .

$$- \sigma'_v = \sigma_v - u = \gamma' \cdot z \quad (\gamma' : \text{poids volumique déjaugé})$$

**Exemple** : Traçons les diagrammes de variation de  $\sigma_v$ ,  $\sigma'_v$  et  $u$  en fonction de la profondeur

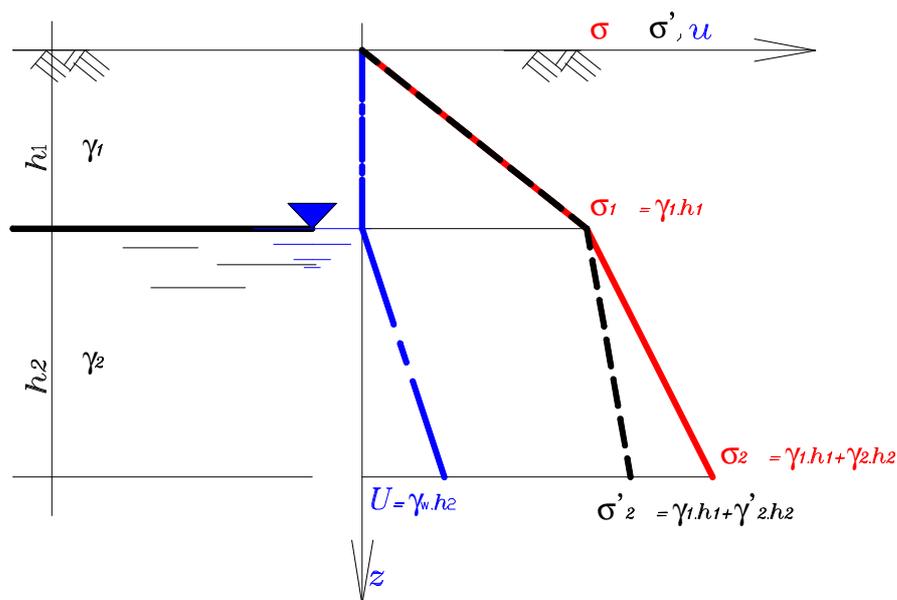


fig 3.6 Diagrammes de Variation des contraintes totales, effectives et interstitielles en fonction de la profondeur.

#### **4- Contraintes dues aux surcharges**

Les dépôts de sol sont normalement stables, à moins que des circonstances naturelles ou un chargement artificiel ne contribuent à y accroître les contraintes effectives et qu'un tassement s'en résulte. On sait qu'un abaissement de la nappe augmente la contrainte effective, mais divers types de surcharges induisent également des contraintes ( $\Delta\sigma$ ) dans le sol. Il s'agit :

- Des charges ponctuelles.
- Des charges uniformément réparties sur les surfaces rectangulaires et circulaires.
- Des charges en forme de remblai de longueur supposée infinie

#### **4-1 Cas d'une surcharge uniformément répartie sur toute la surface q**

Dans ce cas et **quelle que soit** la profondeur  $z$ , on a :

$$\Delta\sigma = q \quad (3.12)$$

#### **4-2 Cas d'une surcharge ponctuelle Q**

En considérant le sol comme milieu semi-infini élastique non pesant, la contrainte verticale due à la force ponctuelle  $Q$  est calculée d'après la formule de Boussinesq :

$$\Delta\sigma = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \quad (3.13)$$

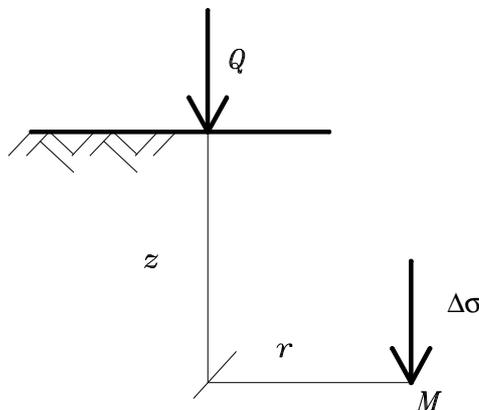


fig 3.7

Cette équation peut s'écrire sous une forme plus simple :

$$\Delta\sigma = I_z (Q/z^2). \quad (3.14)$$

où  $I_z$  est un facteur d'influence de contrainte verticale déterminé en fonction de  $r/z$  par des abaques.

#### 4-3 Cas d'une surcharge circulaire uniforme q

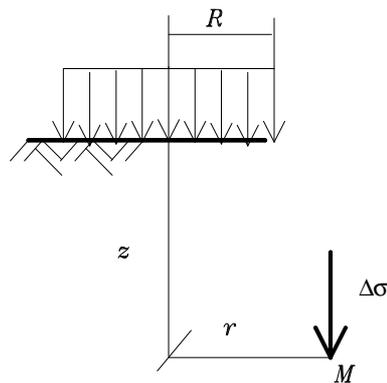


fig 3.8

3

$$\Delta\sigma = q \left( 1 - \frac{z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \right) \quad (3.15)$$

Ou bien :  $\Delta\sigma = I_z q$  ( $I_z$  : facteur d'influence fonction  $r/R$  et  $z/R$  ).

#### 4-4 Cas d'une surcharge rectangulaire uniforme q

Sous l'effet d'une charge rectangulaire de largeur « b » et de longueur « l », la contrainte induite  $\Delta\sigma$  sous l'un des coins de cette charge, est donnée par :

$$\Delta\sigma = I_z q \quad (3.16)$$

$I_z$  : facteur d'influence fonction de  $b/z$  et  $l/z$ . donn par le tableau 3.1.

**Tableau 3.1** valeurs de  $l_z$  pour une semelle rectangulaire  $b.l$

$l/z$	$b/z$	0.1	0.3	0.5	1	2	>3
0.1		0.01	0.01	0.02	0.03	0.03	0.03
0.3		0.01	0.04	0.06	0.08	0.09	0.09
0.5		0.02	0.06	0.08	0.12	0.13	0.14
0.7		0.02	0.07	0.10	0.14	0.17	0.17
1		0.03	0.08	0.12	0.18	0.20	0.20
1.2		0.03	0.09	0.13	0.18	0.21	0.22
1.4		0.03	0.09	0.13	0.19	0.22	0.22
1.6		0.03	0.09	0.13	0.20	0.22	0.23
2		0.03	0.09	0.13	0.20	0.24	0.25

La contrainte à la verticale d'un point quelconque s'obtient en construisant à partir du rectangle et du point, des rectangles ayant chacun un sommet au point considéré. La contrainte cherchée est la somme algébrique des contraintes produites par les rectangles.

**exemple :**

Pour calculer  $\Delta\sigma$  à la verticale du point A sous l'effet de la pression « q » de la semelle EHDC, on utilise la méthode de découpage

$$\Delta\sigma = [l_1 - (l_2 + l_3) + l_4]q$$

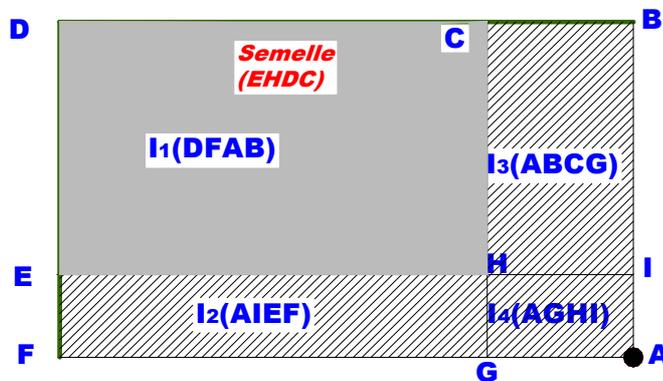


fig 3.9

#### 4-5 Cas d'un remblai semi-infini

Pour un remblai de hauteur  $H_r$  et de poids volumique  $\gamma_r$ , la contrainte verticale est :

$$\Delta\sigma = I_z q \quad (3.17)$$

Avec :  $q = \gamma_r \cdot H_r$

$I_z$  : facteur d'influence donné par le tableau 3.2 en fonction de  $a/z$  et  $b/z$ .

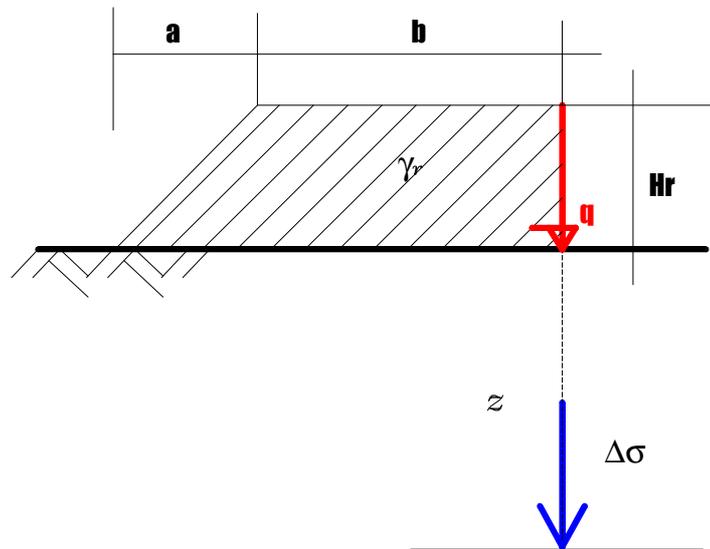


fig 3.10

**Tableau 3.2** valeurs de  $I_z$  pour un remblai semi-infini

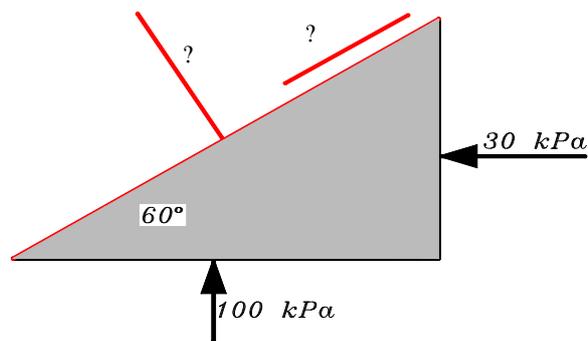
$b/z$	$a/z$	0.01	0.05	0.1	0.3	0.5	1
0.0		0.00	0.01	0.03	0.10	0.15	0.26
0.2		0.13	0.14	0.16	0.22	0.25	0.33
0.4		0.23	0.24	0.25	0.30	0.33	0.38
0.6		0.32	0.32	0.33	0.36	0.38	0.41
0.8		0.37	0.37	0.38	0.40	0.41	0.45
1.0		0.41	0.41	0.42	0.43	0.44	0.45
1.2		0.44	0.44	0.44	0.45	0.46	0.47
1.4		0.45	0.45	0.46	0.46	0.47	0.48
1.6		0.47	0.47	0.47	0.47	0.48	0.49
2.0		0.48	0.48	0.48	0.48	0.49	0.49
3.0		0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.50

## QUESTIONS A DEBATTRE

1. Pourquoi les contraintes verticales et horizontales sont-elles la plupart du temps associées aux contraintes principales ?
2. Que représente le cercle de Mohr ?
3. Pourquoi un sol tasse suite à un rabattement de la nappe ?
4. Une nouvelle fondation, peut-elle transmettre des charges à une fondation proche existante ?
5. Si une surcharge est appliquée à la surface d'un sol, comment peut on évaluer son influence à une profondeur donnée ?

### Exercice1

Déterminer analytiquement et graphiquement les contraintes qui se développent sur le plan incliné de  $60^\circ$ .

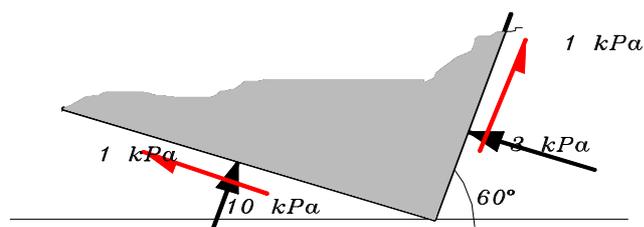


### Exercice2

On donne l'état de contraintes illustré sur la figure ci-dessous.

On demande de déterminer :

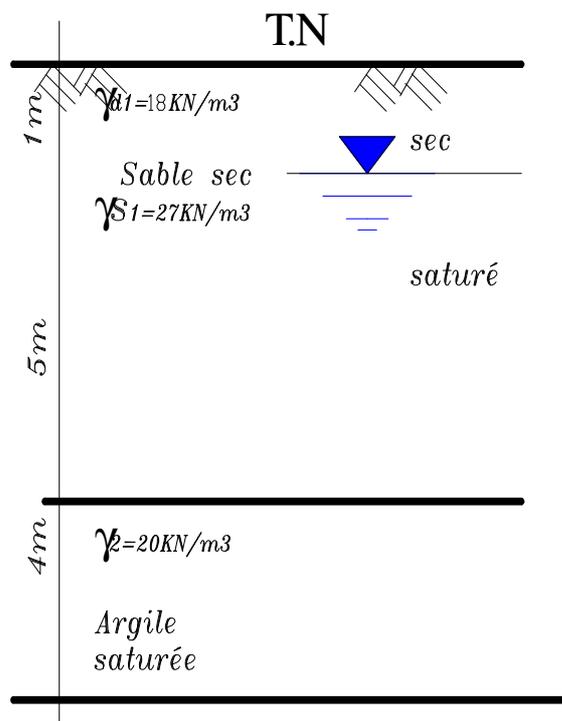
- 1) les contraintes principales et leurs directions
- 2) L'état de contraintes sur les plans horizontal et vertical
- 3) La contrainte de cisaillement maximale positive et le plan sur lequel elle est appliquée. En déduire l'angle entre ce plan et le plan de  $\sigma_3$  ( ou  $\sigma_1$  )



### Exercice3

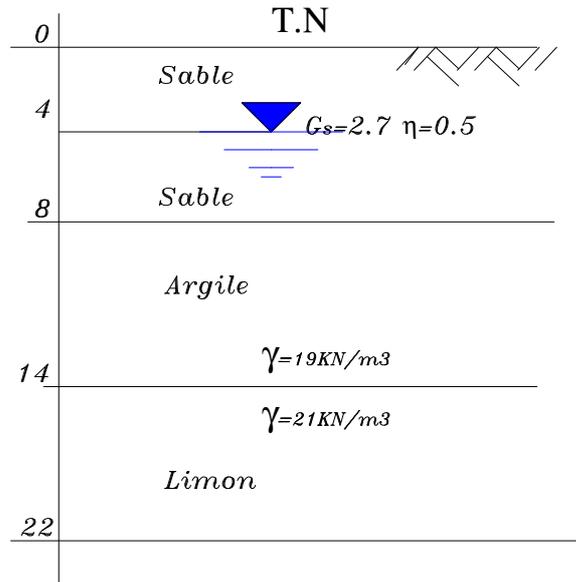
Tracer les diagrammes de variation des contraintes totales et effectives et des pressions interstitielles, en fonction de la profondeur pour les deux cas suivants :

- Le niveau de la nappe est à 1 m au-dessous du terrain naturel.
- On rabat la nappe jusqu'à une profondeur de 5 m à partir du terrain naturel. Entre 1 et 5 m, le sol à un degré de saturation de 50% que peut on conclure ?.

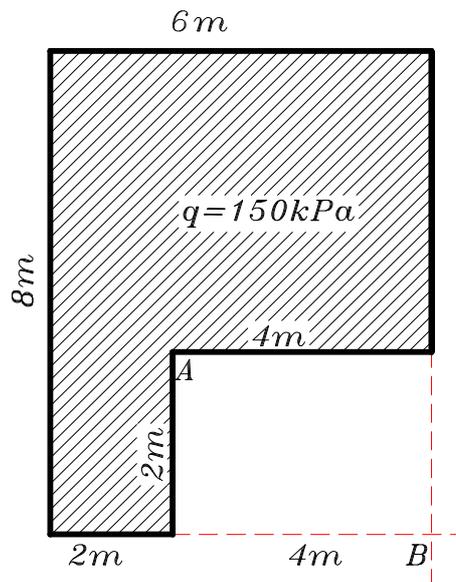


### Exercice4

On donne le profil d'un sol de fondation de 0 à 22m.



- 1) 1-Tracer les diagrammes de variation des contraintes totales, effectives et les pressions interstitielles de 0 à 22m.
- 2) 2-Calculer le supplément de contraintes dues au rabattement de la nappe à 6m du T.N.
- 3) 3) On construit à la surface du sol un bâtiment ayant la forme ci dessous. Déterminer les valeurs des contraintes dues à ce bâtiment, aux profondeurs 6m et 18m au dessous de la base de la fondation pour les verticales passant par A et B.



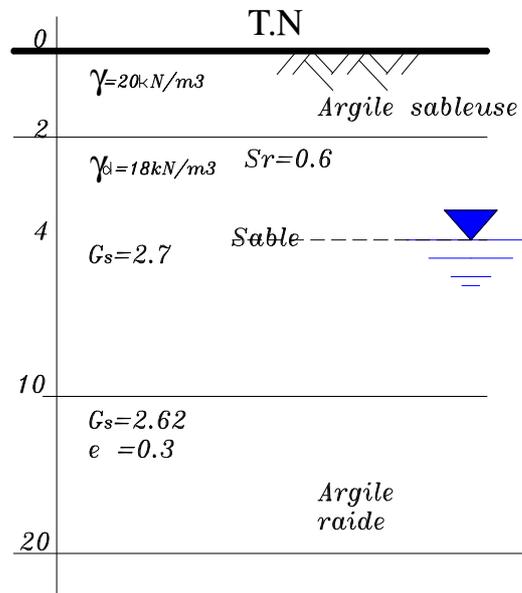
### Exercice 5

Une semelle carrée 4m x 4m porte une charge totale de 1520 kN. Déterminer l'accroissement de la contrainte à 4m et à 8m de profondeur :

- Sous un coin de la semelle.
- Sous le centre de la semelle.
- Sous les points milieux des deux côtés de la semelle.

### Exercice 6

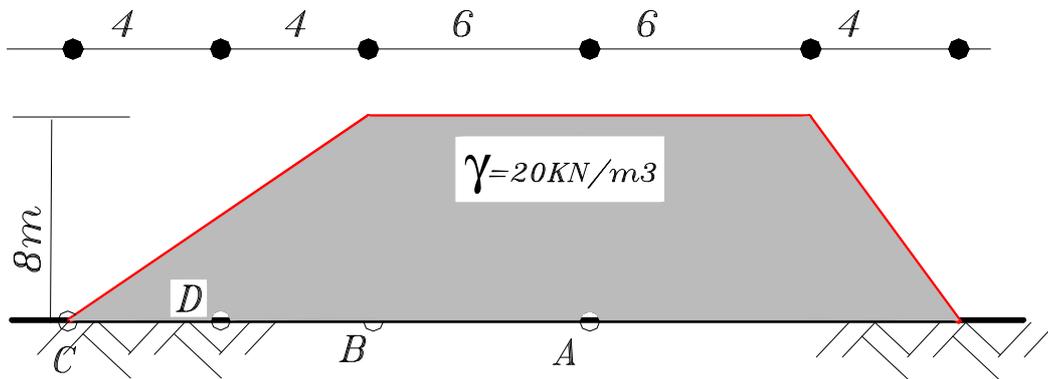
Soit la coupe géotechnique du sol représenté par la figure ci-après.



1) Tracer les diagrammes des contraintes totales, effectives et interstitielles.

On considère que l'argile sableuse est sèche entre 0 et 2m, le sable est partiellement saturé ( $S_r=0.6$ ) entre 2 et 4m.

2) On construit à la surface du sol un remblai représenté par la figure ci-dessous. Calculer alors les excès de contraintes dûs à ce remblai aux profondeurs  $z=4\text{m}$  et  $z=7\text{m}$  sous les verticales passant par le point A, le point B (crête du talus), le point C (pieds du talus) et le point D.



### ELEMENTS DE CORRECTION

#### EXERCICE 1

**Analytiquement :**

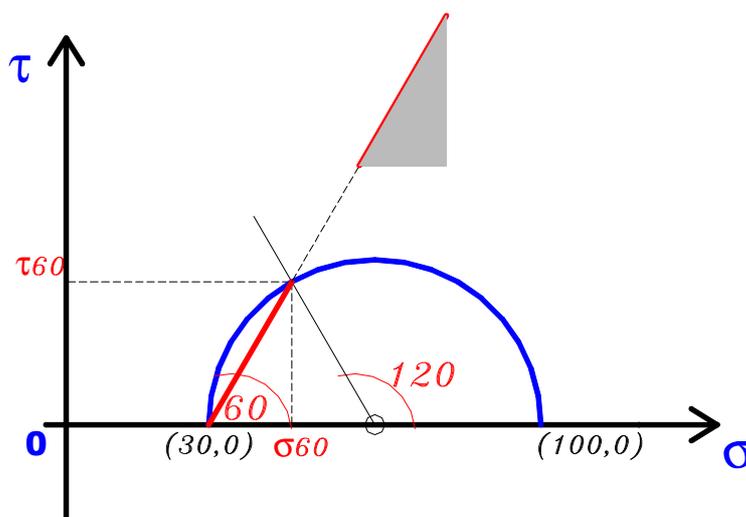
$$\sigma_3 = 30 \text{ Kpa et } \sigma_1 = 100\text{kPa}$$

Pour déterminer  $\sigma_\theta$  et  $\tau_\theta$  on utilise les relations (3.7) et (3.8)

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta \quad \text{et} \quad \tau_\theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta$$

$$\sigma_\theta = 47.4\text{kPa} \quad \text{et} \quad \tau_\theta = 30.2\text{kPa}$$

**Graphiquement :**



### Exercice 4

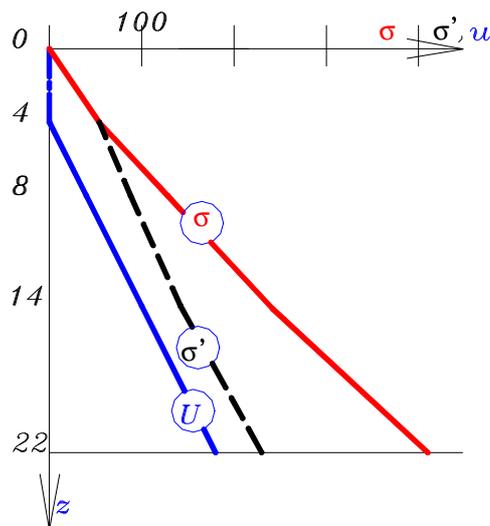
1- Entre 0 et 4m le sable est sec :

$$\gamma_d = (1-\eta)G_s \gamma_w = 13.5 \text{ kN/m}^3$$

Entre 4 et 8m le sable est saturé

$$\gamma = [(1-\eta)G_s + \eta] \gamma_w = 18.5 \text{ kN/m}^3$$

Profondeur	$\sigma_v$ (kPa)	u (kPa)	$\sigma_v'$ (kPa)
4	54	0	54
8	128	40	88
14	242	100	142
22	410	180	230



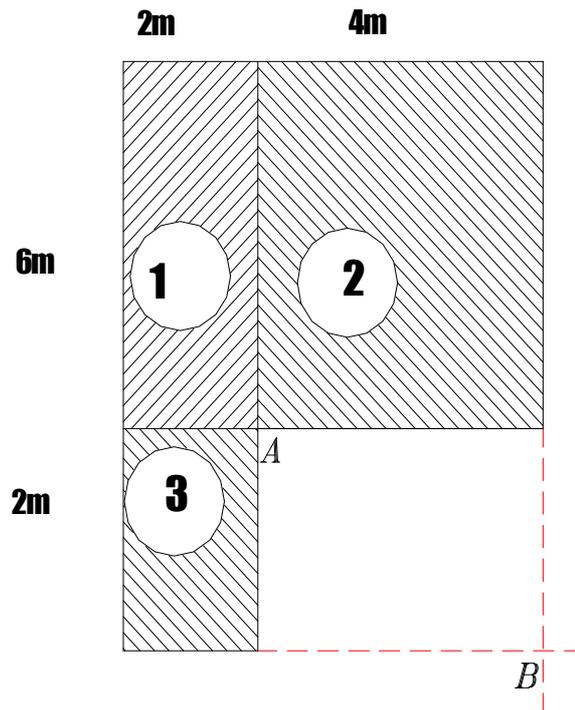
*Diagrammes de variation des contraintes totale, effective et de pression interstitielle*

2) Lorsque la nappe s'abaisse de 2m, on a :

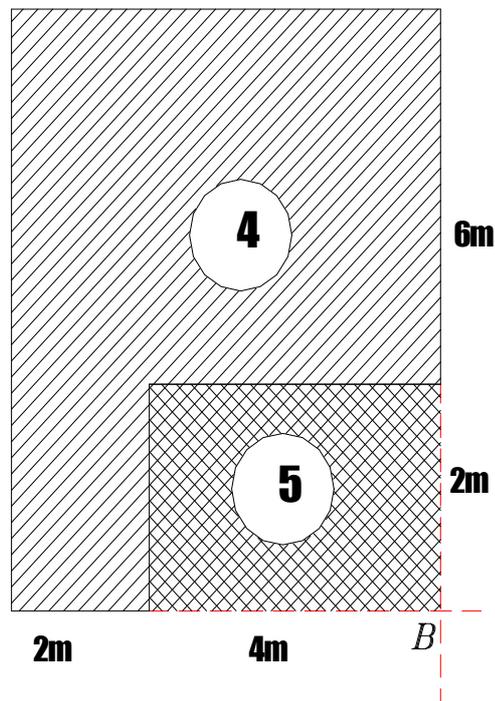
- $\sigma_v$  reste constante (puisque les poids volumiques restent inchangés)
- u diminue de  $\gamma_w \cdot 2 = 20 \text{ kPa}$ .
- $\sigma_v'$  augmente de  $\gamma_w \cdot 2 = 20 \text{ kPa}$ .

4) Le supplément de contraintes pour  $q=200 \text{ kPa}$  :

Au point A :  $\Delta\sigma = q ( lz_1 + lz_2 + lz_3)$



Au point B :  $\Delta\sigma = q ( lz_4 - lz_5)$



Sachant que :  $lz_1 = f(2/z, 6/z)$

:  $lz_2 = f(4/z, 6/z)$

:  $lz_3 = f(2/z, 2/z)$

:  $lz_4 = f(6/z, 8/z)$

:  $lz_5 = f(4/z, 2/z)$

## CHAPITRE 4

### TASSEMENT ET CONSOLIDATION DES SOLS

#### 1- Notions de déformation

Sous l'application de charges, le sol comme tout solide se déforme. Pour déterminer les déformations qui ont lieu dans toutes les directions autour du point M du sol, il suffit de connaître les valeurs des déformations dans les directions Ox, Oy et Oz autour de ce point. On définit ainsi le tenseur de déformations :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & \varepsilon_{zy} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Les déformations sont reliées aux déplacements u,v,w par les relations :

- Elongations :  $\varepsilon_x = \partial u / \partial x$  ;  $\varepsilon_y = \partial v / \partial y$  et  $\varepsilon_z = \partial w / \partial z$
- Distorsions :  $\gamma_{xy} = 2 \varepsilon_{xy} = \partial u / \partial y + \partial v / \partial x$   
 $\gamma_{xz} = 2 \varepsilon_{xz} = \partial u / \partial z + \partial w / \partial x$   
 $\gamma_{yz} = 2 \varepsilon_{yz} = \partial v / \partial z + \partial w / \partial y$

$\varepsilon_{ij}$  sont les déformations de cisaillement

La variation de volume du petit élément autour du point M est :

$$\Delta V / V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (4.1)$$

Il existe aussi trois directions principales pour les quelles les déformations angulaires sont nulles ( $\gamma_{ij} = 0$ ). Ces directions sont appelées directions principales de déformation, et les déformations principales sont notées :  $\varepsilon_1$  ,  $\varepsilon_2$  et  $\varepsilon_3$ .

#### 2- Relations contraintes - déformations

Ces relations sont appelées « lois de comportement » puisqu'elles permettent de caractériser la réponse d'un matériau sous l'effet d'un chargement.

Dans le domaine de déformations élastiques dans un solide isotrope, les relations entre les contraintes et les déformations (loi Hooke) sont :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] & \gamma_{xz} &= \frac{1}{G} \cdot \tau_{xz} \\
\varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] & \gamma_{yz} &= \frac{1}{G} \cdot \tau_{yz} \\
\varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] & \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \cdot \tau_{xy}
\end{aligned}
\tag{4.2}$$

E : module d'élasticité longitudinal.

$\nu$  : coefficient de Poisson.

G : module de cisaillement transversal.

$$G = E/[2(1+\nu)]$$

E et  $\nu$  peuvent être déterminés à partir des résultats d'essais en laboratoire ou in-situ.

### **3- Tassements des sols-Consolidation**

Sous l'effet d'un chargement donné (fondation, remblai, etc..), le sol se déforme. On sait que dans la plus part des cas, la surface du sol est horizontale et les charges sont verticales; les déformations et par conséquent les déplacements, seront dans la même direction. Ils sont appelés tassements.

Pour un sol, les tassements résultent essentiellement de sa compressibilité (diminution de volume) qui est dû :

- à la compression du squelette solide,
- à l'évacuation de l'eau contenu dans les vides,
- et à la compression de l'eau et de l'air contenus dans les vides.

A noter que pour les contraintes courantes l'eau et le squelette solide peuvent être considérés incompressibles.

Dans le cas des sols grénus (sable et gravier ayant un coefficient de perméabilité élevé), saturés ou non, le tassement est immédiat  $\Delta h_i$ .

Pour les sols fins saturés (faible coefficient de perméabilité), sous l'action d'une charge, l'eau libre ne peut s'évacuer immédiatement et supporte toutes

les contraintes appliquées ( suppressions interstitielles  $\Delta u = \Delta \sigma$ ) pendant la phase de construction de l'ouvrage ; on aura le tassement immédiat  $\Delta h_i$ .  
 La transmission des contraintes au squelette solide se fait progressivement au cours du drainage de l'eau et les suppressions interstitielles diminuent. Cet écoulement s'arrête lorsque  $\Delta u$  s'annule; on obtient donc le tassement à long terme ou le tassement final de consolidation primaire  $\Delta h_c$

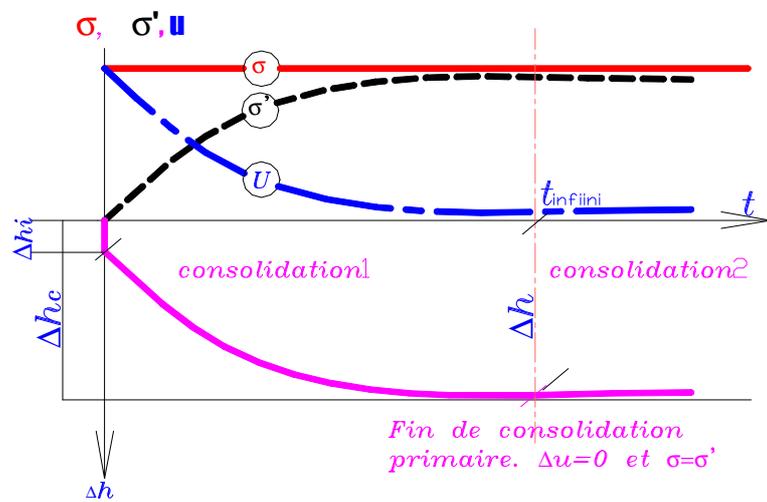


fig 4.1

à t infini :

$$\Delta h = \Delta h_i + \Delta h_c$$

à un instant (t) :

$$\Delta h(t) = \Delta h_i + \Delta h_c(t) \quad (4.3)$$

### 3.1 Relations entre le tassement, l'indice des vides et la contrainte effective

Pour une couche de sol de hauteur « h » et d'indice des vides initial «  $e_0$  », après un chargement donné et à un instant « t », on a ;

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{e_0 - e}{1 + e_0} = \frac{\Delta e}{1 + e_0} \quad (4.4)$$

$\Delta h$  et  $e$  sont le tassement et l'indice des vides à l'instant « t »

Pour déterminer la relation entre l'indice des vides et la contrainte «  $\sigma$  : due à l'action des charges », on doit réaliser un essai oedométrique qui permet d'étudier la consolidation des sols ( amplitudes et durée des tassements pour une charge donnée)

L'essai consiste à placer un échantillon de sol saturé dans un moule cylindrique indéformable (module oedométrique) et de le charger verticalement (charge constante) jusqu'à dissipation des surpressions interstitielles, tout en mesurant les tassements.

En appliquant un chargement discontinu par paliers et en déterminant la contrainte effective  $\sigma'$  et l'indice des vides « e » pour chaque palier de chargement, on peut tracer la courbe :  $e = f(\log \sigma')$  appelée courbe oedométrique. Cette courbe peut être schématisée par la figure 4.3 suivante.

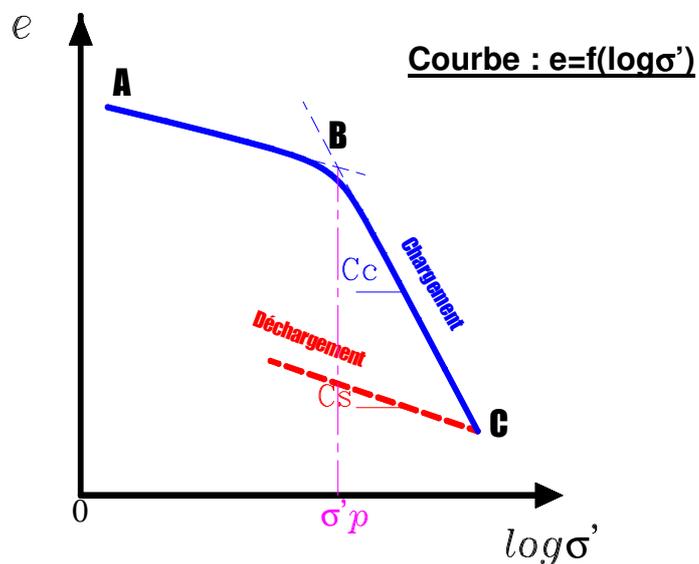


fig 4.3

On déduit de cette courbe :

- L'indice de compression (pente de la droite BC):  $C_c = -\frac{\Delta e}{\Delta \log \sigma'} \quad (4.5)$

- L'indice de gonflement (pente de la droite DC):  $C_s = -\frac{\Delta e}{\Delta \log \sigma'} \quad (4.6)$

- La pression de préconsolidation :  $\sigma_p'$  C'est la plus grande contrainte qu'a supporté le sol durant son histoire géologique.

Le rapport de surconsolidation ( $R_{oc}$ ) nous permet de connaître l'état de consolidation du sol. Il est défini par :

$$R_{oc} = \frac{\sigma_p'}{\sigma_o'} \quad (4.7)$$

$\sigma_o'$  : Contrainte effective verticale du sol en place

- Si  $R_{oc} = 1$ , le sol est normalement consolidé, c.à.d qu'il n'a jamais été le site d'une érosion ou supporté des surcharges (Glaciers..) qui en suite ont disparue. Ces sols sont sujets à développer des grands tassements, puisque toute surcharge peut augmenter la contrainte effective à un niveau que le sol n'a jamais atteint, ce qui pourra réduire considérablement l'indice des vides.
- Si  $R_{oc} > 1$ , le sol est surconsolidé. Dans ce cas les tassements seront très faibles tant que la contrainte effective finale est inférieure à la pression de préconsolidation. Dans le cas contraire les tassements seront plus prononcés.
- Si  $R_{oc} < 1$ , le sol est sousconsolidé. C'est le cas des sols en cours de formation (vases, etc..) .

#### **4- Evolution du tassement au cours du temps**

##### **4-2 Tassement final de consolidation primaire**

Pour une couche de sol de hauteur « h », d'indice de compression «  $C_c$  », d'indice de gonflement «  $C_s$  » et de pression de préconsolidation «  $\sigma_p'$  », si la contrainte verticale initiale due aux poids propres du sol est «  $\sigma_o'$  », calculée au centre de la couche et si le chargement provoque un supplément de contrainte  $\Delta\sigma$  (défini dans le chapitre3), les tassements se calculent comme suit :

- $R_{oc} = 1$  : le sol est normalement consolidé :

$$\Delta h_c = \frac{C_c}{1+e_o} h \log \left( \frac{\sigma_o' + \Delta \sigma}{\sigma_o'} \right) \quad (4.8)$$

- $R_{oc} > 1$  : le sol est sur consolidé :

Deux cas peuvent se présenter :

- Si  $\sigma_o' + \Delta \sigma > \sigma_p'$  alors :

$$\Delta h_c = \frac{C_s}{1+e_o} h \log \left( \frac{\sigma_p'}{\sigma_o'} \right) + \frac{C_c}{1+e_o} h \log \left( \frac{\sigma_o' + \Delta \sigma}{\sigma_p'} \right) \quad (4.9 \text{ a})$$

- Si  $\sigma_o' + \Delta \sigma < \sigma_p'$  alors :

$$\Delta h_c = \frac{C_c}{1+e_o} h \log \left( \frac{\sigma_o' + \Delta \sigma}{\sigma_p'} \right) \quad (4.9 \text{ b})$$

- $R_{oc} < 1$  : le sol est sous consolidé :

$$\Delta h_c = \frac{C_c}{1+e_o} h \log \left( \frac{\sigma_o' + \Delta \sigma}{\sigma_o'} \right) \quad (4.10)$$

On doit noter que :

- Si le sol est composé de plusieurs couches compressibles, le tassement total sera la somme des tassements de chaque couche.
- Si la hauteur de la couche est supérieure à 3m, on subdivisera la couche en sous couches.

#### **4-3 Tassement à un instant « t »**

le tassement à un temps donné  $\Delta h_c(t)$  est calculé en fonction du tassement final  $\Delta h_c$ , à partir de la formule suivante :

$$\Delta h_c(t) = U \cdot \Delta h_c \quad (4.11)$$

**U** : étant le degré de consolidation moyen défini à un instant « t » par la relation :

$$U = 1 - \frac{\int_0^h u(z,t) dz}{\int_0^h u(z,0) dz} = 1 - \frac{\Delta u(t)}{\Delta u(0)} \quad (4.12)$$

$\Delta u(t)$  : surpression interstitielle au temps t.

$\Delta u(0)$  : surpression interstitielle à l'instant initiale ( $\Delta\sigma$ ).

Pour déterminer le degré de consolidation « U », il suffit de déterminer l'équation de  $u(z,t)$ .

La théorie de consolidation unidimensionnelle de Terzaghi, basée sur des hypothèses simplifiées nous donne l'équation de consolidation en fonction du coefficient de consolidation :  $C_v$  (déterminé à partir de la courbe du tassement en fonction du temps pour un des paliers de chargement de l'essai oedométrique).

On peut alors déterminer le degré de consolidation U pour un temps « t », ou plutôt pour un facteur temps «  $T_v$  » fonction du temps,  $C_v$  et des conditions de drainage :

$$T_v = \frac{C_v \cdot t}{H'^2} \quad (4.13)$$

$H'$  : représente le chemin de drainage.

Pour une couche de hauteur h :

$H' = h/2$  si la couche est doublement drainée.

$H' = h$  si couche est simplement drainée.

Le tableau suivant donne les valeurs de U en fonction de  $T_v$

U (%)	$T_v$	U (%)	$T_v$
12	0,01	70	0,40
20	0,03	80	0,57
30	0,07	90	0,85
40	0,13	95	1,20
50	0,20	99	2,00
60	0,29	100	2,08

Notons que pour la fin de la consolidation primaire ( $U=100\%$ ), on prendra

$T_v=2.08$  ( correspondant à un degré de consolidation de 99.5%)

## 5- Contrainte effective et pression interstitielle au cours du temps

A une profondeur « z » et a un instant « t » donnés, le degré de consolidation  $U_z$  est calculé à partir de la relation :

$$U_z = 1 - \frac{u(z,t)}{u(z,0)} , \quad (4.14)$$

$U_z$  est déterminé en fonction de  $T_v$  et  $Z/H'$ .

(Z est comptée à partir du niveau supérieur de la couche compressible étudiée).

La pression interstitielle :  $u(z,t) = (1 - U_z) \Delta\sigma(z)$ .

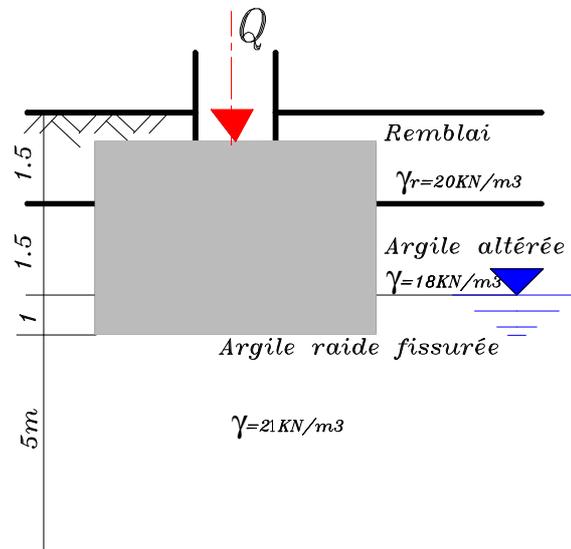
La contrainte effective :  $\sigma'(z,t) = U_z \Delta\sigma(z)$ , puisque  $u(z,0) = \Delta\sigma(z)$ .

### QUESTIONS A DEBATTRE

- 1- Pourquoi les tassements surviennent-ils plus rapidement dans les sols à gros grains que dans les sols à grains fins ?
- 2- Comment appelle-t-on un tassement qui évolue avec le temps ?
- 3- Résumez les principales étapes de l'essai de consolidation.
- 4- Lors de l'essai de consolidation, que représente la pression de pré consolidation déterminée graphiquement sur la courbe.
- 5- Quelle est l'ampleur du tassement auquel on peut s'attendre lorsque la pression exercée par une fondation induit un contrainte effective totale supérieure à la pression de pré consolidation ?
- 6- A quoi correspond le degré de consolidation ? Pour quoi on  $T_v = 2.08$  pour  $U = 100\%$  ?
- 7- Comment le mode de drainage d'un dépôt d'argile influe-t-il sur le temps de consolidation ?

## Exercice1

Suite à un sondage à ciel ouvert, on donne une représentation de la coupe d'un sol.



Les résultats d'essais oedométriques réalisés sur des éprouvettes de la couche d'argile raide sont :

$$e_0 = 0.8; C_c = 0.26; \sigma'_p = 70 \text{ kPa} \text{ et } C_v = 2.10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

- 1) Pour une largeur de la fondation  $B=3\text{m}$ , calculer le tassement final de consolidation primaire dû au remblai et à la pression « q » appliquée par la semelle.

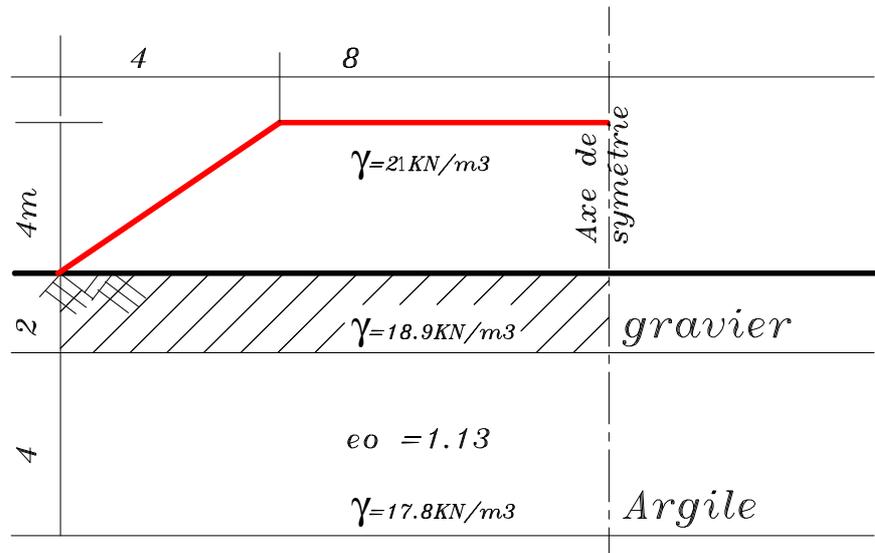
On prendra :  $q = ((Q/B) + 20 \times 2.5)$  en kPa, et on la suppose uniformément répartie sur une bande infinie.

- 2) Combien de temps après l'application des charges obtient-t-on 30%, 50% et 100% de consolidation.
- 3) Calculer, lorsque  $U=50\%$ , les valeurs du tassement et de l'indice des vides.

## Exercice2

A l'aide des données de la figure suivante, calculer le tassement de consolidation d'un dépôt d'argile sous le centre d'un remblai en longueur de 4m de hauteur, sans tenir compte du tassement immédiat d'une couche de gravier. L'essai de consolidation effectué sur un échantillon prélevé à mi-

hauteur du dépôt argileux a révélé une pression de pré consolidation de 110kPa ,un coefficients de gonflement de 0.023 et de compression de 0.38.



### **Exercice3**

Estimer le temps nécessaire pour qu'un dépôt argileux de 6m de hauteur situé entre deux couches de sables perméable atteigne 95% de son tassement de consolidation. L'essai de consolidation a fourni un coefficient de consolidation de  $0.5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$ .

### **Exercice4**

Un dépôt d'argile de 3.5m d'épaisseur repose sur une marne imperméable très compacte.

Si le coefficient de consolidation est de  $0.625 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$ , quel sera le degré de consolidation du dépôt sous la pression provoquant le tassement :

- 1) après six mois.
- 2) après un an

## ELEMENTS DE CORRECTION

### Exercice 2

1)

$$h = 5\text{m}$$

$$\sigma'_o = 18 \times 1 + 3.5 \times 11 = 56.5 \text{ kPa.}$$

$$\sigma'_p = 70 \text{ kPa.}$$

$$\Delta h_c = \frac{C_c}{1+e_o} h \log\left(\frac{\sigma'_o + \Delta\sigma}{\sigma'_p}\right)$$

$$\Delta\sigma = q_r h_r + 2 q l_z \quad \text{sachant que } q = 383.33 \text{ kPa.}$$

$$l_z = f(b/z, l/z) \quad b = 1.50\text{m} ; l = \text{infini (semelle filante)}$$

$$Z = 2.50\text{m}$$

D'après l'abaque 3-3, on aura  $l_z = 0.157$

$$\Delta\sigma = 150.36 \text{ kPa.}$$

$$\text{D'où : } \Delta h_c = \mathbf{0.322\text{m.}}$$

2)

$$T_v = \frac{C_v \cdot t}{H^2} \quad \text{avec : } C_v = 2.10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} ; H' = h/2 \text{ (couche simplement drainée)}$$

<b>U</b>	30%	50%	100%
<b>T<sub>v</sub></b>	0.07	0.2	2.08
<b>Temps (ans)</b>	0.28	0.8	8.32

3)

Lorsque  $U = 50\%$ , le temps correspondant est environ de 9mois et 18jours.

$$\Delta h_t = 0.5 \times 32.2 = \mathbf{16.1 \text{ cm}}$$

$$\text{et } \Delta/(1+e_o) = \Delta h/h \quad \text{avec } \Delta e = e_o - e$$

$$e = e_o - (\Delta h/h)(1+e_o) = 0.74$$

$$\mathbf{e = 0.74}$$

## CHAPITRE 5

### LA RESISTANCE AU CISAILLEMENT DES SOLS

#### 1- Comportement élastoplastique des sols

Dans les chapitres précédents, on a étudié le comportement des sols sous faibles taux de chargement (domaine élastique). Dans ce chapitre, nous traitons les grandes déformations, c'est à dire le comportement des sols à l'état d'écoulement plastique ou à l'état de rupture.

La loi de Hooke n'est plus valable, on utilise alors une **nouvelle loi** appelée :

- **Critère d'écoulement plastique** qui représente la frontière du domaine d'élasticité.
- Ou le **critère de rupture** représenté par la courbe intrinsèque qui est l'enveloppe des cercles de Mohr correspondant à la rupture.

Au moment de la rupture d'un sol, il y a un glissement entre les particules solides, d'où le terme de résistance au cisaillement.

Tout sol présente une résistance au cisaillement qui est due au frottement inter-granulaire (contact entre les grains) et aux forces d'attraction entre les particules dans le cas des sols fins.

du à la dureté des grains et à l'état de surface de contact.

On définit aussi la rupture dans un sol à partir des courbes contraintes-déformations dans des essais à déformation contrôlée.

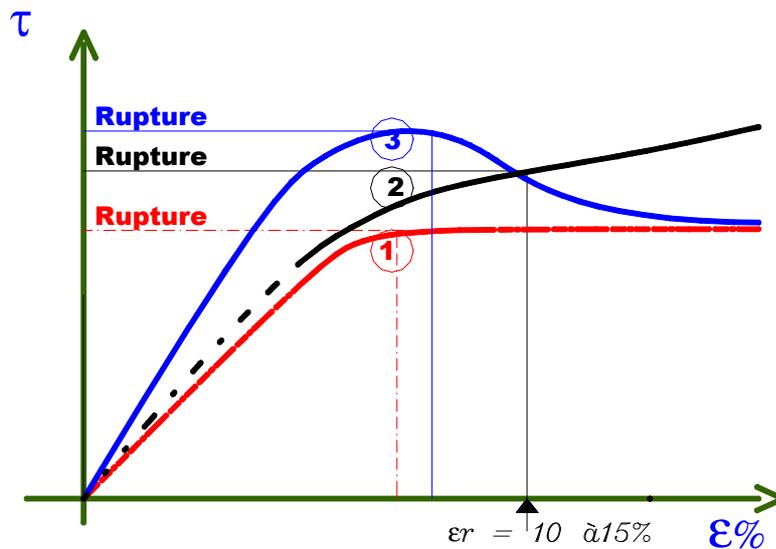


fig 5.1

**1 : Comportement élastique parfaitement plastique.**

**2 : Comportement élasto-plastique écouissable.**

**3 : Comportement élasto-plastique écouissable.**

La connaissance de la résistance au cisaillement d'un sol ( ou de sa courbe intrinsèque modelisée généralement par le critère de rupture de Coulomb) sert pour la résolution d'un grand nombre de problèmes de Génie Civil :

- Capacité portante des fondations superficielles et profondes.
- Stabilité des ouvrages de soutènement.
- Stabilité des talus, pentes et barrages, etc..

## **2- Comportement à court terme et à long terme des sols**

### **(cas des sols saturés)**

Un sol saturé soumis à des forces, subit une variation de volume. L'eau est incompressible, alors cette variation a lieu s'il y a mouvement de l'eau ( apport ou export).

Dans le cas d'un **sol grenus**, on sait que sa perméabilité est élevée, donc l'écoulement de l'eau est très rapide. Le comportement de ce sol, de même que sa résistance, ne sont régis que par celui du squelette solide.

Dans le cas d'un **sol fin** saturé, la perméabilité est très faible, l'écoulement de l'eau est très lent et le changement de volume se traduit par une surpression (export de l'eau) ou une dépression (apport d'eau) dans l'eau interstitielle.

On considère donc deux comportements extrêmes du sol :

- **Un comportement à court terme (C.T)** : L'eau n'a pas eu encore le temps de s'évacuer et le sol se déforme à volume constant. Il s'agit alors d'un comportement non drainé (étude en contraintes totales).
- **Un comportement à long terme (L.T)** : Au bout d'un temps assez long (fin de la consolidation primaire), l'eau libre s'est évacuée. Le comportement du sol est régi uniquement par celui du squelette solide (étude en contraintes effectives).

### **3- Détermination des paramètres de résistance des sols en laboratoire**

Les principaux essais de laboratoire sont :

- a) Essai de cisaillement direct.
- b) Essai tri axial.
- c) Essai de compression simple.

La réalisation des essais « a » et « b » nécessite deux phases :

- **Phase 1** : Remise sous l'état de contraintes en places (saturation et application de contraintes jusqu'à  $u=0$ ).
- **Phase 2** : Cisaillement proprement dit.

Selon le drainage pendant l'une ou l'autre de ces deux phases, on distingue trois types d'essais :

- Essai non consolidé non drainé (**UU**).
- Essai consolidé non drainé (**CU**).
- Essai consolidé drainé (**CD**).

#### **3-1 Essai de cisaillement direct**

L'échantillon de sol, placé dans deux demi-boîtes qui peuvent glisser l'une par rapport à l'autre, est soumis sur l'élément supérieur à une contrainte normale ( $\sigma = N/S$ , **S** : section horizontale de la boîte de cisaillement), puis à un effort de

cisaillement T jusqu'à la rupture tout en mesurant le déplacement horizontal de la demi boîte.

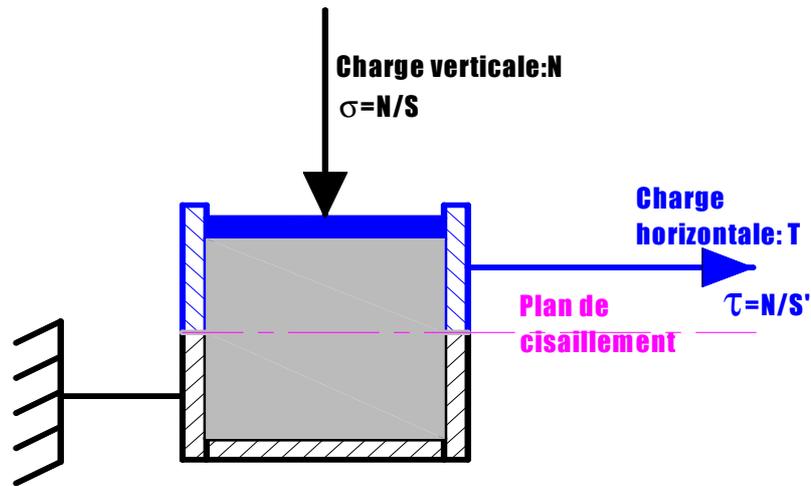


fig 5.2 Boite de cisaillement

Trois échantillons identiques doivent être testés, pour trois contraintes normales différentes

Les valeurs des contraintes de cisaillement à la rupture sont représentées en fonction des contraintes normales  $\tau = f(\sigma)$ .

Cette représentation n'est autre que la traduction graphique de l'équation de Coulomb :

$$\tau_{rupt} = C + \sigma_{rupt} \text{tg } \varphi \quad (5.1)$$

a) Essai Consolidé Drainé (C.D)

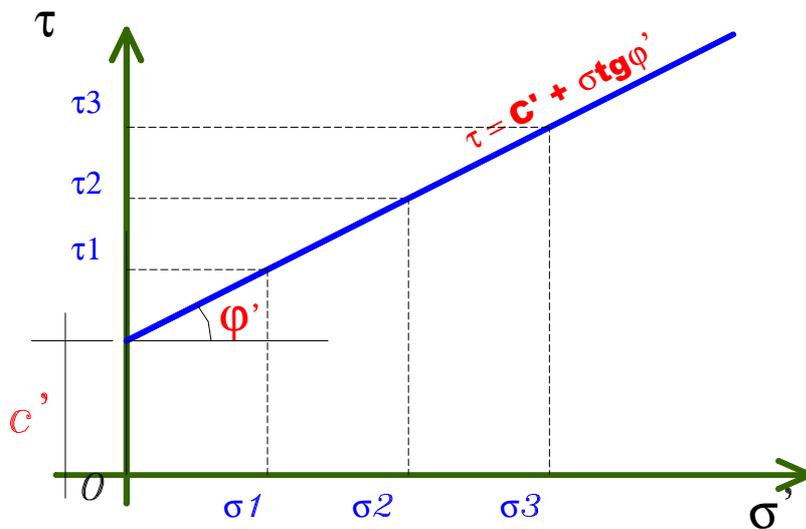


Fig 5.3

**$c', \phi'$  : Les paramètres résistance au cisaillement**

$c'$  : Cohésion non drainée.

$\phi'$  : Angle de frottement interne effectif.

**b) Essai non consolidé non drainé (U.U)**

Essai réalisable pour les sols fins

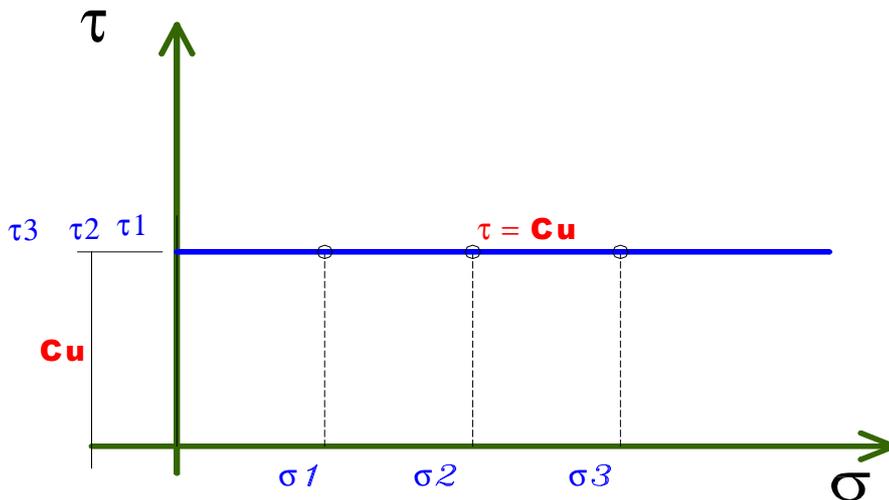


Fig 5.4

$C_u$  : Résistance au cisaillement non drainée.

**3-2 Essai triaxial :**

Pour trois éprouvettes identiques ( $\varnothing=36$  mm,  $h=2\varnothing$ ) d'un sol donné, on applique pour chacune les états de contraintes représentés comme suit :

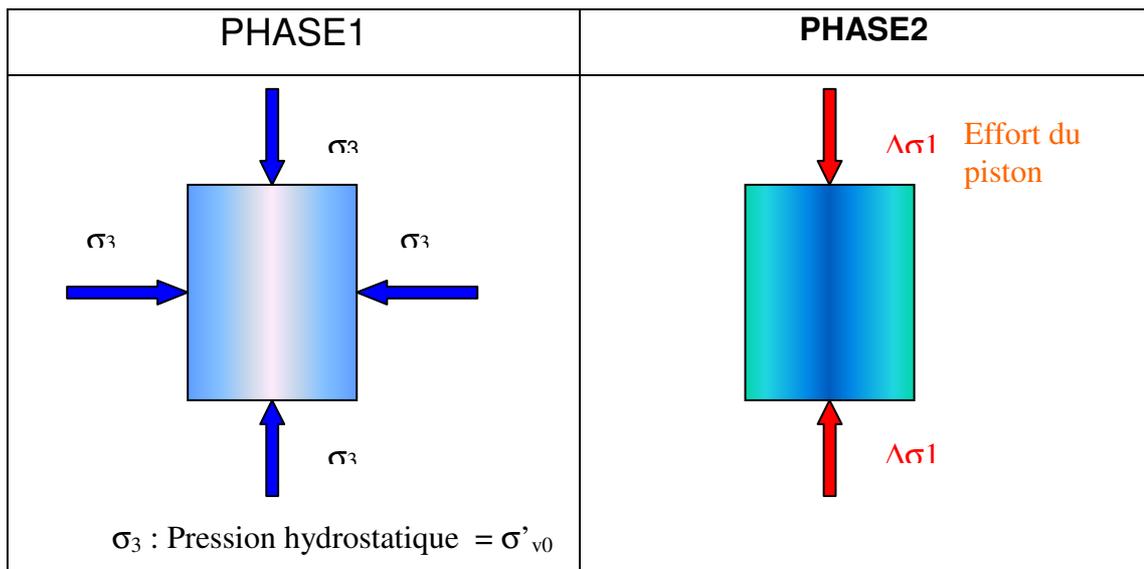


Fig 5.5 : Champs de contraintes à l'appareil triaxial

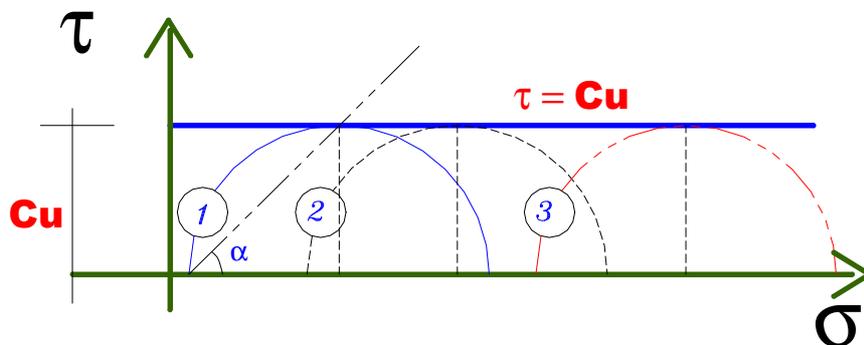
A la rupture, on note les valeurs des contraintes principales :

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \Delta\sigma_1 \quad \text{et} \quad \sigma_3$$

$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_3$  étant le déviateur de contraintes.

**a) Essai non consolidé non drainé (UU).**

L'essai étant rapide, la représentation ne peut se faire qu'en contraintes totales (fig 5.6)



**Fig 5.6**

Essai I :  $\sigma_3^I$  et  $\sigma_1^I$  ; Essai II :  $\sigma_3^{II}$  et  $\sigma_1^{II}$  ; Essai III :  $\sigma_3^{III}$  et  $\sigma_1^{III}$

L'orientation du plan de rupture :  $\alpha = \pi/4$

$$C_u = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 \quad (5.2)$$

NB : Cet essai ne permet pas la détermination des paramètres effectifs même en mesurant la pression interstitielle.

*Le critère de rupture est :*

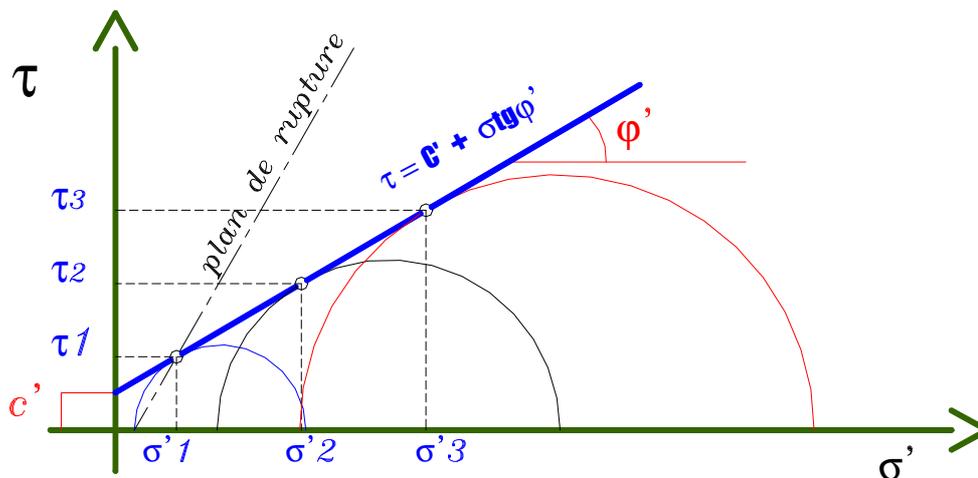
- En terme de contraintes appliquées sur le plan de rupture :

$$\tau = C_u \quad \sigma = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$$

- En terme de contraintes principales :  $C_u = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$

**b) Essai Consolidé Drainé (C.D)**

(Essai très lent : Contraintes effectives)



**FIG5.7 RESULTATS DE L'ESSAI CD A L'APPAREIL TRIAXIAL**

Orientation du plan de rupture :  $\alpha = \pi/4 + \varphi'/2$

*Le critère de rupture est :*

En terme de contraintes sur le plan de rupture :  $\tau = c' + \sigma' \text{tg} \varphi'$

En terme de contraintes principales :

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 K_p + 2 c' \sqrt{K_p} \quad (5.3)$$

$$K_p = \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi'/2)$$

### c) Essai Consolidé non Drainé (C.U)

Il a pour but :

- la détermination des paramètres de résistance effectifs ( $c'$ ,  $\varphi'$ ) en mesurant la pression interstitielle à la rupture.
- La détermination des paramètres de résistance consolidés non drainés ( $C_{cu}$ ,  $\varphi_{cu}$ )
- L'étude de la variation de la cohésion non drainée en fonction de la pression de consolidation.

La représentation des résultats peut se faire en contraintes totales et en contraintes effectives ( fig 5.8)

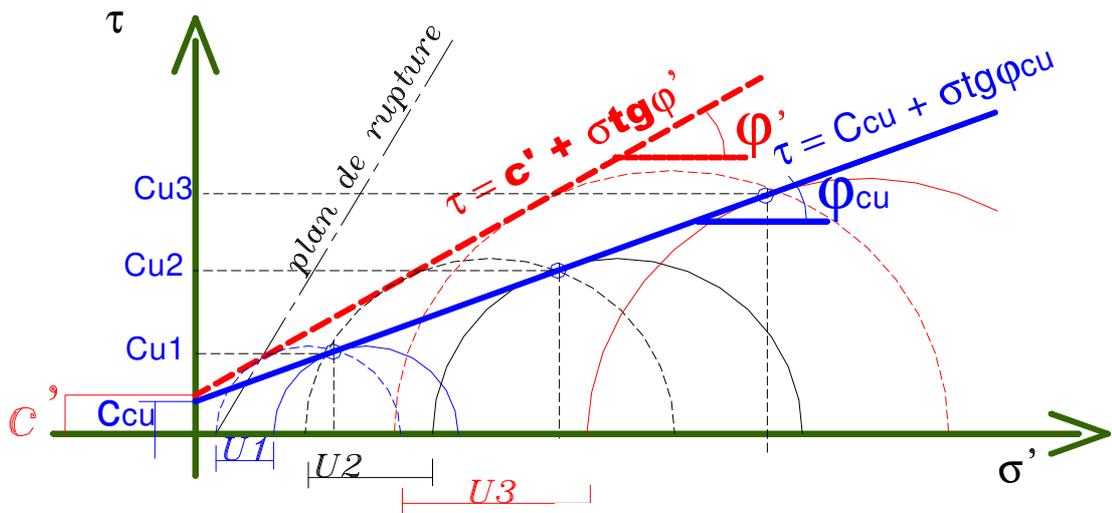


Fig 5.8

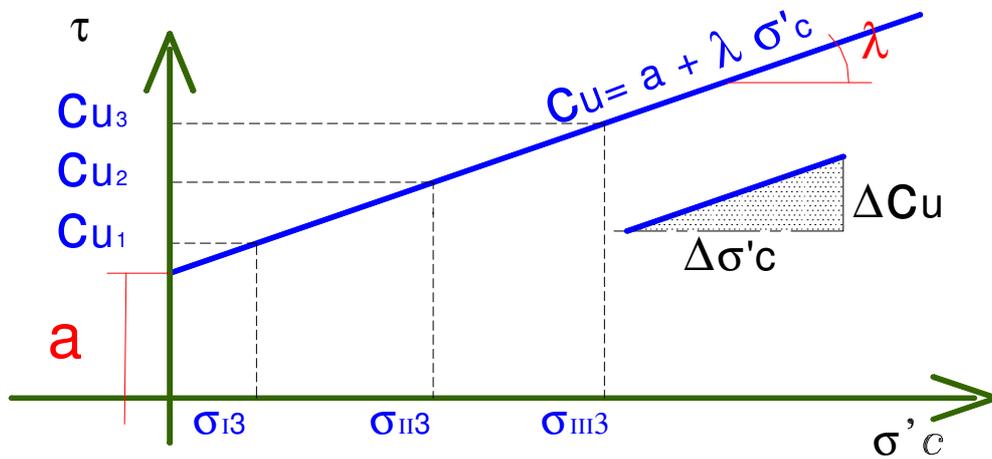


Fig 5.9  $c_u = f(\sigma'c)$

L'orientation du plan de rupture :  $\alpha = \pi/4 + \varphi'/2$

Le critère de rupture est :

- En terme des contraintes effectives :

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 K_p + c' \sqrt{K_p} \quad K_p = \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi'/2) \quad (5.4)$$

$$\tau = c' + \sigma' \text{tg} \varphi'$$

- En terme des contraintes totales :

$$\sigma_1 = \sigma_3 K_p + 2 C_{cu} \sqrt{K_p} \quad K_p = \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi_{cu}/2) \quad (5.5)$$

$$\tau = C_{cu} + \sigma \text{tg} \varphi_{cu}$$

$$\text{L'accroissement de la cohésion non drainée est : } \Delta C_{cu} = \lambda \Delta \sigma'c \quad (5.6)$$

$\Delta \sigma'c$  : l'accroissement de la pression de consolidation.

### 3-3 Essai de compression simple

L'essai consiste à appliquer une charge axiale sur l'échantillon du sol et l'augmenter progressivement jusqu'à la rupture. L'essai étant rapide, les résultats sont représentés en contraintes totales (fig 5.10)

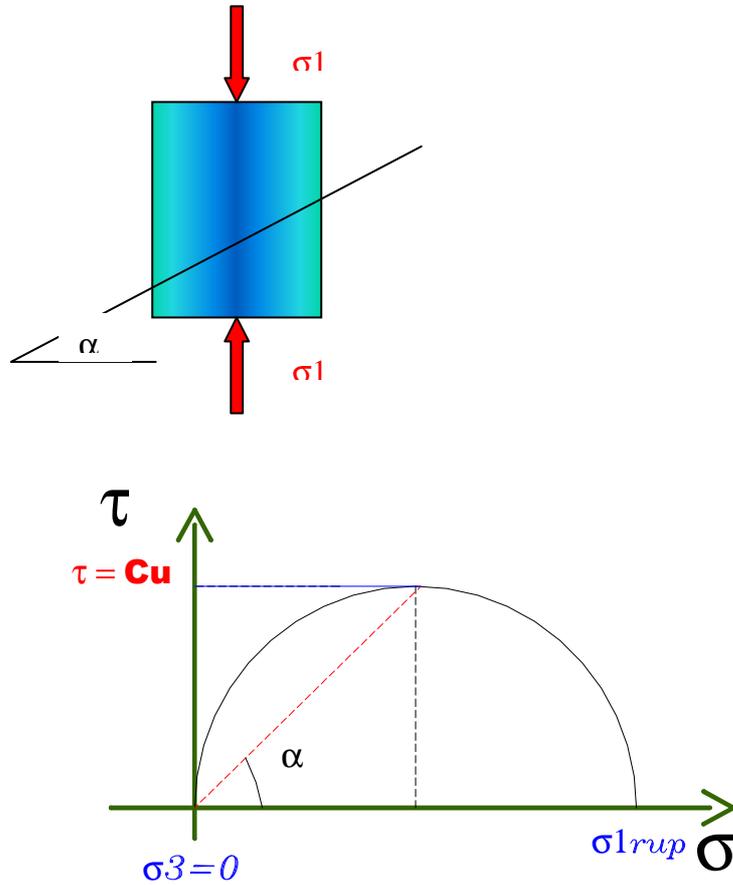


fig 5.1 Résultats de l'essai de compression simple

Orientation du plan de rupture :  $\alpha = \pi/4$

La cohésion non drainée est :  $cu = \sigma_1 / 2$  (5.7)

## QUESTIONS A DEBATTRE

- 1- Selon le critère de Coulomb, de quoi dépend la résistance au cisaillement d'un sol à la rupture ?
- 2- Quelles sont les circonstances qui provoquent généralement une rupture du sol ?
- 3- Pourquoi utilise-t-on l'angle de frottement interne effectif pour les sols pulvérulents ?
- 4- Dans un sol cohérent, qu'arrive-t-il à la valeur des paramètres de la résistance au cisaillement lorsqu'il n'y a aucun drainage.
- 5- A quoi servent les deux phases lors des essais de cisaillement direct et triaxial ?
- 6- Quels sont les paramètres de résistance au cisaillement qu'on doit utiliser lors de la construction d'un ouvrage, et lorsqu'il est en service.
- 7- Parmi les essais de cisaillement, on parle du scissomètre de laboratoire et du pénétromètre à cône. Comment sont -ils réalisés?

### Exercice 1

Chercher les relations entre les contraintes principales et l'angle de frottement interne dans les conditions où la cohésion est nulle.

### Exercice 2

On a effectué des essais de cisaillement direct sur un sable moyen. A l'aide des résultats qui suivent, déterminer les paramètres de la résistance au cisaillement de ce sable.

Essai N°	$\sigma'$ rupt	$\tau$ rupt
1	67.3	57.1
2	118.6	99.2
3	170.2	150.7
4	231.8	194.7

Commenter les résultats trouvés.

### Exercice 3

Les résultats de 2 essais triaxiaux consolidés non drainés (CU) avec mesure de la pression interstitielle sur matériau de remblai, sont les suivants :

Essai N°	$\sigma_3$ (kPa)	$\sigma_1 - \sigma_3$ (kPa)	U(kPa)
1	105	466.5	20.70
2	307.5	1056	93.01

Déterminer les caractéristiques de résistance à long terme et les paramètres de résistance consolidés non drainés.

### Exercice 4

On prélève d'un sondage carotté à 11 m de profondeur, des carottes de sol vaseux.

Les résultats d'essais sur les différentes éprouvettes de ce sol, sont fournis dans les tableaux suivants :

- Essai de compression simple :

$$R_c = 100 \text{ kPa.}$$

- Essai triaxial UU.

$$\sigma_1 = 248 \text{ kPa} \quad \sigma_3 = 140 \text{ kPa}$$

Essai de cisaillement direct drainé

Essai N°	$\sigma'$ (kPa)	$\tau$ (kPa)
1	30	22
2	50	36
3	80	57

Essai triaxiaux CU :

Essai N°	$\sigma_3$ (kPa)	$\sigma_1$ (kPa)	U(kPa)
1	100	170	70.8
2	340	580	240

On demande :

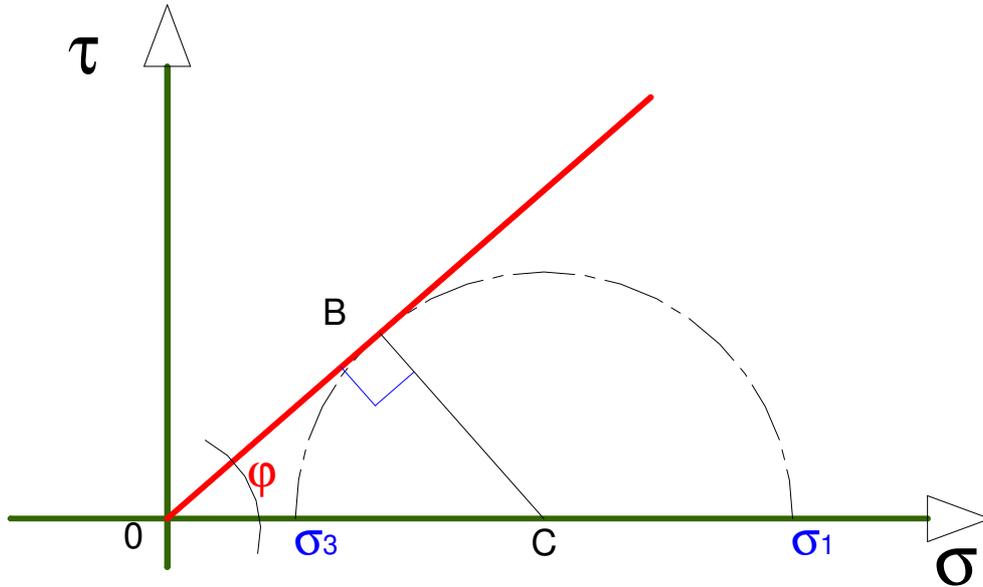
- 1) La cohésion non drainée de la vase.

- 2) Les paramètres de résistance effectifs déterminés à partir des essais de cisaillement direct et des essais CU.
- 3) Les paramètres de résistance consolidés non drainés ainsi que la variation de la cohésion non drainée en fonction de la pression de consolidation ( $\sigma'_c$ )
- 4) L'inclinaison des plans de rupture dans les éprouvettes :
  - a) de l'essai de cisaillement direct.( Essai 1)
  - b) de l'essai triaxial CU (Essai 2)

## CORRIGES

### Exercice 1

La cohésion est nulle, donc la courbe intrinsèque passe par l'origine ( $\tau = \text{tg}\varphi$ )



Le triangle OBC est rectangle

$$OC = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 \text{ et } BC = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$$

$$= BC/OC \text{ d'où } \sigma_3 / \sigma_1 = (1 - \sin\varphi) / (1 + \sin\varphi) = \text{tg}^2 (\pi/4 - \varphi/2)$$

$$\text{de même } \sigma_1 / \sigma_3 = (1 + \sin\varphi) / (1 - \sin\varphi) = \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi/2)$$

### Exercice 2

1- Paramètre de résistance à court terme :

Essai de compression simple :  $C_u = R_c/2 = 50 \text{ kPa}$ .

Essai triaxial UU :  $C_u = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 = (248 - 140)/2 = 54 \text{ kPa}$ .

2- Paramètre de résistance effectifs :

- **Cisaillement direct :**

$$\tau = C' + \sigma' \text{tg } \varphi'$$

$$22 = 30 \text{ tg } \varphi' + c' \quad (1)$$

$$36 = 50 \text{ 'tg } \varphi' + c' \quad (2)$$

$$57 = 80 \text{ 'tg } \varphi' + c' \quad (3)$$

$$(1) \text{ et } (2) \Rightarrow \varphi' = 35^\circ \quad ; (2) \text{ et } (3) \quad \varphi' = 35^\circ \quad c' = 0$$

- **Cisaillement triaxial :**

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 K_p - 2 c' \sqrt{K_p}$$

$$K_p = \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi'/2) = N\phi$$

$$\text{Essai1 : } 99.2 = 29.2 N\phi + 2c' \sqrt{N\phi}$$

$$\text{Essai2 : } 340 = 100 N\phi + 2c' \sqrt{N\phi}$$

$$\Rightarrow \varphi' = 33^\circ \text{ et } c' \cong 0$$

### 3- Paramètre : **Ccu et $\phi_{cu}$**

Essai CU : Contraintes totales

- $\sigma_1 = \sigma_3 K_p + 2 C_{cu} \sqrt{K_p}$ .

$$K_p = \text{tg}^2 (\pi/4 + \phi_{cu}/2)$$

$$\text{Essai1 : } 170 = 100 N\phi + 2c' \sqrt{N\phi}$$

$$\text{Essai2 : } 580 = 340 N\phi + 2c' \sqrt{N\phi}$$

$$\Rightarrow \phi_{cu} = 15.1^\circ \text{ et } C_{cu} = 0$$

Variation de la cohésion non drainée :

$$\text{Essai1 : } \sigma_3 = 100 \text{ kPa} \quad C_u = 35 \text{ kPa}$$

$$\text{Essai2 : } \sigma_3 = 340 \text{ kPa} \quad C_u = 120 \text{ kPa}$$

$$C_u = a + \lambda \sigma'_c$$

$$C_u = a + \lambda \cdot 100$$

$$C_u = a + \lambda \cdot 340$$

$$\Rightarrow \lambda = 0.354 \text{ et } a = 0$$

$$C_u = 0.354 \sigma'_c$$

### 4- Inclinaison des plans de rupture :

- Eprouvette 1, essai de cisaillement direct : Plan horizontal.
- Eprouvette 2, essai CU :  $\alpha = \pi/4 + \phi'/2 = 61.5^\circ$

## CHAPITRE 6

### **ETUDE DE LA PORTANCE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES A PARTIR D'ESSAIS DE LABORATOIRE**

#### **1- Introduction**

La fondation superficielle, élément inférieur d'un ouvrage, permet de transmettre à une couche de sol peu profonde, dans des conditions favorables, les charges issues de la superstructure.

Selon le chapitre B.1 du fascicule 62 titre V : En règle générale on peut considérer qu'une fondation est superficielle lorsque sa hauteur d'encastrement  $D$  est inférieure à 5 fois sa largeur.

De point de vue comportement mécanique, si l'on soumet une fondation à un chargement croissant, le sol est en équilibre élastique au début de l'application de la charge; il le garde pour les valeurs faibles de celle-ci. Lorsque la charge devient importante, le sol se met progressivement à l'équilibre plastique et au moment de la rupture :

- Dans le cas d'une semelle, il se produit un coin rigide sous la base de la semelle qui s'enfonce dans le sol en le refoulant de part et d'autre( fig 6.1a)
- Dans le cas d'une fondation profonde (pieu) on obtient une zone de rupture locale sous la pointe du pieu (fig 6.1b)

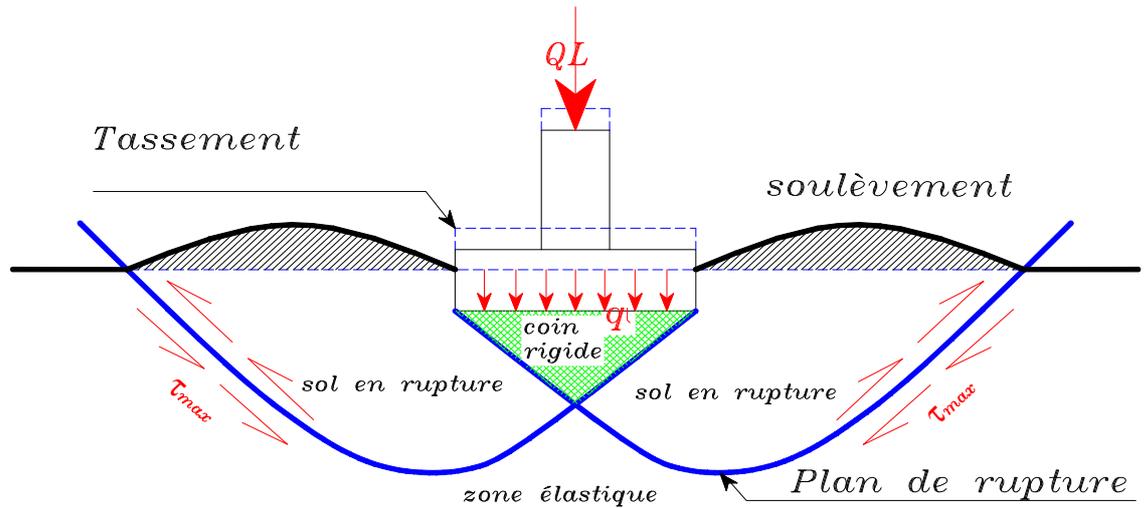


Fig 6.1-a Schéma de rupture sous une semelle chargée

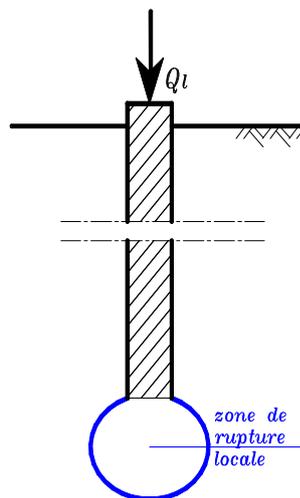


fig 6.1-b Rupture sous un pieu

Un projet de fondation est donc très délicat, il doit répondre à trois sortes de préoccupations :

- une bonne reconnaissance du sol support.
- les tassements doivent être inférieurs aux tassements admissibles définis pour l'ouvrage
- les contraintes doivent être compatibles avec la résistance à la rupture du sol : C'est le problème de la **capacité portante**.

La contrainte de cisaillement le long du plan de rupture est donnée par :

- Pour un sol pulvérulent :  $\tau = \sigma \cdot \text{tg}\phi$
- Pour un sol cohérent :
  - A court terme :  $\tau = C_u$
  - A long terme :  $\tau = c' + \sigma' \text{tg} \phi'$

La **capacité portante** est la pression maximale que peut supporter le sol avant la rupture.

La **contrainte admissible** est la pression maximale qui puisse être appliquée par une structure sur le sol, sans qu'il y ait des tassements excessifs et des risques de rupture du sol

## 2- Calcul de capacité portante

Dans le cas d'une semelle filante de largeur  $B$ , encastrée à une profondeur  $D$  dans le sol et soumise à une charge verticale centrée (fig 6.2), l'équation générale de la charge limite est :

$$q_l = \frac{1}{2} \gamma_2 B N_\gamma + c N_c + (q + \gamma_1 D) N_q \quad (6.1)$$

$N_\gamma$ ,  $N_q$ ,  $N_c$  : facteurs de portance donnés en fonction de l'angle de frottement interne du sol  $\phi$  sous la base de la fondation

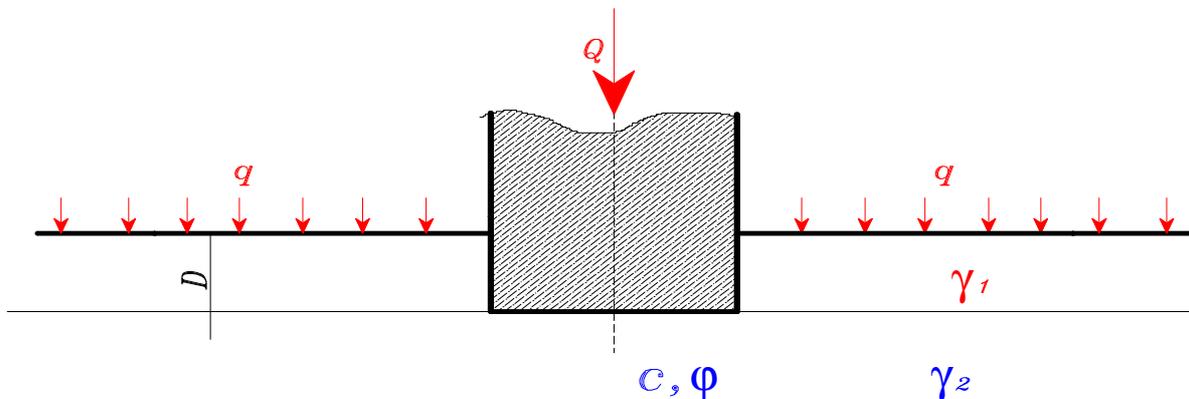


fig 6.2

## 2-1 Rupture à court terme et à long terme

A court terme, Les calculs sont menés en contraintes totales en utilisant  $c_u$  et  $\phi_u = 0$  ( $N_\gamma = 0$ ,  $N_q = 1$  et  $N_c = 5,14$ )

$$q_1 = 5 \quad u + (q + \gamma_1 D) \quad (6.2)$$

A long terme, les calculs sont menés en contraintes effectives avec  $c'$  et  $\phi'$

$$q_1 = \frac{1}{2} \gamma_2 B N_\gamma + c' N_c + (q + \gamma_1 D) N_q \quad (6.3)$$

## 2-2 Effet de la présence d'une nappe

Il y a lieu de déjauger les poids volumiques si les sols correspondants sont immergés :

- Pour une nappe affleurant à la surface du sol (sol saturé) :

$$qu = \frac{1}{2} \gamma_2 B N_\gamma + c' N_c + (q + \gamma_1 D) N_q \quad (6.4)$$

- Pour une nappe à grande profondeur (sol sec ou humide) :

$$qu = \frac{1}{2} \gamma_2 B N_\gamma + c' N_c + (q + \gamma_1 D) N_q \quad (6.5)$$

## 2-3 Influence de la forme de la semelle

L'équation générale de la capacité portante est modifiée par l'introduction des coefficients de forme :  $S_\gamma$ ,  $S_c$ ,  $S_q$

$$q_1 = \frac{1}{2} \gamma_2 B N_\gamma S_\gamma + c' N_c S_c + (q + \gamma_1 D) N_q S_q \quad (6.6)$$

Tableau 6.1 - Coefficients de forme

Fondations	Rectangulaires	Carrées	Circulaires
$S_\gamma$	1-0.2B/L	0.8	0.6
$S_c$	1+0.2B/L	1.2	1.3
$S_q$	1	1	1

## 2-4 Influence de l'excentrement de la charge

Si l'excentricité « e » est parallèle à « B », on remplace dans tout ce qui précède B par une largeur réduite  $B' = B - 2.e$

Si l'excentricité « e' » est parallèle à « L », on remplace L par une longueur réduite  $L' = L - 2.e'$ .

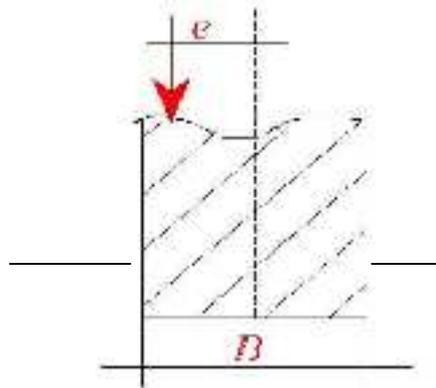


Figure 6.3

La charge de rupture **QL** est :

- $QL = q_l \cdot B' \cdot L'$  (semelle rectangulaire ou carrée)
  - $QL = q_l \cdot \pi \cdot B' \cdot B / 4$  (semelle circulaire)
- (6.7)

## 2-5 Influence de l'inclinaison de la charge

L'équation générale de la capacité portante est modifiée par l'introduction des coefficients minorateurs :  $i_\gamma$ ,  $i_c$  et  $i_q$

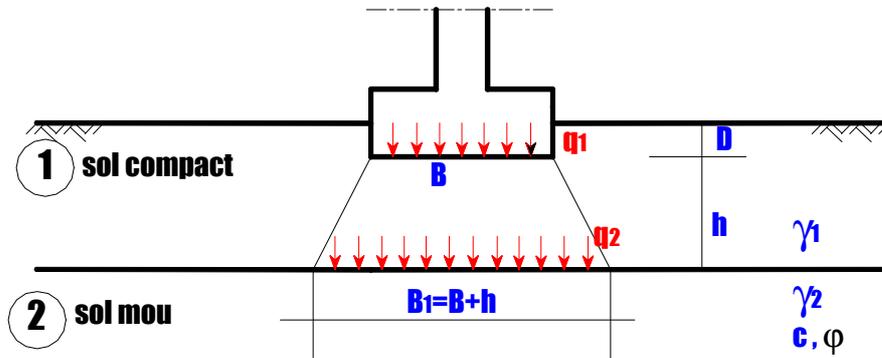
$$q_u = \frac{1}{2} \gamma_2 B \lambda i_\gamma + \frac{c}{N} c i_c + (q + \gamma_1 D) N_q i_q \quad (6.8)$$

Pour une inclinaison  $\delta$  de la charge par rapport à la verticale, le DTU 13.12 propose les relations suivantes pour les coefficients d'inclinaison :

- $i_\gamma = (1 - \delta/\phi')^2$
  - $i_c = i_q = (1 - 2\delta/\pi)^2$
- (6.9)

## 2-6 Cas d'un sol bicouche

On utilise dans la pratique la méthode de la semelle fictive qui consiste à diffuser la pression sous un angle de répartition de l'ordre de 27° (fig 6.4 )



*Figure 6.4*

On calcule la portance du sol (2) sous l'effet de la pression  $q_1$  , avec :

$$q_2 = q_1 \frac{B}{B+h} + \gamma_1 h_1 \quad (6.10)$$

## 3- Calcul de la contrainte admissible

On prend pour la pression admissible :

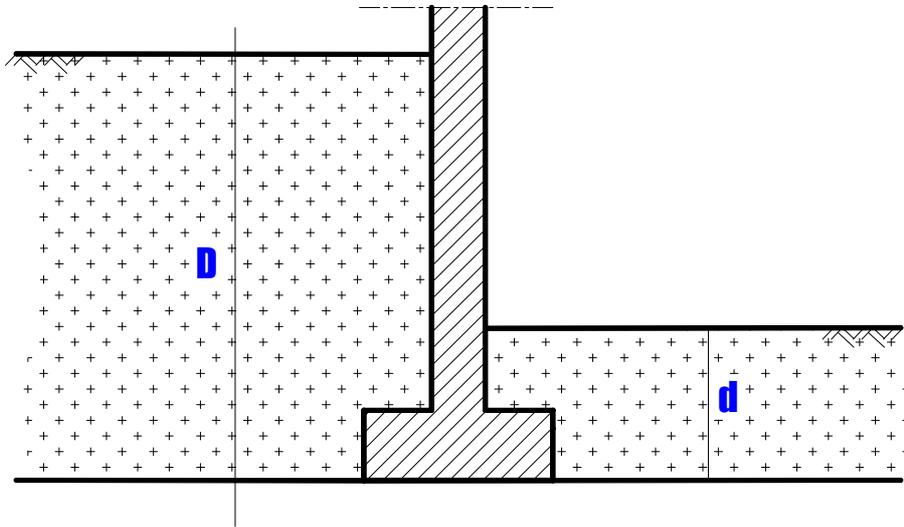
$q_{adm} = \text{charge des terres enlevées} + \text{capacité portante nette}$

$$q_{adm} = \gamma \frac{D}{m} + \frac{q_1 - \gamma D}{F_s} \quad (6.11)$$

$F_s$  étant le coefficient de sécurité pris généralement égal à 3.

On vérifie ensuite que la pression moyenne appliquée sous la fondation est inférieure à  $q_{adm}$ .

**N.B :** Dans le cas d'une semelle posée à une profondeur  $d$  en fond de fouille après un premier creusement de  $D$  ( cave, sous-sol, etc ...) : fig6.5



*fig 6.5*

$$q_a = \gamma \frac{d}{D} + \frac{q_1 - \gamma}{F}$$

Avec  $q = \frac{1}{2} \gamma B + c + (\gamma) N_q$

$\frac{I}{N} \quad \frac{c}{N} \quad \frac{d}{c}$

## QUESTIONS A DEBATTRE

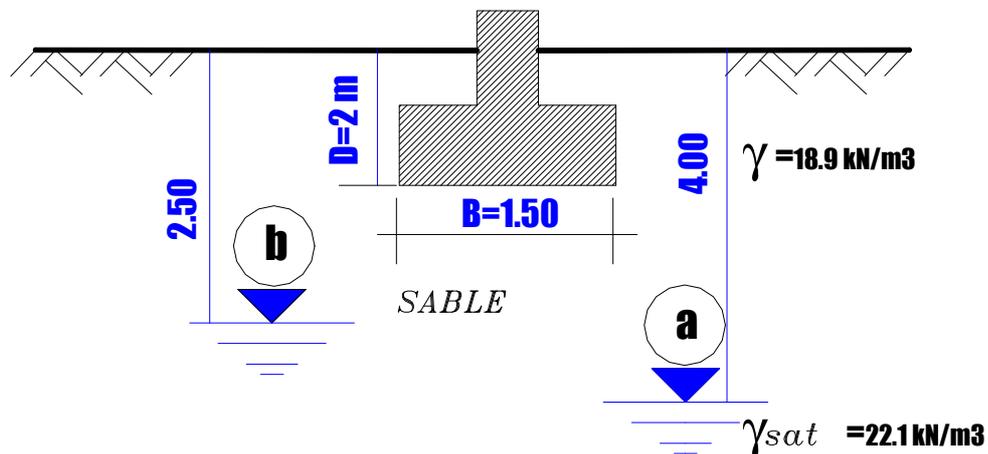
- 1- Distinguer les divers types de fondations superficielles?
- 2- Pour un ouvrage reposant sur des fondations de différents types, quel sorte de tassement peut se produire ?
- 3- Si on demande votre avis (sommaire) sur le choix du type de fondation, quels documents vous devez consulter avant de répondre.
- 4- Définir les expressions « capacité portante admissible » et « capacité portante à la rupture »
- 5- Quels sont les trois parties, ou termes, de l'équation générale de la capacité portante ?
- 6- Enumérer les facteurs et les paramètres d'état du sol dont on tient compte lors du calcul de capacité portante.

### Exercice1

Calculer la capacité portante sous la semelle filante dans les deux cas :

- La nappe est au niveau (a).
- La nappe est au niveau (b).

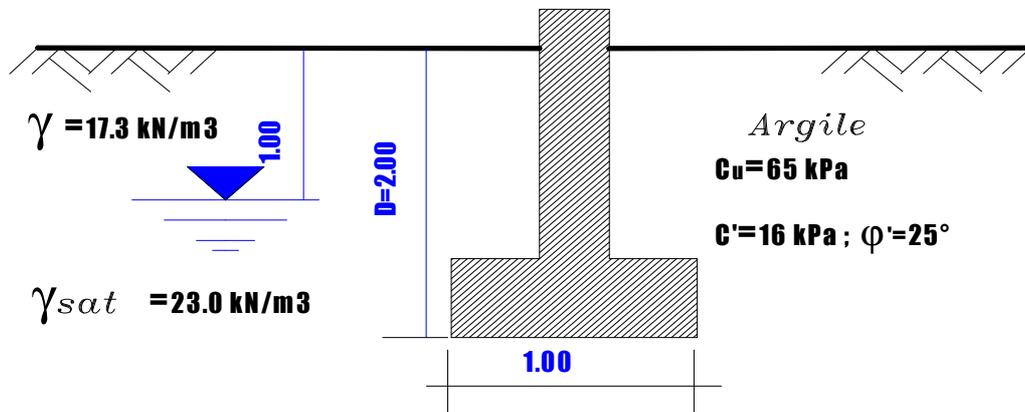
L'angle de frottement interne du sol est  $30^\circ$



***Semelle filante reposant sur le sable***

### Exercice2

Une semelle filante de 1 m de largeur repose sur une argile saturée. Calculer la capacité portante admissible de l'argile à court et à long terme en utilisant un coefficient de sécurité égal à 3.

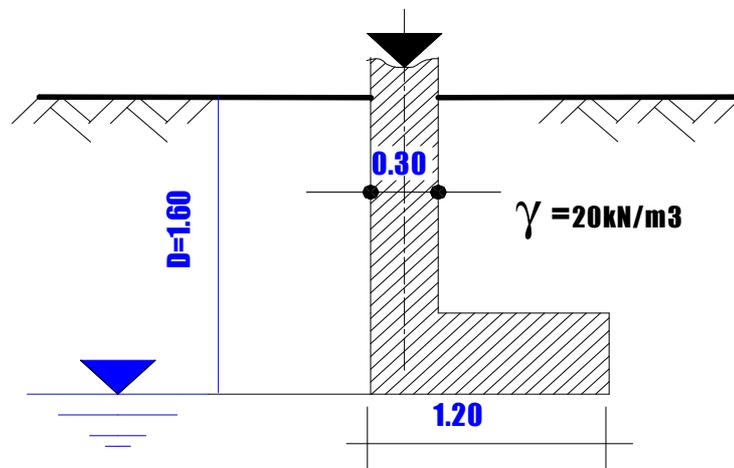


***Semelle filante sur une argile saturée.***

### Exercice3

Au niveau d'un mur mitoyen, on était contraint de réaliser une semelle rectangulaire ayant comme dimensions  $B = 1.20 \text{ m}$ , et  $L = 1.00 \text{ m}$ . La charge transmise par le poteau est alors excentrée de 45 cm dans la direction parallèle à B. Le sol support est pulvérulent de poids volumique  $20 \text{ kN/m}^3$  et d'angle de frottement interne  $35^\circ$ .

Déterminer la capacité portante admissible de ce sol en utilisant un coefficient de sécurité  $F = 3$

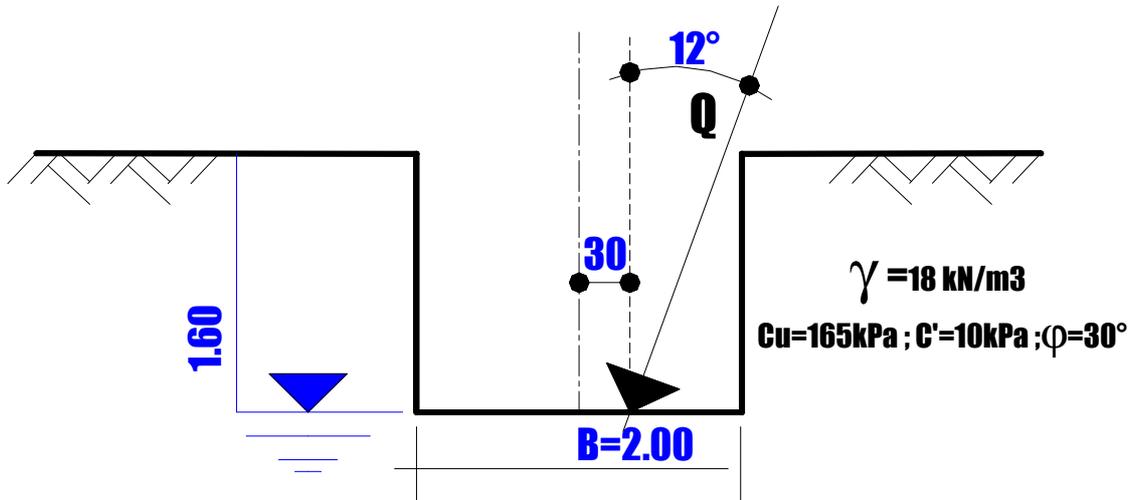


***Semelle rectangulaire excentrée.***

#### **Exercice 4**

Sur un sol très compact, on construit à 1.60 m de profondeur une semelle filante de largeur  $B = 2$  m produisant une charge  $Q = 250$  kN/ml, inclinée de  $30^\circ$  et excentrée de 30 cm.

Calculer les coefficients de sécurité à court et à long terme.



***Semelle filante avec charge excentrée et inclinée***

## ELEMENTS DE CORRECTION

### Exercice1

*Nappe en (a) :*

La nappe phréatique se trouve sous la profondeur d'influence de la semelle  
 $H_w > (D+B)$  puisque  $4 > (2+1.5)$

Pour  $\phi = 30^\circ \Rightarrow$  abaques 6-1, on a :  $N_\gamma = 18.10$ ,  $N_q = 18.4$ ,  $N_c = 30.00$

Les facteurs de formes pour une semelle filante sont égaux à 1. Pas de facteurs d'inclinaison, ni d'excentricité. D'où :

$q_{adm} = (q_{net} / F_s) + \gamma \cdot D$  telle que  $q_{net} = q_l - \gamma \cdot D$  et  $F_s = 3$

$$q_l = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma + (\gamma D) N_q$$

$$q_l = (1/2 \cdot 18.9 \times 2 \times 18.1) + (18.9 \times 2 \times 18.4) = 1037.61 \text{ kPa.}$$

$$q_{net} = 1037.61 - (18.9 \times 2) = 999.81 \text{ kPa}$$

$$\mathbf{q_{adm} = 999.81/3 + (18.9 \times 2) = 371.07 \text{ kPa}}$$

*Nappe en (a) :*

La nappe phréatique se trouve à une profondeur intermédiaire entre la profondeur de la semelle et la profondeur d'influence de la semelle. Il faut alors déjauger le sol dans le terme de surface.

$$q_l = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma + (\gamma D) N_q = 856.60 \text{ kPa}$$

$$q_{net} = 856.6 - 8.9 \times 2 = 838.8 \text{ kPa}$$

$$\mathbf{q_{adm} = 297.4 \text{ kPa}}$$

### Exercice2

A court terme:

$\phi_u = 0 \Rightarrow$  abaques 6-1 on a :  $N_\gamma = 0$ ,  $N_q = 1$ ,  $N_c = 5.14$

$$\mathbf{q_{adm} = 120.7 \text{ kPa}}$$

A Long Terme:

$\phi' = 25^\circ \Rightarrow$  abaques 6-1 on a :  $N_\gamma = 8.10$ ,  $N_q = 10.70$ ,  $N_c = 20.70$

$$\mathbf{q_{adm} = 227.6 \text{ kPa}}$$

### Exercice3

A Court Terme :  $\mathbf{q_{adm} = Q/1.4}$        $\mathbf{F_s = 4.20}$

A long terme :  $\mathbf{F_s = 4.40}$

## CHAPITRE 7

# POUSSEE ET BUTEE DES TERRES

### 1- Introduction

Les sols exercent des pressions verticales sur les couches sous-jacentes, ce qui engendre des pressions horizontales dites « poussées des terres ». Un ouvrage de soutènement doit être alors conçu de manière à résister à cette poussée.

Pour un massif de sol, on distingue trois états d'équilibre :

- **état au repos** : le rapport entre la contrainte horizontale effective et la contrainte verticale effective s'exprime au moyen du **coefficient de pression des terres au repos  $K_0$** .

$$K_0 = \sigma'_h / \sigma'_v$$

$$\text{Alors } \sigma'_h = \sigma'_v \cdot K_0 \quad (7.1)$$

- **état actif** ou **de poussée**.
- **état passif** ou **de butée**.

### 2- La théorie de Rankine

L'équilibre des contraintes dans un sol est exprimé par l'enveloppe de rupture (courbe intrinsèque) issue de l'équation de Coulomb :  $\tau = c + \sigma' \operatorname{tg} \varphi$ .

L'état de contrainte agissant sur un élément de sol  $(\sigma'_h, \sigma'_v)$  est représenté par le cercle de Mohr. Rappelons que pour garder l'équilibre de l'élément de sol, le cercle doit être toujours à l'intérieur de l'enveloppe de rupture (fig 7.1)

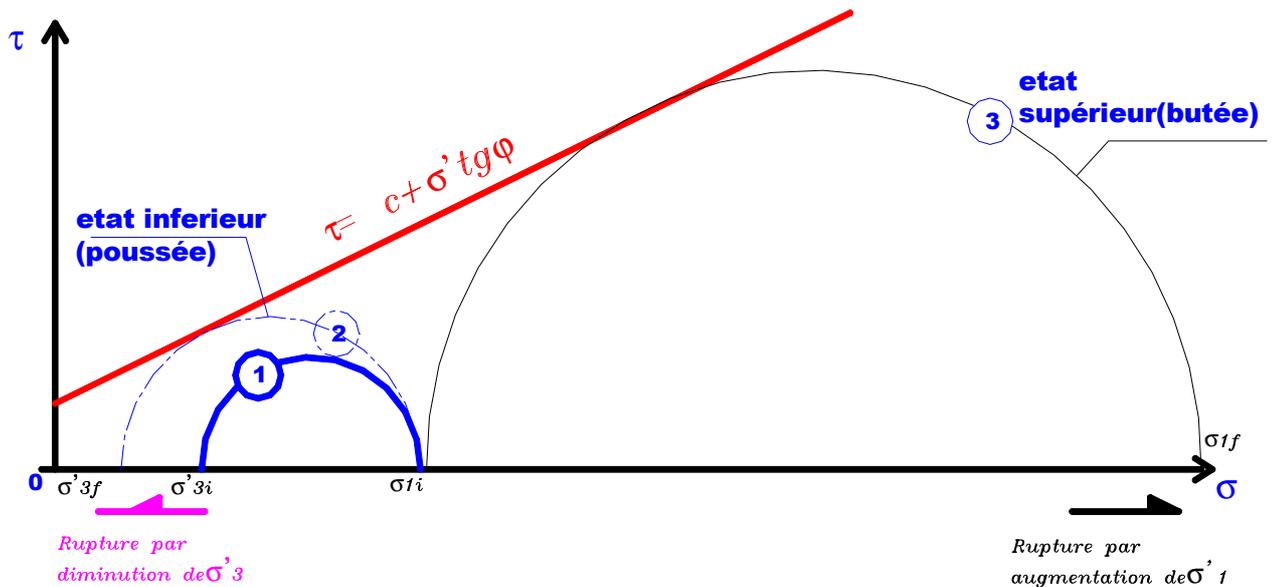


Fig 7.1 Les Trois états d'équilibre d'un sol

Les cercles représentent trois états différents des contraintes d'un élément de sol.

**Cercle1** : exprime l'état d'équilibre au repos. La contrainte de cisaillement agissant sur l'élément est inférieure à la résistance au cisaillement du sol : pas de risque de rupture.

**Cercle2** et **cercle 3** : Si la contrainte horizontale diminue  $\sigma_{3i}$  ou la contrainte verticale  $\sigma_{1i}$  augmente, le cercle1 ira en augmentant jusqu'à ce qu'il touche l'enveloppe de rupture. A ce moment les contraintes seront plus fortes que la résistance au cisaillement du sol, ce qui entraînera une rupture le long d'un plan de cisaillement.

**Pour qu'un relâchement de la contrainte horizontale contre un ouvrage de soutènement entraîne la rupture du sol, le mur doit nécessairement être flexible : c'est ce sur quoi s'appuie la théorie de Rankine.**

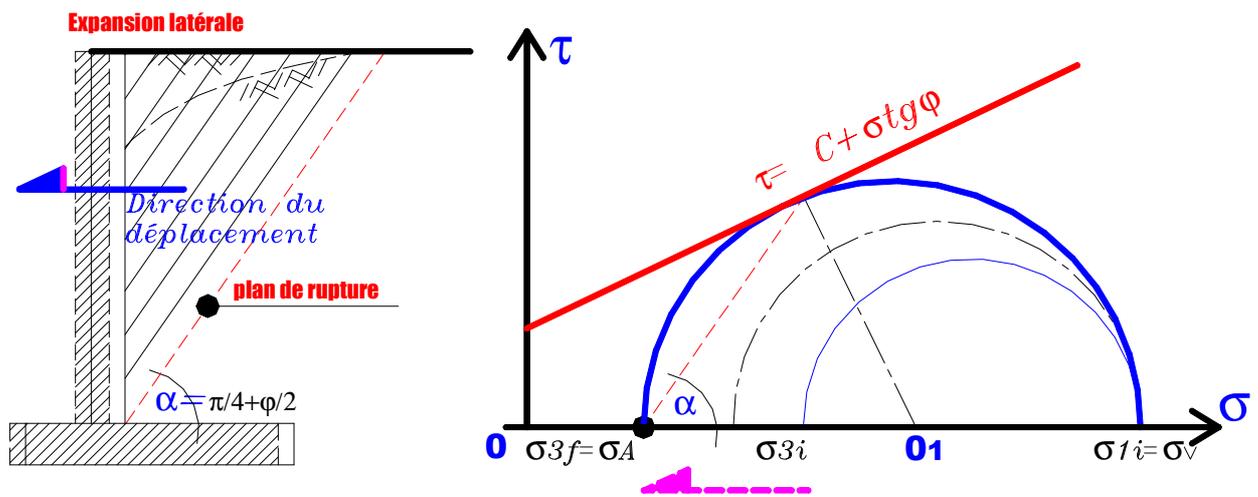
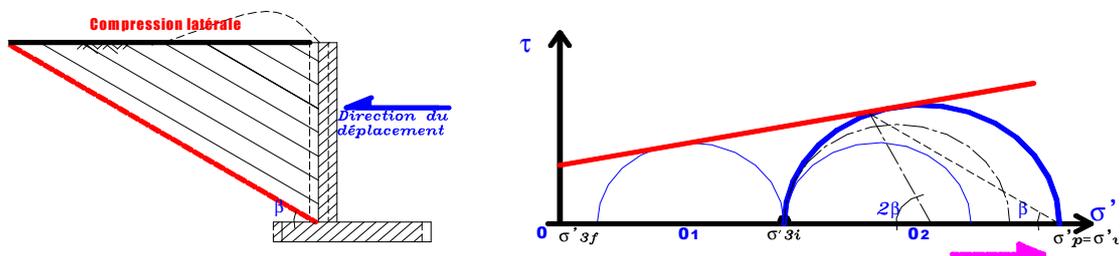


fig 7.2 Etat de poussée

$$\sigma'_A = K_A \cdot \sigma'_v$$

$K_A$ : Coefficient de poussée



Remarquons que  $K_A \cdot K_P = 1$

Fig 7.3 Etat de butée

$$\sigma'_p = K_P \cdot \sigma'_v$$

$K_P$ : Coefficient de butée

## 2-1 Massif à surface horizontale

### b) Cas d'un sol pulvérulent

Pour déterminer le coefficient de poussée, il suffit d'établir une relation entre

$\sigma'_A, \sigma'_v$  et l'angle de frottement interne  $\phi$ , on aura :

$$\text{- en poussée : } \quad \sigma'_A = K_A \sigma'_v \quad (7.2)$$

$$\text{- en butée : } \quad \sigma'_P = K_P \sigma'_v \quad (7.3)$$

$$\text{avec : } K_A = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) = N_\phi \quad \text{et} \quad K_P = \frac{1}{K_A} \quad (7.4)$$

### c) Cas d'un sol cohérent et frottant:

- A court terme : ( $c_u \neq 0$  ;  $\phi_u = 0$ )

$$\sigma_A = \sigma_v - 2C_u \quad (7.5)$$

$$\sigma_P = \sigma_v + 2C_u \quad (7.6)$$

Les résultats sont exprimés en terme de contraintes totales.

- A long terme : ( $c' \neq 0$  ;  $\phi' \neq 0$ )

$$\sigma'_A = K_A \sigma'_v - 2C' \sqrt{K_A} \quad (7.7)$$

$$\sigma'_P = K_P \sigma'_v + 2C' \sqrt{K_P} \quad (7.8)$$

## 2-2 Massif à surface inclinée

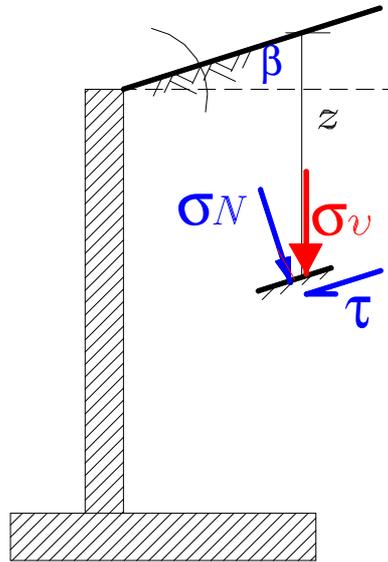


figure 7.3

La contrainte verticale appliquée à une profondeur  $z$  sur une facette parallèle au talus est :

$$\sigma_v = \gamma \cdot z \cdot \cos \beta \quad (7.9)$$

Par projection :

$$\sigma_N = \sigma_v \cos \beta = \gamma \cdot z \cdot \cos^2 \beta \quad (7.10)$$

$$\tau = \sigma_v \sin \beta = \gamma \cdot z \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta \quad (7.11)$$

Les contraintes de poussée et de butée se calculent de la même manière que précédemment mais en utilisant les coefficients suivants :

$$K_A(\beta) = \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}} \quad K_P(\beta) = \frac{1}{K_A(\beta)} \quad (7.12)$$

### 3- Calcul des efforts de poussée et de butée

#### 3-1 Massif à surface horizontale

##### a) cas d'un sol pulvérulent

En exprimant la contrainte verticale en fonction du poids volumique du sol, on aura :  $\sigma'_A = K_A \cdot \gamma \cdot h$  qui sera représentée par le diagramme suivant (fig 7.4)

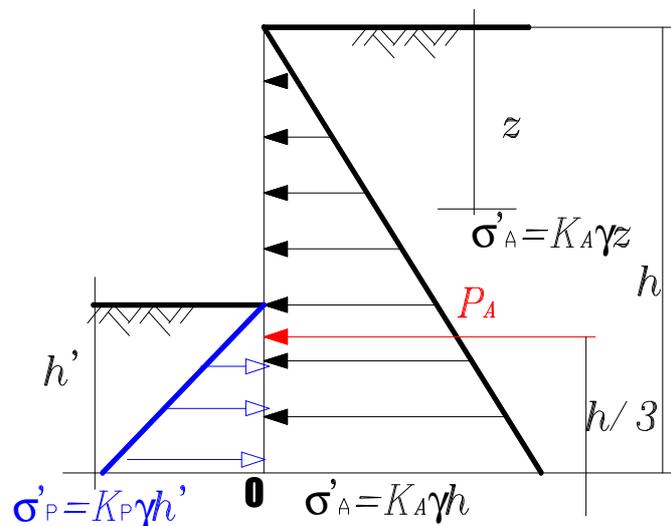


fig 7.4 Forces de poussée et de butée

**Poussée :**

$$P_A = \int_0^h \sigma'_A = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_A \quad \text{située à } h/3 \text{ par rapport à } O \quad (7.12)$$

**Butée :**

$$P_P = \int_0^h \sigma'_A = \frac{1}{2} \gamma h'^2 K_P \quad \text{située à } h'/3 \text{ par rapport à } O \quad (7.13)$$

Lorsqu'une surcharge uniformément répartie est appliquée à la surface du sol, à une profondeur  $z$ ,  $\sigma_v = \gamma \cdot z + q$

La contrainte de poussée est :  $\sigma_A = K_A \cdot (\gamma \cdot z + q) \quad (7.14)$

La contrainte de butée est :  $\sigma_P = K_P \cdot (\gamma \cdot z + q) \quad (7.15)$

Puisque  $q$  est constante, sa répartition le long du mur est un rectangle de surface  $(q.h)$  ; la poussée résultante s'applique à  $h/2$  du mur :

$$P_A = K_A q h \quad (7.16)$$

Et par analogie, la butée résultante s'applique à  $h'/2$  du mur :

$$P_P = K_P q h \quad (7.17)$$

Si le sol est saturé, l'action de l'eau est équivalente dans toutes les directions. La poussée de l'ouvrage de soutènement est indépendante des coefficients de poussée et de butée. Elle a une répartition triangulaire comme d'habitude :

$$P_\omega = \frac{1}{2} \gamma_\omega h_\omega \quad (7.18)$$

$h_\omega$  : hauteur de l'eau sur l'ouvrage

### **b) Cas d'un sol cohérent et frottant**

On a démontré que :

A long terme :  $\sigma'_A = K_A \sigma'_v - 2C' \sqrt{K_A}$

Avec  $K_A = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)$

et  $\sigma'_P = K_P \sigma'_v + 2C' \sqrt{K_P}$

Avec  $K_P = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$

les forces de poussée et de butée s'écrivent :

$$P_A = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_A - 2c' \sqrt{K_A} \cdot h \quad (7.19)$$

$$P_P = \frac{1}{2} \gamma h'^2 K_P + 2c' \sqrt{K_P} \cdot h' \quad (7.20)$$

A court terme :  $\sigma'_A = \gamma \cdot h - 2cu$  et  $\sigma'_p = \gamma \cdot h' + 2cu$  et les forces sont :

$$P_A = \frac{1}{2} \gamma h^2 - 2cu \cdot h \quad (7.21)$$

$$P_P = \frac{1}{2} \gamma h'^2 + 2cu \cdot h' \quad (7.22)$$

### 3-2 Massif à surface inclinée d'un angle ( $\beta$ )

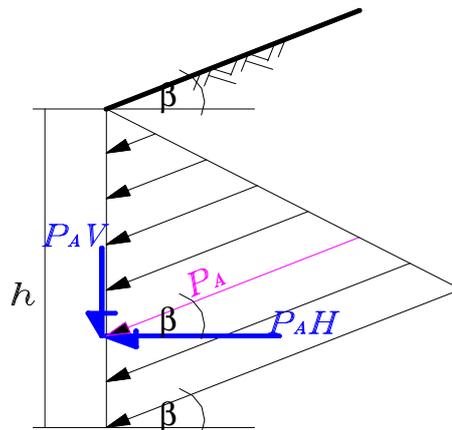


fig 7.5 Massif a surface incliné

Si le sol est pulvérulent, à une profondeur z :

**En poussée :**

$$\sigma'_A = \gamma \cdot z K_A(\beta) \cos \beta$$

$$P_A = \frac{1}{2} \gamma \cdot h^2 K_A(\beta) \cos \beta \quad (7.23)$$

Cette force de poussée a deux composantes :

$$P_{AH} = P_A \cos \beta \quad P_{AV} = P_A \sin \beta \quad (7.24)$$

**En butée :**

$$\sigma'_P = \gamma \cdot z K_P(\beta) \cos \beta$$

$$P_P = \frac{1}{2} \gamma \cdot h^2 K_P(\beta) \cos \beta \quad (7.25)$$

De la même manière que la force de poussée, la force de butée se décompose en deux foces.  $P_{PH} = P_P \cos \beta$  et  $P_{AV} = P_P \sin \beta$

Pour un sol cohérent et frottant, l'effet de la cohésion se retranche de la poussée et s'ajoute à la butée.

$$P_A = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_A(\beta) - 2c' \sqrt{K_A} \quad (7.26)$$

$$P_P = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_p(\beta) + 2c' \sqrt{K_P} \quad (7.27)$$

### 3-3 Massif en plusieurs couches hétérogènes

Les méthodes de calcul citées précédemment restent valables. Mais, les contraintes de poussée ou de butée doivent être calculées à l'interface des couches en tenant compte des paramètres de chacune d'elles. Pour l'exemple de la figure 7.6 suivante, les contraintes de poussée aux points A, B et C sont :

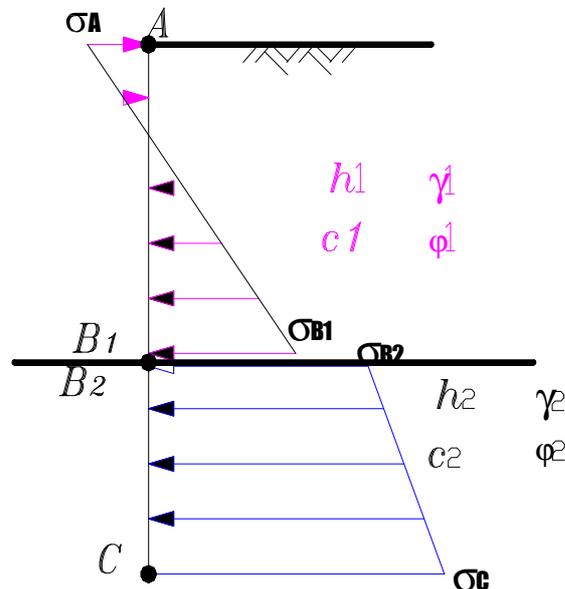


figure 7.6

$$\sigma_A = -2c_1 \sqrt{K_{A1}} \quad \text{avec}$$

$$K_A = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)$$

$$\sigma_{B1} = K_{A1} \gamma_1 h_1 - 2c_1 \sqrt{K_{A1}}$$

$$\sigma_{B2} = K_{A2} \gamma_1 h_1 - 2c_2 \sqrt{K_{A2}}$$

$$\sigma_C = \sigma_{B2} + K_{A2} \gamma_2 h_2$$

#### 4- La stabilité des murs de soutènement

Deux types de murs de soutènement sont envisageables : les murs poids en maçonnerie ou en béton et les murs cantilevers en béton armé

Pour qu'un mur de soutènement soit stable, il ne doit ni **glisser**, ni se **renverser**, ni **poinçonner** le sol de fondation.

##### 4.1 Vérification vis-à-vis du glissement

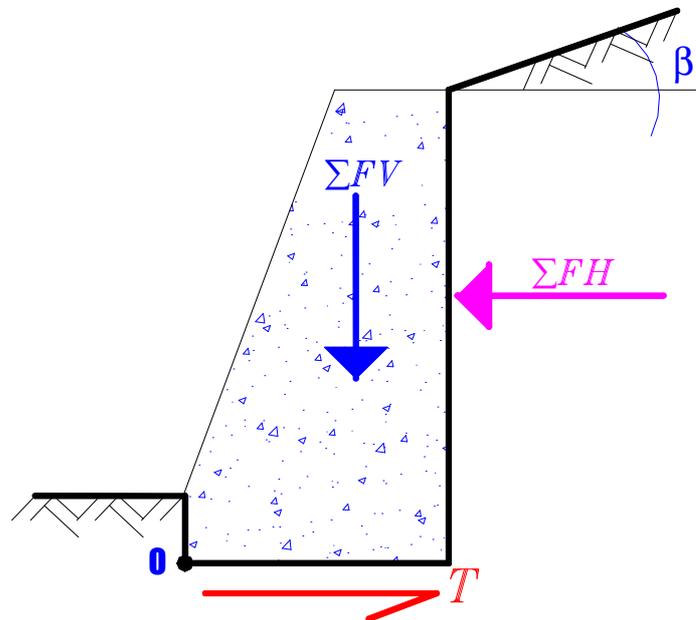


fig 7.7 Forces appliquées à un mur de soutènement

La poussée active est la seule force qui tend à faire glisser un mur de soutènement sur sa base. La résistance au glissement par le frottement entre le matériau constituant le mur et le sol support (T).

On calcule le coefficient de sécurité **F<sub>s</sub>** :

$$F_s = \frac{T}{\sum F_H} = \frac{\bar{c}.B + \sum F_v.tg\bar{\varphi}}{\sum F_H} \quad (7.28)$$

Pour que le mur soit stable :

- **F<sub>s</sub> >1.5 si on néglige la butée.**
- **F<sub>s</sub> >2 si on tient compte de la butée**

$tg\bar{\varphi}$ : coefficient de frottement entre le sol de fondation et la base du mur

$\bar{c}$ : cohésion réduite.

On prendra en général :

$$\frac{\varphi}{3} \leq \bar{\varphi} \leq \varphi \quad \text{et} \quad \bar{c} = c \text{ (à long terme)} \quad \bar{c} = cu \text{ (à court terme)}.$$

#### **4-2 Vérification vis-à-vis du renversement**

Pour s'assurer qu'un mur ne basculera pas autour du point aval le plus éloigné sous la semelle(point O), il faut connaître la valeur des moments résistants (stabilisateurs) et des moments moteurs (de renversement) par rapport au point(O). On calcule le coefficient de sécurité **F<sub>s</sub>** :

$$F_s = \frac{\sum \text{Moments résistants}}{\sum \text{moments moteurs}} \quad (7.29)$$

Pour que le mur soit stable :

- **F<sub>s</sub> >1.5 si on néglige la butée.**
- **F<sub>s</sub> >2 si on tient compte de la butée**
-

### **4-3 Vérification vis-à-vis de la portance du sol de fondation**

La résultante des forces doit se situer à l'intérieur du noyau central de façon que la pression entre la semelle et le sol soit positive en amont ; en aval, cette pression de contact ne doit pas être supérieure à la capacité portante admissible du sol. Pour déterminer le lieu de passage de cette résultante, on doit calculer le moment total autour du point (O) :

$$M_{résultant} = \sum M(\text{moteurs}) - \sum M(\text{résistants}) = Mrn$$

L'excentricité de la force par rapport au point O est :

$$e_o = \frac{Mrn}{\sum F_v}$$

L'excentricité de la force par rapport au centre de la semelle est :

$$e_c = \frac{B}{2} - e_o$$

On calcule alors les contraintes à l'aval et à l'amont de la semelle ( $\sigma_{\max}$ ) et ( $\sigma_{\min}$ )

$$\sigma_{\max} = \frac{\sum F_v}{B} \left( 1 + \frac{6e_c}{B} \right) \leq q_{adm} \quad (7.30)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{\sum F_v}{B} \left( 1 - \frac{6e_c}{B} \right) \geq 0 \quad (7.31)$$

## **5- Les rideaux de palplanches**

### **5-1 Les types constructifs de palplanches**

Les rideaux de palplanches métalliques, sont très utilisés dans les ouvrages, aussi bien provisoires que définitifs. Cependant, l'étude de leur stabilité dépend de leur mode de fonctionnement. On distingue alors :

- **Les rideaux simplement encastrés en pied**, dont la stabilité est assurée par la réaction du sol de la partie enterrée, appelée fiche. C'est le cas essentiellement des batardeaux.
- **Les rideaux encastrés en pied et ancrés** dont la stabilité, outre la réaction sur la fiche, est due à un ou plusieurs ancrages enterrés dans le sol. C'est le cas des murs de quai, etc..
- **Les rideaux simplement butés en pieds et ancrés.**

### 5-1 Les rideaux simplement encastrés en pied :

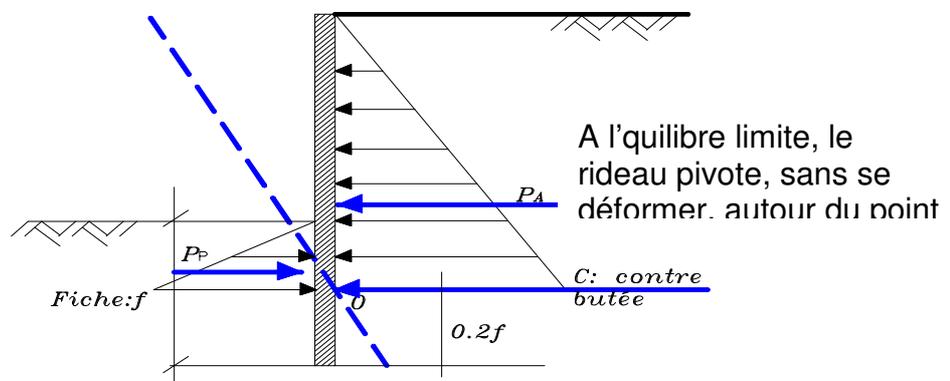


figure 7.8 Rideau simplement encastré

Les inconnues sont : la fiche « f » et la contre butée « C ».

Le principe fondamental de la statique, nous fourni deux équations :

$$\{\sum F = 0\} \text{ et } \{\sum Mo = 0\}$$

Ainsi le système sera isostatique et résolvable :

On aura la longueur de la palplanche et les efforts qui lui sont appliqués.

En traçant les diagrammes des moments fléchissants et des efforts tranchants, on peut

Pour dimensionner la palplanche selon son module de résistance(  $I / v$  ) en appliquant l'équation de la résistance des matériaux :

$$\frac{M}{I} \cdot \frac{I}{v} \leq \sigma_a \quad (7.32)$$

## 5-2 Les rideaux ancrés simplement butés en pied

La méthode simplifiée de calcul consiste à ne pas tenir de la contre-butée. Le problème est alors isostatique et se résout en appliquant le principe fondamental de la statique :

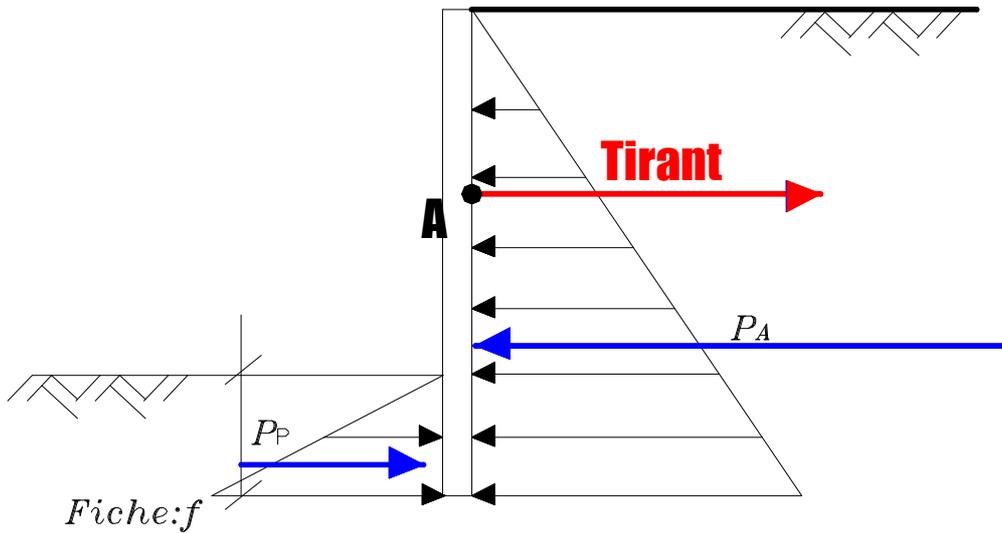


fig7.9 Rideau ancré simplement butée

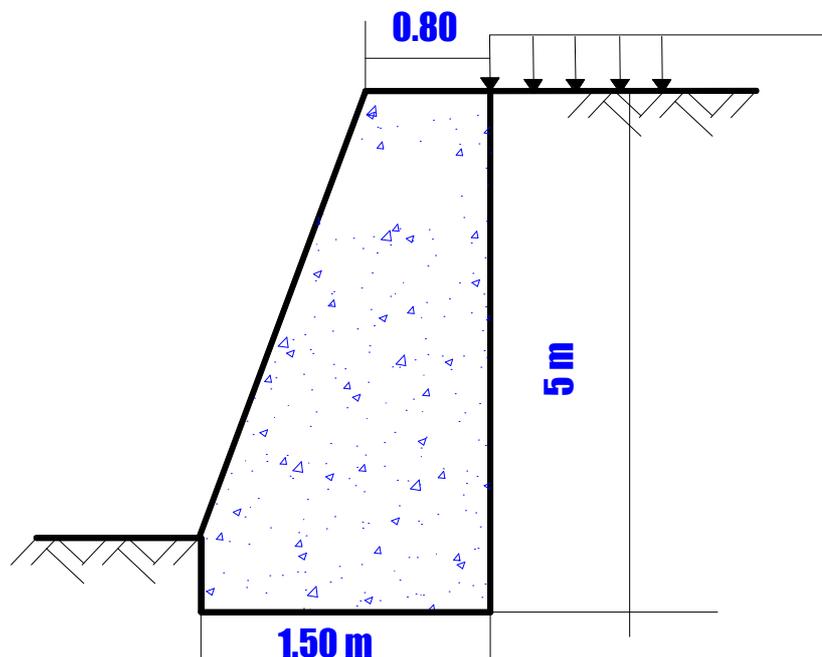
$$\left\{ \sum F = 0 \right\} \text{et} \left\{ \sum M_F / A = 0 \right\}$$

## QUESTIONS A DEBATTRE

- 1- A l'aide des cercles de Mohr, expliquer le principe de base des poussées et des butées selon la théorie de Rankine.
- 2- Quelle est l'utilité d'un mur de soutènement ?
- 3- La stagnation d'eaux a l'amont d'un mur de soutènement est favorable ou défavorable a sa stabilité ?
- 4- Quels est le role des barbacanes dans les murs de sotènement ?
- 5- Expliquer le role des bèches dans les murs de soutènement.

### Exercice1

On veut remblayer un mur de soutènement en béton de 5 m de hauteur avec un sable de poids volumique  $18\text{kN/m}^3$  et ayant un angle de frottement interne de  $30^\circ$ .



- 1) Calculer la poussée active sur le mur en utilisant la théorie de Rankine. Le mur supporte uniquement le remblai.

2) Sachant qu'il y a une surcharge de 30kPa sur le terrain situé en amont du mur. Calculer dans ce cas la poussée active.

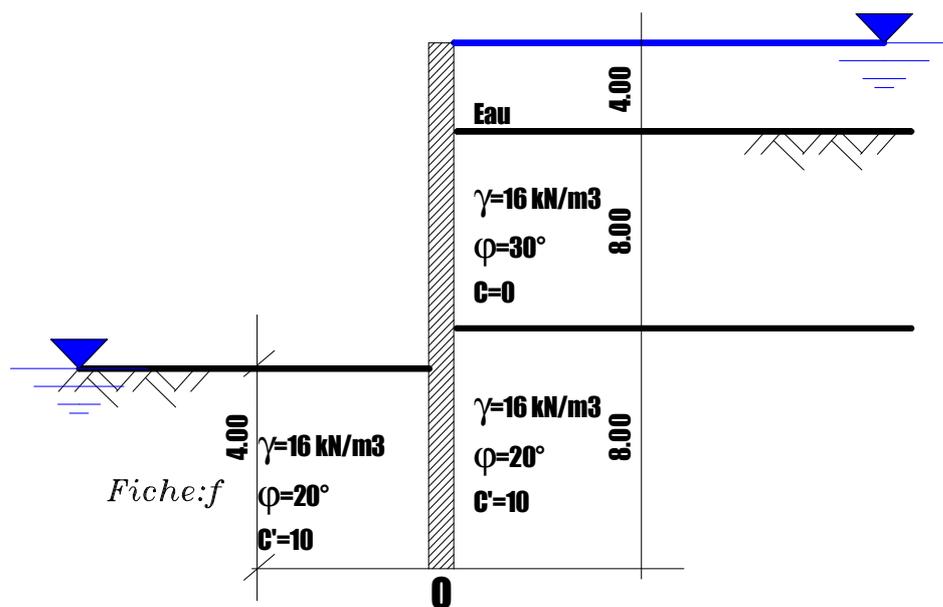
3) Vérifier la stabilité du mur au glissement et au renversement, lorsqu'il supporte le remblai et la surcharge. Le poids volumique du béton est de 25kN/m<sup>3</sup>

4) Vérifier uniquement le renversement si en plus la hauteur d'eau à l'amont est de 5 m

### Exercice 2

Un rideau de palplanches simplement encastré est représenté par le schéma suivant :

=30°



1) Tracer les diagrammes des contraintes de poussée et de butée sur le rideau de palplanches (méthode de Rankine)

2) Calculer les valeurs des forces ainsi que leurs positions par rapport au point O. En déduire les valeurs des moments.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

*\*Éléments de mécanique des sols* : François Schlosser

*\*Aide memoire de mecanique des sols : Publication de l'ENGREF*

*\*Notes de Cours de géotechnique* (IUT Paul Sabatier) : Claude Legrand

*\*Mécanique des sols Tome1 et Tome2* : J.Costet et G.Sanglerat

*\*Problèmes pratiques de mécanique de mécanique des sols* : G.Sanglerat  
G.Olilari et B. Cambou.

*\*Mécanique des sols* : V.Robitaille et D.Tremblay

*\*Fascicule 62 titreV*

*\*DTU 13.12*