

Analyse Limite et Calcul à la Rupture Contrôle des connaissances.

Problème n° 1 : *Analyse de la stabilité d'un remblai frottant reposant sur un sol purement cohérent*

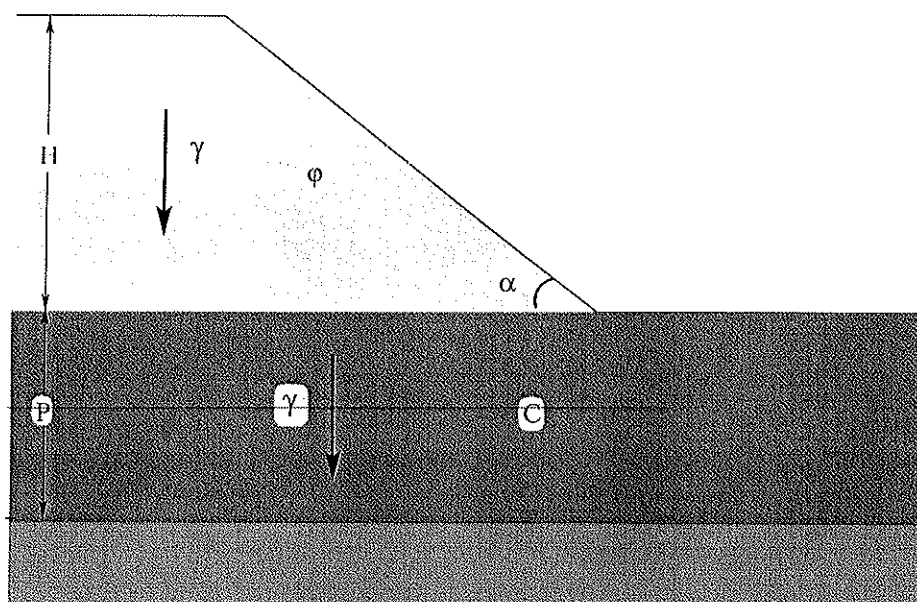


FIG. 1 –

On se propose d'analyser la stabilité, au sens du calcul à la rupture, d'un remblai de hauteur H et de pente α , construit sur une couche d'épaisseur P reposant sur un substratum supposé infiniment résistant (figure 1). Le remblai est constitué d'un sol purement frottant (critère de Mohr-Coulomb avec une cohésion nulle et un angle de frottement $\varphi > \alpha$), tandis que le sol d'assise est purement cohérent (critère de Tresca de cohésion C). Le poids volumique de ces deux sols est le même, égal à γ . **On se place dans l'hypothèse des déformations planes.**

Le travail proposé repose sur l'approche cinématique du calcul à la rupture.

1. Déterminer les ensembles des champs statiquement et cinématiquement admissible. Mettre en évidence le mode de chargement.

2. Analyse à l'aide d'un mécanisme par blocs en translation

Le mécanisme à étudier est représenté sur la figure 2. il est constitué de deux blocs polygonaux ABCDEF (noté 1), et CDELG (noté 2).

Construire l'hodographe des vitesses relatif à ce mécanisme, où l'on aura noté U le module de la vitesse du bloc 1 et θ l'inclinaison des segments BC et CG par rapport à l'horizontale. En déduire les différentes discontinuités de vitesses relatives à ce mécanisme et vérifier qu'elles sont bien pertinentes au sens du calcul à la rupture.

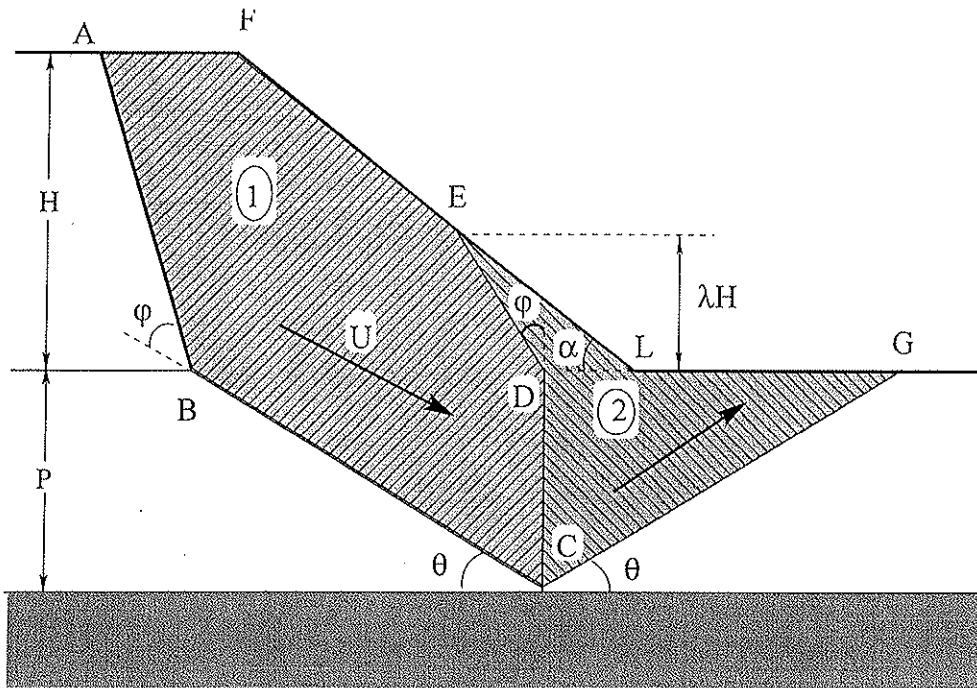


FIG. 2 -

3. Calculer la puissance résistante maximale développée dans ce mécanisme en fonction de C , U , P et θ .

4. Montrer que la puissance virtuelle des efforts extérieurs correspondante (par unité de longueur dans la direction transversale au plan de la figure) s'écrit :

$$P_e(U) = \gamma U \sin \theta (A_{ABDEF} - A_{DEL}) \quad (1)$$

où A_{ABDEF} (resp. A_{DEL}) désigne l'aire du polygone $ABDEF$ (resp. triangle DEL). Expliciter cette puissance en fonction de γ , U , H , P , α , θ , φ et λ , où λH désigne la distance verticale du point E par rapport au bas du remblai (Figure 2).

4. Donner l'expression du facteur de confiance défini comme le rapport :

$$\Gamma(U) = \frac{P_{rm}(U)}{P_e(U)} \quad (2)$$

et montrer, qu'à θ fixé, ce facteur est minimum pour $\lambda=1/2$, c'est-à-dire lorsque le point E est situé au milieu de la pente FL .

5. En prenant $\theta = \pi/4$, calculer la valeur du facteur de confiance pour le jeu de paramètres suivant : $H=P=10\text{m}$, $\alpha = 25^\circ$, $\gamma = 20\text{kN/m}^3$, $\varphi = 35^\circ$, $C=25\text{kPa}$. Conclure quant à la stabilité de l'ouvrage.

Problème n° 2 : Poussée butée d'une paroi sur un massif purement cohérent.

On étudie le problème de l'évaluation des efforts de poussée-butée (respectivement notés Q^- et Q^+) exercés par une paroi (OA) sur un massif de sol pesant (poids volumique γ), de hauteur H , reposant sur un substratum (rigide fixe), purement cohérent (critère de Tresca de cohésion C). Le contact entre le massif et le substratum est supposé à adhérence parfaite. Les données du problème et les notations correspondantes sont rappelées sur la figure 3 ci-dessus.

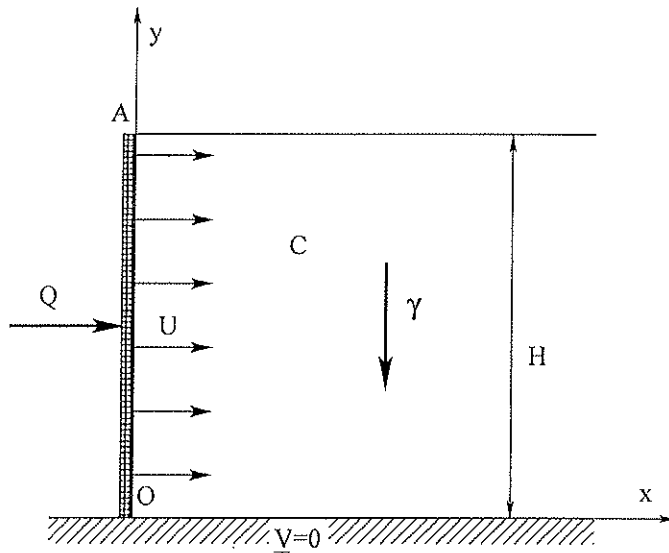


FIG. 3 -

1. Déterminer les ensembles des champs statiquement et cinématiquement admissible. Mettre en évidence le mode de chargement (on montrera que le système est soumis à deux paramètres de chargement : γ et Q).

2. On considère le champ de contrainte défini dans tout le massif par (figure 4) :

$$\sigma_{xx} = f(y) , \quad \sigma_{yy} = g(y) , \quad \text{les autres } \sigma_{ij} \text{ sont nuls} \quad (3)$$

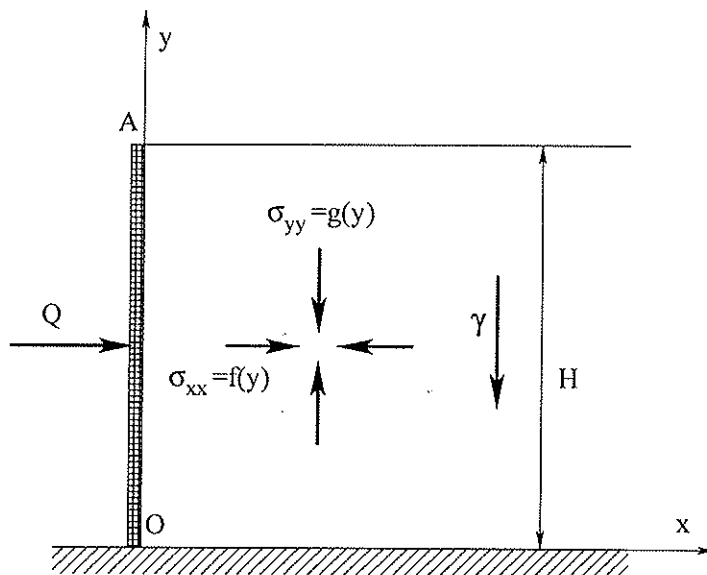


FIG. 4 -

3. Déterminer $g(y)$ pour que ce champ de contrainte soit statiquement admissible.

4. Montrer qu'il vérifie le critère de résistance du sol si est seulement si :

$$\forall y \in [0, H] : f^-(y) \leq f(y) \leq f^+(y) \quad (4)$$

où l'on calculera les bornes de l'intervalle en fonction de C , γ , H et y .

5. En déduire une approche par l'intérieur de l'intervalle $[Q^-, Q^+]$.

Exercice n°1

On considère (Fig. 5) une poutre crochet de longueur $2L+H$, encastrée en O et reposant en A sur un appui mobile. Au bout du crochet (en C) est appliquée une force horizontale d'intensité Q dirigée selon Ox (voir fig. 5). Le moment fléchissant a pour limite en valeur absolue m .

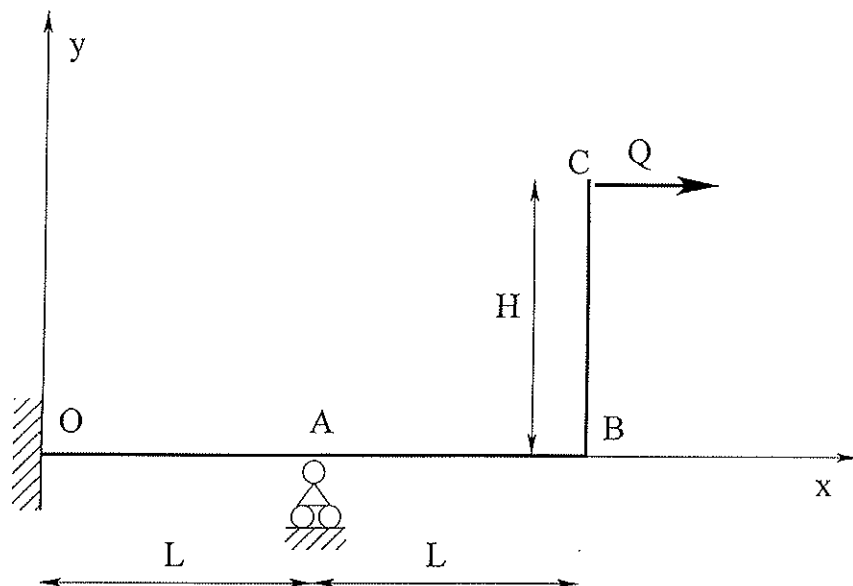


FIG. 5 -

1. En nommant Y la réaction verticale en A, donner l'expression des champs de moments statiquement admissibles $M(x)$ sous le chargement Q . En déduire le degré d'hyperstaticité du système.

2. Déterminer, par l'approche statique, une estimation de la charge extrême Q^+ de la structure. Préciser son statut.

3. Utiliser les mécanismes de rupture de la figure 6, pour exhiber par l'approche cinématique, une estimation de la charge extrême Q^+ . On précisera à nouveau son statut. Le premier mécanisme est un champ de vitesse faisant tourner le tronçon BC autour de B. Le second impose une rotation du tronçon ABC autour de A.

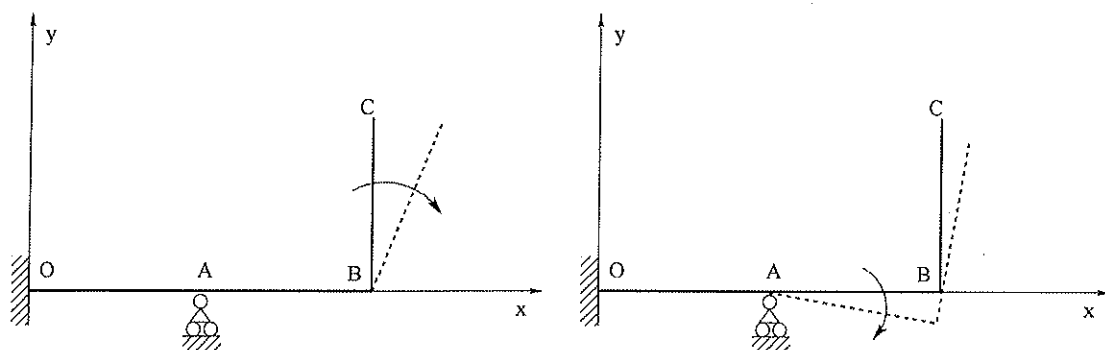


FIG. 6 -

4. Dessiner le champ de vitesse optimal. Retrouver par le théorème d'association la distribution des moments sous la charge Q^+ .

Exercice n°2

On considère (Fig. 7) un portique soumis à deux charges ponctuelles d'égale intensité Q , et constitué de tronçons homogènes de même critère de résistance ($-m \leq M \leq +m$).

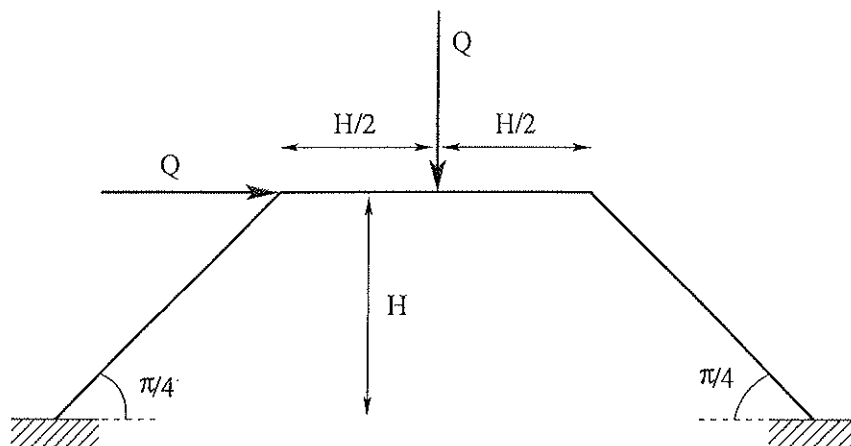


FIG. 7 -

1. Déterminer le nombre de sections potentiellement critique, ainsi que le degré d'hyperstaticité en moment de la structure. En déduire le nombre de mécanismes linéairement indépendants à étudier.

2. En étudiant le nombre suffisant de mécanismes de rupture linéairement indépendants, donner par une approche cinématique, une estimation de la charge extrême Q^+ . On précisera son statut.

4. Dessiner le champ de vitesse optimal. Retrouver par le théorème d'association la distribution des moments sous les charges Q^+ .