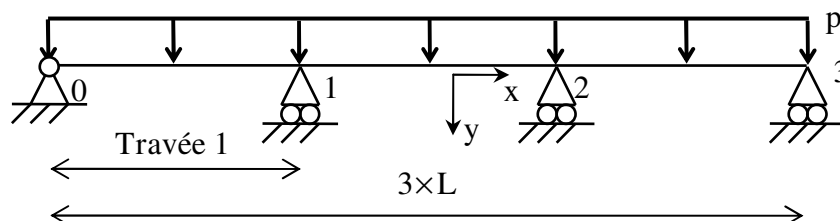


**Partie I (12 pts) :**

**Poutre hyperstatique sur 4 appuis**

On considère une poutre reposant sur 4 appuis  
 La partie entre 2 appuis consécutifs est appelée une travée



Les sollicitations sont données en annexe, il manque les valeurs, en fait on ne se rappelle que de l'effort tranchant dans la dernière section droite de la travée 1 :  $V(L) = \frac{3pL}{5}$

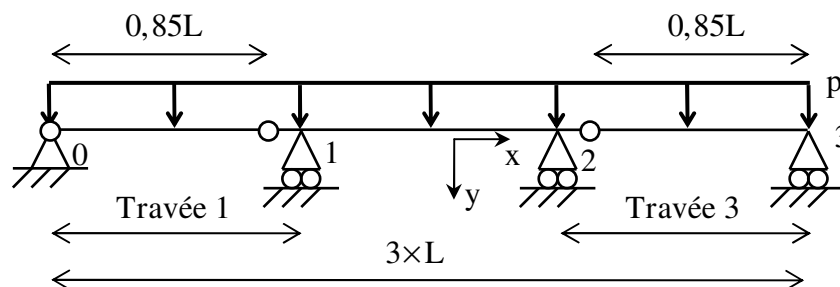
1. Compléter le document réponse

Aide : vous pouvez commencer par chercher dans l'ordre :  $F_{0x}$ , Travée 1 :  $V(0)$ ,  $F_{0y}$ ,  $F_{3y}$ ,  $F_{1y}$  et  $F_{2y}$  pour aboutir au schéma mécanique complet.

2. Pourquoi  $M(x)$  est une courbe symétrique ?
3. Pourquoi  $V(x)$  est une courbe anti symétrique ?
4. Quel est le degré d'hyperstaticité de la poutre ?
5. Donner l'expression de  $M(x)$  sur la travée 1
6. En déduire les sections où  $M(x) = 0$  sur la travée 1

**Poutre cantilever**

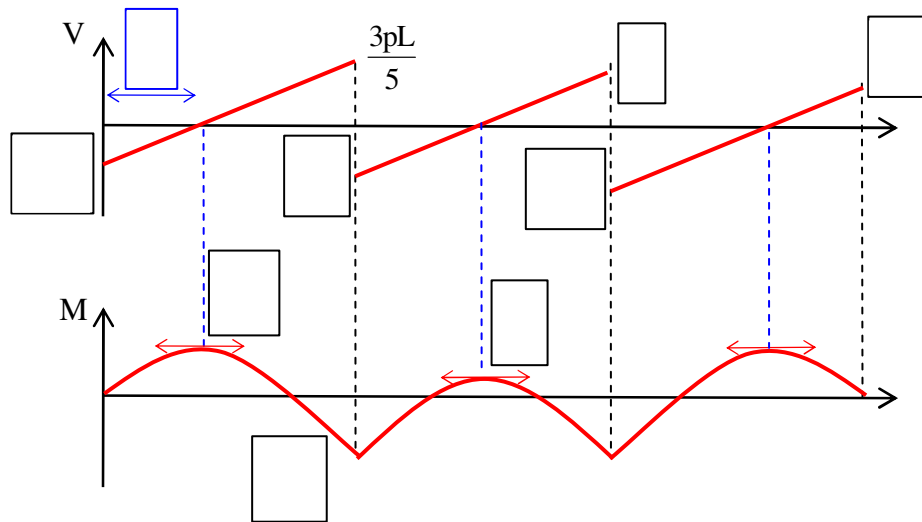
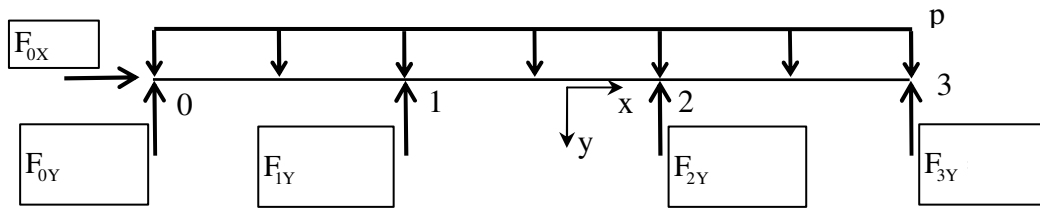
« Se dit d'une poutre droite reposant sur plusieurs appuis et divisée en plusieurs tronçons au moyen d'articulations, de façon que les réactions d'appuis soient décrites par les équations d'équilibre de la statique élémentaire »



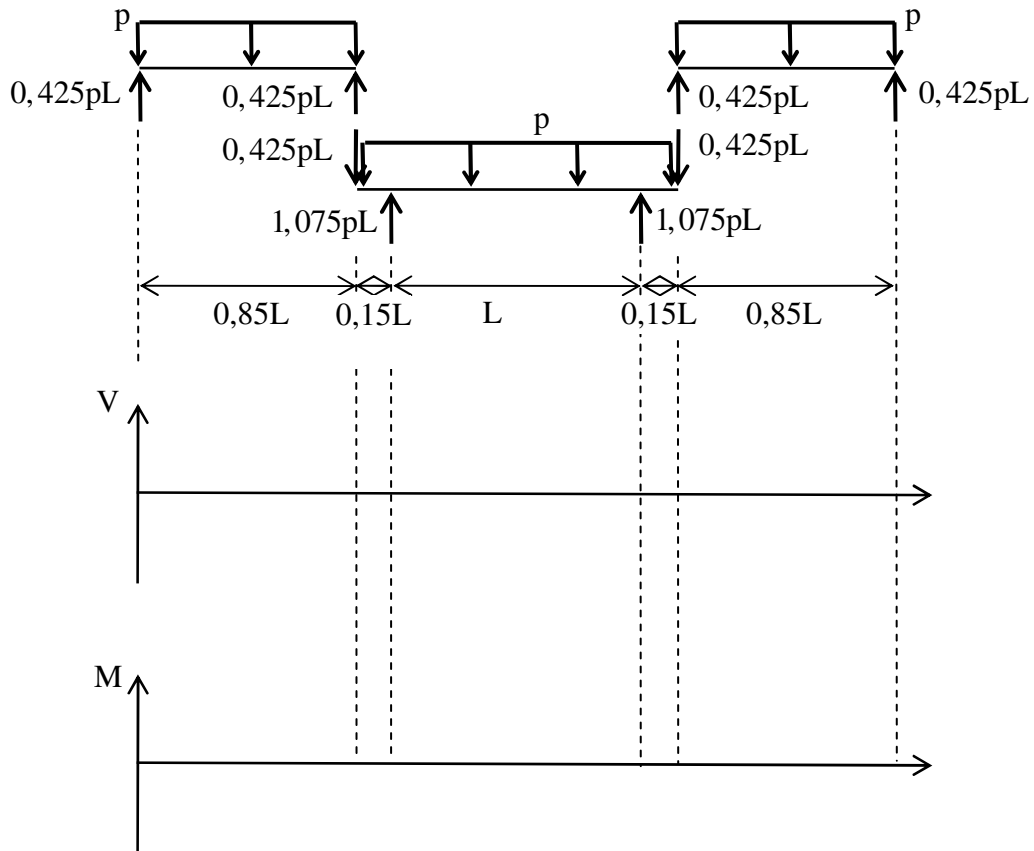
C'est une poutre isostatique associée de la précédente.  
 Les actions de liaison sont données sur le document réponse.

1. Tracer les sollicitations sur le document réponse
2. Mettre en évidence, en comparant les moments fléchissants, que la structure hyperstatique est plus sollicitée que la structure isostatique associée (Remarque : c'est peu souvent le cas)
3. Optimiser en sollicitations la position de l'articulation sur la travée 1 et 3

## Document réponse : Partie I : Poutre hyperstatique sur 4 appuis

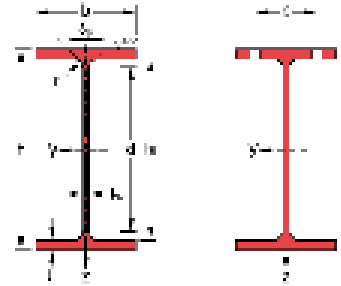


## Document réponse : Partie I : Poutre cantilever



## Partie II : Sections reconstituées (8 pts)

On considère un profilé métallique IPE 180



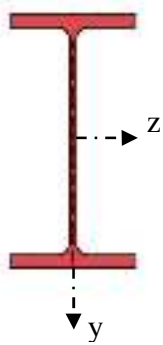
Designation Bezeichnung Beschreibung	Dimensions Abmessungen						Dimensions de construction Dimensionen für den Aufbau Konstruktionsmaße					Surface Oberfläche		
	b	h	h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>	t <sub>f</sub>	t <sub>w</sub>	A	A <sub>1</sub>	d	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	r <sub>ts</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm	mm	mm	mm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>
PE 180	180	180	91	23	9	9	2135	194	140	17,3	40	48	2,28	17,12

Designation Bezeichnung Beschreibung	Valeurs statistiques / Section properties / Statistische Kennwerte											Classification EN 1993-1-1				HEB	
	Section properties Querschnittseigenschaften				Section properties Querschnittseigenschaften							Class 1		Class 2			
b	h	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	I <sub>y</sub>	I <sub>z</sub>	I <sub>y</sub>	I <sub>z</sub>	I <sub>xy</sub>	I <sub>xy</sub>	I <sub>xy</sub>	I <sub>xy</sub>	I <sub>xy</sub>	I <sub>xy</sub>	I <sub>xy</sub>	I <sub>xy</sub>	I <sub>xy</sub>	I <sub>xy</sub>
mm	mm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>
PE 180	180	194	194	1463	1604	742	1123	1029	2210	8400	202	9184	479	743	1	1	2

Donner les inerties principales dans le repère local des différentes sections droites suivantes formées d'assemblage de sections : IPE 180, 1/2 IPE180, plat 8×91 mm

Remarque : on pourra négliger  $t_w$  devant  $h$

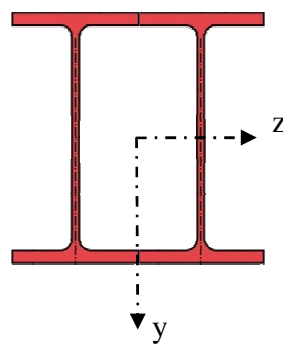
## Document réponse : Partie II : Sections reconstituées



$$I_y = \quad \text{cm}^4$$

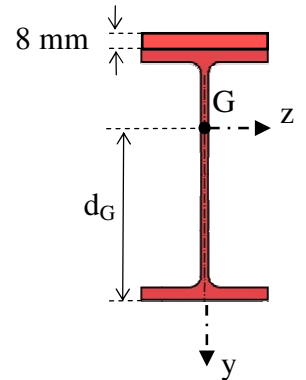
$$I_z = \quad \text{cm}^4$$

$$I_z > I_y$$



$$I_y = \quad \text{cm}^4$$

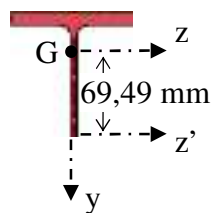
$$I_z = \quad \text{cm}^4$$



$$d_G = \quad \text{mm}$$

$$I_y = \quad \text{cm}^4$$

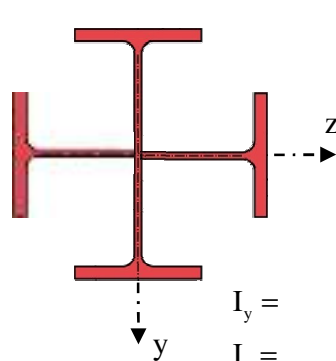
$$I_z = \quad \text{cm}^4$$



$$I_{z'} = \quad \text{cm}^4$$

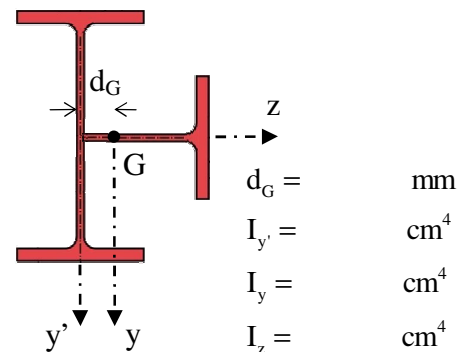
$$I_z = \quad \text{cm}^4$$

$$I_y = \quad \text{cm}^4$$



$$I_y = \quad \text{cm}^4$$

$$I_z = \quad \text{cm}^4$$



$$d_G = \quad \text{mm}$$

$$I_y = \quad \text{cm}^4$$

$$I_y = \quad \text{cm}^4$$

$$I_z = \quad \text{cm}^4$$

## Partie I :

### Poutre hyperstatique sur 4 appuis

1. Document réponse

$$\sum F_x = 0 \quad F_{0x} = 0$$

$$\text{Pente de } V(x) = p \quad V(0) = -\frac{2pL}{5}$$

$$\text{Saut de } V(x) \quad F_{0y} = \frac{2pL}{5}$$

$$\text{Par symétrie} \quad F_{3y} = \frac{2pL}{5}$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{1y} = F_{2y} = \frac{1}{2}(3pL - F_{0y} - F_{3y})$$

Le schéma mécanique complet permet de tracer directement les sollicitations.

2.  $M(x)$  est une courbe symétrique : schéma mécanique symétrique

3.  $V(x)$  est une courbe anti symétrique : dérivée d'une courbe symétrique

4. Degré d'hyperstaticité de la poutre :

5 inconnues de liaison pour 3 équations de la statique : poutre hyperstatique de degré 2

$$5. \quad M(x) \text{ sur la travée 1 : } M(x) = \frac{2pL}{5}x - p\frac{x^2}{2}$$

$$6. \quad M(x) = 0 \text{ sur la travée 1 : } x = \frac{4L}{5} = 0,80L$$

### Poutre cantilever

1. Document réponse

2. Moment fléchissant maximum en valeur absolue :

$$\text{Structure hyperstatique (sur appui) : } 0,1000pL^2$$

$$\text{Structure isostatique associée (en travée) : } 0,0903pL^2$$

3. Optimiser en sollicitations la position de l'articulation sur la travée 1 et 3

Poutre cantilever articulation à d : moment max sur travée = - moment max sur appui

$$\frac{pd^2}{8} = \frac{pd}{2}(L-d) + \frac{p(L-d)^2}{2}$$

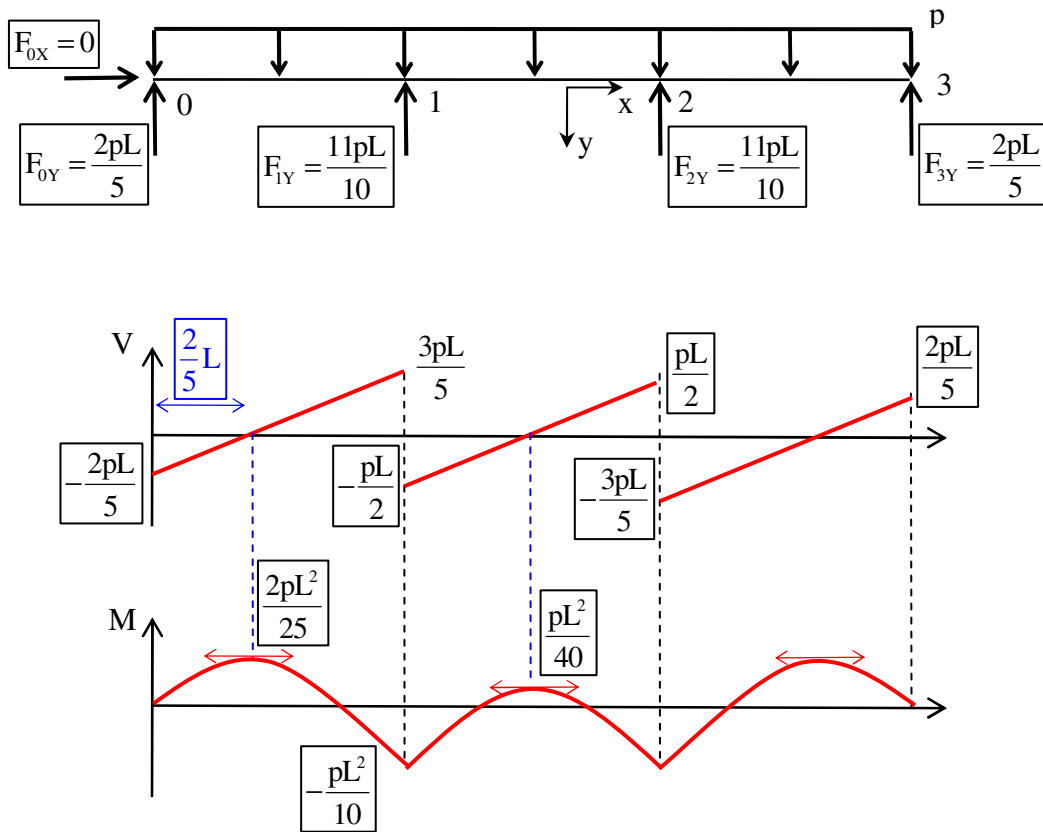
$$d^2 - 4d(L-d) - 4(L-d)^2 = 0$$

$$d^2 + 4dL - 4L^2 = 0$$

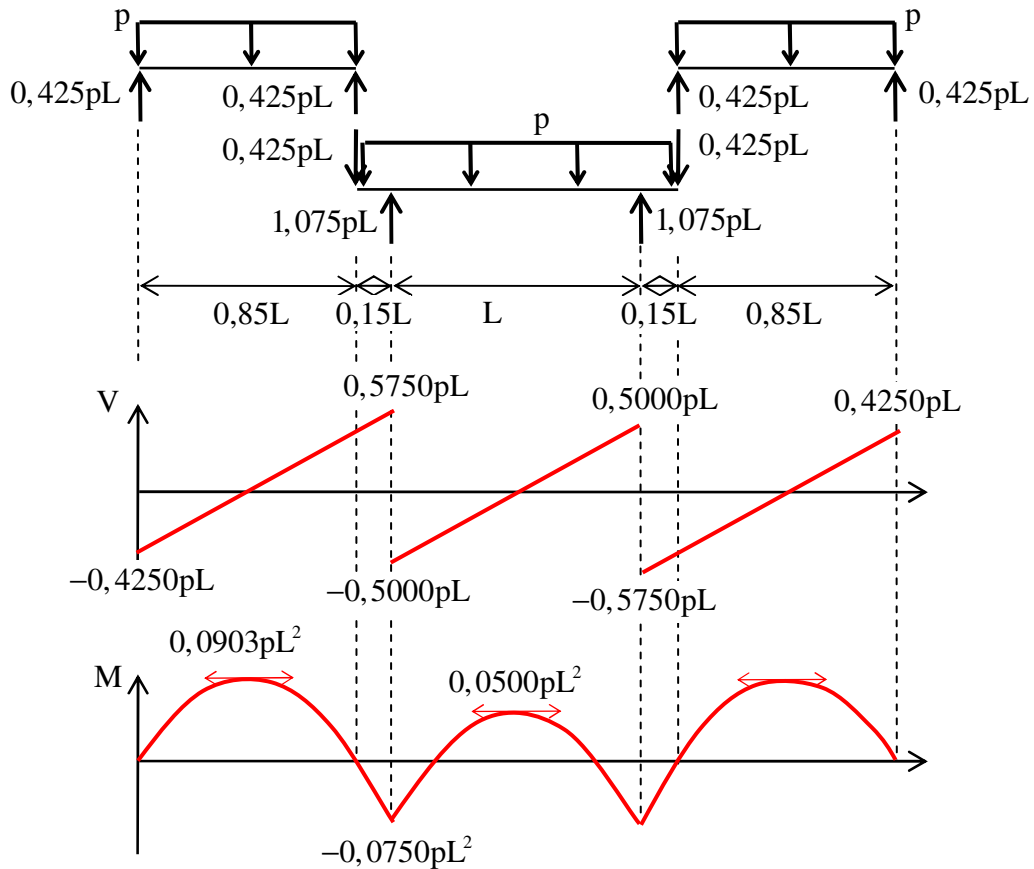
$$d = (-2 + 2\sqrt{2})L = 0,8284L$$

$$M_{\max} = 0,0858pL^2$$

## Document réponse : Partie I : Poutre hyperstatique sur 4 appuis

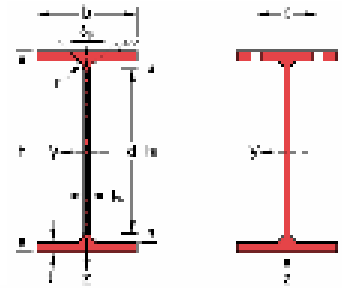


## Document réponse : Partie I : Poutre cantilever



## Partie II : une section reconstituée (10 pts)

On considère un profilé métallique IPE 180



Designation Designation Bezeichnung	Dimensions Abmessungen						Dimensions de construction Dimensionen für den Aufbau Konstruktionsmaße						Surface Oberfläche	
	b	t	l	l <sub>1</sub>	l <sub>2</sub>	r	A	A <sub>1</sub>	d	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	e <sub>3</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm	mm	mm	mm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>
IPE 180	180	10	180	91	23	9	2135	194	140	17,3	40	48	3,28	37,13

Designation Designation Bezeichnung	Valeurs statistiques / Section properties / Statistische Kennwerte											Classification EN 1993-1-1				HEB 180
	surface de section Querschnittsfläche Querschnittsfläche				moments d'inertie Flächenträgheitsmomente Flächenträgheitsmomente				rapport d'axe Achsenabstände Achsenabstände			classe de section Stufenklasse Stufenklasse				
mm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	I <sub>z</sub> cm <sup>4</sup>	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	I <sub>z</sub> cm <sup>4</sup>	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	I <sub>z</sub> cm <sup>4</sup>	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	I <sub>z</sub> cm <sup>4</sup>	e <sub>1</sub> mm	e <sub>2</sub> mm	e <sub>3</sub> mm	1	2
IPE 180	188	317	1463	1604	742	1133	1029	2216	8403	203	9184	479	743	1	1	2

Donner les inerties principales dans le repère local des différentes sections droites suivantes formées d'assemblage de sections : IPE 180, 1/2 IPE180, plat 9x91 mm

$I_y = 100,9 \text{ cm}^4$   
 $I_z = 1317 \text{ cm}^4$   
 $I_z > I_y$

$I_y = 1193,4 \text{ cm}^4$   
 $I_z = 2634,0 \text{ cm}^4$

$d_G = 111,9 \text{ mm}$   
 $I_y = 151,1 \text{ cm}^4$   
 $I_z = 1810,7 \text{ cm}^4$

$I_z = 658,5 \text{ cm}^4$   
 $I_y = 80,2 \text{ cm}^4$   
 $I_y = 50,5 \text{ cm}^4$

$I_y = 1417,9 \text{ cm}^4$   
 $I_z = 1417,9 \text{ cm}^4$

$d_G = 23,2 \text{ mm}$   
 $I_y = 759,4 \text{ cm}^4$   
 $I_y = 566,6 \text{ cm}^4$   
 $I_z = 1367,5 \text{ cm}^4$