

# Méthodes Statistiques pour l'Ingénieur : TD4

## Tests d'hypothèses

ENTPE 2A

10 décembre 2015

### Exercice 1 : contenu d'une bouteille de vin

Un négociant en vin s'intéresse à la contenance des bouteilles d'un cru déterminé. Il se demande si la contenance moyenne n'est pas inférieure à la contenance légale de 75cl. A cet effet, il mesure le contenu de 10 bouteilles prises au hasard et obtient les valeurs suivantes (en cl) :

73.2, 72.6, 74.5, 75.0, 75.5, 73.7, 74.1, 75.8, 74.8, 75.0

1) En supposant la normalité de la distribution du contenu, et l'écart-type connu égal à 1cl, peut-il conclure que le contenu moyen est inférieur à 75cl, avec un test de niveau 1% ?

2) On suppose que la contenance moyenne réelle est égale à 74.5cl et que l'écart-type est connu et égal à 1cl. Calculer l'erreur de seconde espèce du test précédent.

3) Faire de même pour les valeurs suivantes de la contenance moyenne : 73cl, 73.5cl, 74cl.

4) Le négociant veut pouvoir détecter, avec une probabilité élevée (0.99), une contenance moyenne de 74.5cl tout en gardant un test de niveau 1%. Que doit-il faire ?

### Exercice 2 : temps de vol d'un avion

Le temps de vol d'un certain type d'avion sur un trajet fixé possède une moyenne de 16 heures et 25 minutes depuis la mise en service des avions. La distribution du temps de vol a un écart type de 1 heure et 30 minutes. Des mesures récentes couvrant 120 vols donnent une moyenne de 15 heures et 56 minutes. Y-a-t-il une différence significative avec la moyenne annoncée ?

### Exercice 3 : dosage du glucose sanguin

Une nouvelle technique de dosage du glucose sanguin est testée. Six dosages, effectués indépendamment, à l'aide de cette nouvelle technique et à partir de sang de même provenance, ont donné les résultats suivants, en grammes par litre :

1.17 1.16 1.16 1.19 1.21 1.18

La technique utilisée jusqu'à ce jour était caractérisée par une variance de  $(0.05)^2 g/l^2$ . Peut-on dire que la nouvelle technique est plus précise que l'ancienne ?

---

## Exercice 4 : charges de rupture de cable

Une usine fabrique des cables dont la charge de rupture suit une loi  $N(m, \sigma)$  avec  $m = 99kg$ . On observe indépendamment sur 10 nouveaux cables les charges de rupture suivantes :

101 ; 102 ; 100 ; 104 ; 105 ; 99 ; 103 ; 100 ; 101 ; 105 (en kg)

Le nouveau procédé est-il meilleur que le précédent ?

## Exercice 5 : laboratoire pharmaceutique

Un laboratoire pharmaceutique veut contrôler que des comprimés qu'il produit contiennent bien en moyenne  $m = 10mg$  de produit actif. On sait qu'avec le procédé de fabrication utilisé, la quantité de produit actif peut varier d'un comprimé à l'autre, la variance correspondante étant bien  $\sigma^2 = 0.5mg^2$ .

1. On tire au sort 50 comprimés. On calcule la moyenne de produit actif contenu dans ces comprimés que l'on compare à 10mg. Quelle est la puissance du test bilatéral si en réalité la quantité de produit actif par comprimé est a)  $m_{H1} = 10.4mg$  et b)  $m_{H1} = 9.8mg$  ?

2. On veut être capable de déceler avec une puissance de 90%, un écart de 0.2mg (en valeur absolue) entre la quantité moyenne de produit actif contenu dans les comprimés et la valeur souhaitée  $m = 10mg$ . Combien de comprimés faut-il tirer au sort ?

3. La méthode de contrôle précédente nécessite de faire à chaque fois 50 dosages (1 par comprimé). Le coût du dosage étant trop important, on décide de faire autrement. On mélange les 50 comprimés et on ne fait qu'un seul dosage global, d'où l'on déduit le dosage moyen par comprimé en divisant par 50. Si le procédé de fabrication est correct, on s'attend donc à trouver un dosage moyen de 10mg. Le procédé est déclaré mauvais si le dosage moyen observé s'écarte de 10mg de plus de 0.15mg.

- Quel est le risque de première espèce de cette stratégie ?
- Quelle est la puissance, si la quantité de produit actif par comprimé est en réalité en moyenne  $m_{H1} = 10.4mg$  ?