

# Design and experiment of a high-static-low-dynamic stiffness isolator using a negative stiffness magnetic spring - Y. Zheng et al.

Jean-Marie Roussel

21 mars 2016

## I. Introduction

Dans cet article, Zheng et al. développent un isolateur vibratoire, le HSLDS isolator, en couplant une raideur mécanique et une raideur magnétique de façon opposée dans le but de réduire la fréquence de résonance. D'autres chercheurs ont déjà proposé des isolateurs à couplage magnétique. De 2007 à 2012 Carrel et al. ont travaillé sur un système de deux bobines inclinées générant une raideur magnétique pour contrer la raideur mécanique d'un ressort, il s'agit vraisemblablement du dispositif le plus proche de celui proposé par Zheng et al. Le HSLDS isolator présente l'avantage de produire de grandes valeurs de raideur négative avec un encombrement limité, contrairement aux systèmes de bobines inclinées ou de barres précontraintes qui sont de grande taille. Les auteurs déterminent d'abord l'influence des paramètres géométriques sur la raideur magnétique dans le but d'élaborer une méthode de dimensionnement du HSLDS isolator.

## II. Dimensionnement de l'isolateur

### 1. Force et raideur magnétiques

L'isolateur est composé d'une raideur magnétique montée en parallèle d'une raideur mécanique. La raideur magnétique est obtenue en imbriquant deux aimants en forme de cylindres évidés et avec des aimantations contraires. L'aimant interne est relié à une masse  $m$  et se déplace seulement selon la verticale. Le modèle équivalent possède une raideur de :

$$K_t(H) = K + K_m(H)$$

avec  $K_t$  la raideur équivalente totale,  $K$  la raideur mécanique et  $K_m$  la raideur magnétique

À proximité de la position d'équilibre (centres des deux aimants confondus), la raideur magnétique est prépondérante alors que si l'aimant interne se déplace loin de cet équilibre, la raideur mécanique est supérieure.

La mise en équation de la raideur magnétique  $K_m$  par rapport à la force magnétique  $F_m$  et la distance entre les centres des deux aimants  $H$  donne :

$$K_m(H) = -\frac{dF_m}{dH} = -\sum \frac{dF_{ij}}{dh_{ij}} \cdot \frac{dh_{ij}}{dH} \quad (1)$$

La Figure 1 montre que les solutions analytique et numérique (par ANSYS) sont très proches.

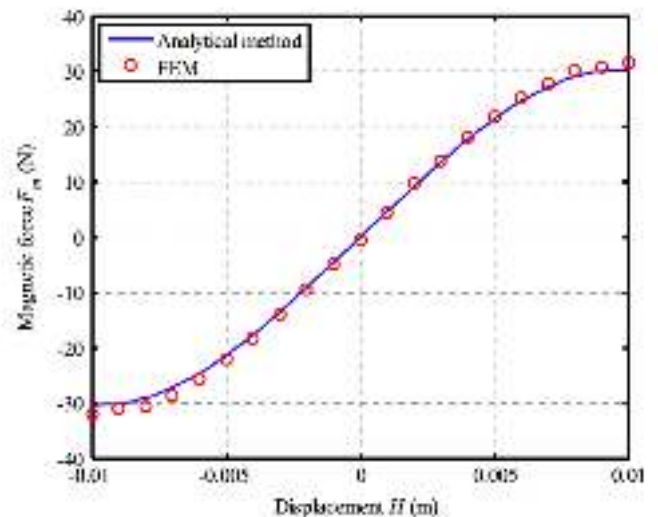


FIGURE 1 - Résolutions analytique et numérique de l'équation (1)

## 2. Influence des paramètres géométriques

Y. Zheng et son équipe ont montré que la raideur magnétique de l'isolateur est complètement déterminée par la géométrie des aimants. Ils ont donc déterminé les effets des différents paramètres géométriques : hauteur des aimants ( $L_1, L_2$ ), espacement entre aimant interne et aimant externe ( $ga$ ) et épaisseur radiale des aimants ( $T_1, T_2$ ).

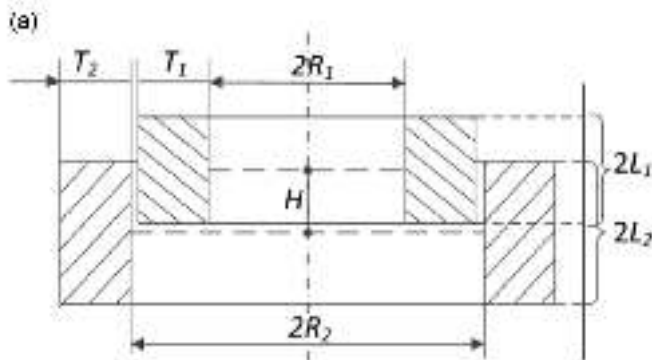


FIGURE 2 - Paramètres géométriques de l'isolateur

L'optimisation de ces trois paramètres géométriques, dans le but d'accroître les performances de l'isolateur, est réalisée selon trois critères :

- l'uniformité de la raideur négative au niveau de la position d'équilibre ;
- l'amplitude des déplacements avec une grande raideur magnétique ;
- la valeur de la raideur magnétique à l'équilibre.

## 3. Méthode de dimensionnement de l'isolateur

Pour conclure l'analyse de l'influence de la géométrie, Y. Zheng et son équipe proposent une méthodologie de dimensionnement en trois étapes. Les étapes sont illustrées par des courbes de réponse en figure 3.

### Étape 1 : NSMS 1 → NSMS 2

Augmenter le rapport  $L_1/L_2$  pour étendre la gamme de déplacements avec une bonne raideur magnétique.

### Étape 2 : NSMS 2 → NSMS 3

Augmentation de l'espacement entre les aimants pour rendre la raideur magnétique plus uniforme au niveau de la position d'équilibre.

### Étape 3 : NSMS 3 → NSMS 4

Augmentation de l'épaisseur radiale des aimants pour augmenter la raideur magnétique.

### Hauteur des aimants

Les chercheurs ont montré qu'une variation absolue de la hauteur des aimants n'a que peu d'effet sur la valeur de la raideur négative. En revanche, une variation relative de la hauteur des aimants (modification du rapport  $L_1/L_2$ ) modifie la forme de la courbe de raideur. Pour un rapport  $L_1/L_2 = 1$ , un pic de raideur apparaît au niveau de l'équilibre. En diminuant ce rapport on obtient deux pics symétriques par rapport à la position d'équilibre. La forme avec deux pics est privilégiée car elle assure une plus grande gamme de déplacements avec une bonne raideur magnétique.

### Espacement des aimants

Les expériences montrent que l'augmentation de l'espacement entre les aimants interne et externe améliore l'uniformité de la raideur au niveau de la position d'équilibre. Cette augmentation provoque toutefois une baisse globale de la raideur magnétique. L'optimisation consistera à trouver un compromis entre uniformité et valeur de la raideur.

### Épaisseur radiale des aimants

On constate qu'une augmentation de l'épaisseur radiale de l'un, de l'autre ou des deux aimants provoque une augmentation de la raideur négative. L'épaisseur radiale des aimants pourra donc constituer un paramètre d'ajustement de l'isolateur.

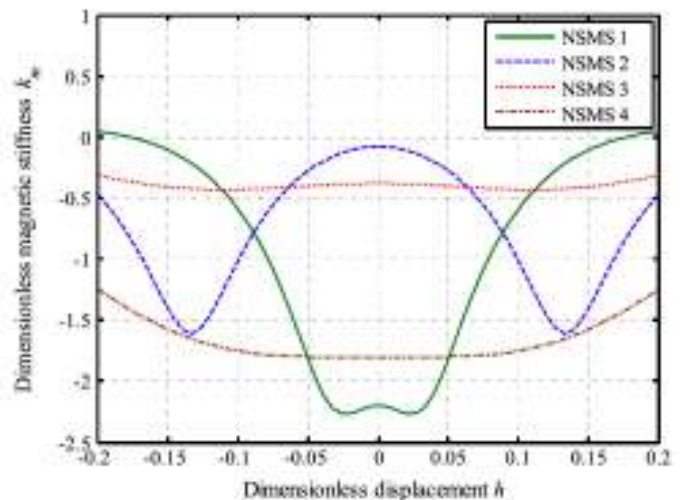


FIGURE 3 - Dimensionnement en trois étapes

### III. Analyse dynamique et simulation numérique de l'isolateur

#### 1. Hypothèses simplificatrices

Les aimants circulaires étant difficiles à fabriquer et relativement chers, les chercheurs proposent de les remplacer par des aimants circulaires discontinus, composés de plusieurs aimants. Le champ magnétique émis par une bague discontinue d'aimants serait similaire à celui généré par un aimant continu. Pour valider cette hypothèse, les chercheurs calculent analytiquement et numériquement les forces et raideurs magnétiques en fonction du déplacement pour des bagues continues et discontinues et les comparent. La figure 4 montre que la bague en 12 éléments est celle qui produit la réponse la plus proche de celle d'une bague continue.

On peut alors approximer les expressions de la force et de la raideur avec des polynômes carré et cubique :

$$K_m(H) = c_1 + c_2 H^2 \text{ et } F_m(H) = f_1 + f_2 H^3$$

avec  $c_1, c_2, f_1, f_2$  des constantes

Les paramètres  $c_2$  et  $f_2$  expriment la non-linéarité de la force et de la raideur magnétiques.

#### 2. Analyse dynamique de l'isolateur

L'isolateur est soumis à une excitation de la forme :

$$x_0 = X_0 \cos(\omega t + \theta)$$

L'équation dynamique de l'isolateur est :

$$m \ddot{x}_1 + c \dot{y} + Ky - F_m(y) = 0$$

avec  $c$  le facteur d'amortissement,  $x_1$  le déplacement de la masse et  $y = H$  la distance entre les centre des deux anneaux

On peut adimensionner cette équation par :

$$\boxed{u'' + 2\xi u' + u + \delta u^3 = \beta^2 \cos(\beta\tau + \theta)} \quad (2)$$

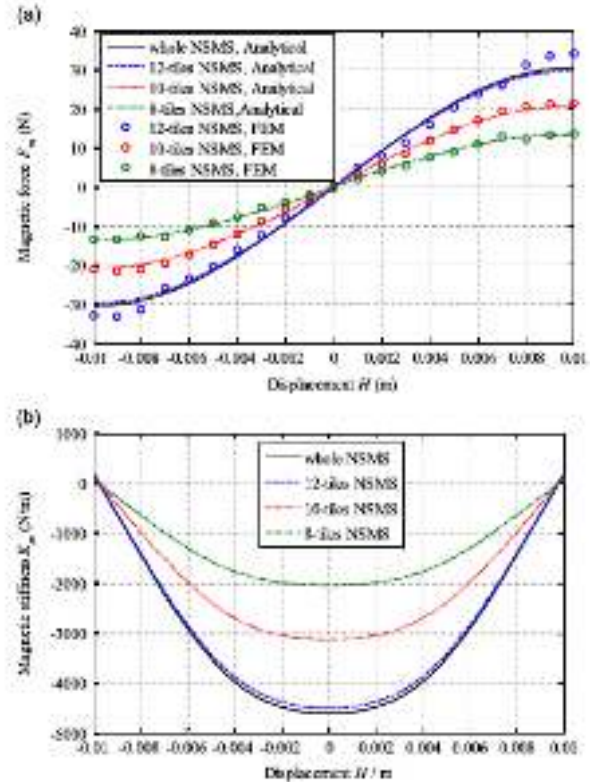


FIGURE 4 - Comparaison des réponses de bagues continues (*whole*) et discontinues (*i-tiles*)

$$\text{avec } u = \frac{y}{X_0}, \tau = \omega_n t, \omega_n = \sqrt{\frac{K - f_1}{m}}, \xi = \frac{c}{2m\omega_n},$$

$$\delta = -\frac{f_2 X_0^2}{K - f_1}, \beta = \frac{\omega}{\omega_n}$$

Il s'agit de l'équation d'un oscillateur harmonique dont on peut tirer le facteur de transmission  $T$  et la fréquence de résonance de l'isolateur  $f_n$  :

$$\boxed{T = \sqrt{\frac{(K - f_1)^2 + (c\omega)^2}{(K - f_1 - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad \boxed{f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K - f_1}{m}}}$$

### 3. Simulation numérique

Des simulations numériques ont été conduites pour obtenir le facteur de transmission entre la base et la masse de l'isolateur. Trois cas ont été considérés : l'isolateur sans NSMS, l'isolateur avec un NSMS en 8 pièces et l'isolateur avec un NSMS en 10 pièces. Les paramètres  $f_1$ ,  $f_2$  et le facteur d'amortissement  $c$  ont été déduits des données expérimentales. Les simulations sont menées pour deux amplitudes  $x_0 = 0,5 \text{ mm}$  et  $x_0 = 1,2 \text{ mm}$ . Les résultats sont présentés en figure 5.

Pour  $x_0 = 0,5 \text{ mm}$ , les courbes tendent légèrement vers la droite mais aucun phénomène de saut n'est observé. L'isolateur peut donc être considéré comme linéaire. La fréquence de résonance de l'oscillateur est sensiblement réduite par l'introduction d'une raideur magnétique négative.

Pour  $x_0 = 1,2 \text{ mm}$ , l'isolateur montre une importante non-linéarité, les courbes de transmission sont très penchées vers la droite et des sauts sont observés. On en déduit que cette amplitude d'excitation conduit à une forte non-linéarité et à d'importants phénomènes de saut détériorant l'efficacité de l'isolateur.

La réduction de hauteur des pics observée avec la réduction des fréquences de résonance est liée au ratio d'amortissement  $\xi$  introduit lors de l'adimensionnement.

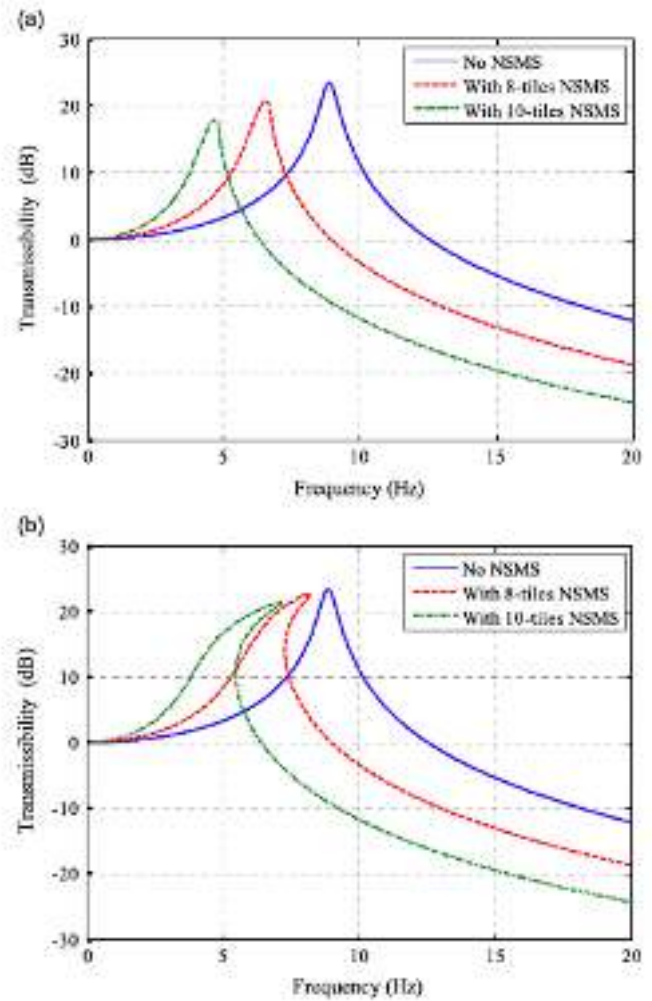


FIGURE 5 - Simulation numérique du facteur de transmission avec une amplitude de (a)  $x_0 = 0,5 \text{ mm}$  et (b)  $x_0 = 1,2 \text{ mm}$

## IV. Étude expérimentale de l'isolateur

### 1. Matériel et méthodes

Le matériel utilisé est schématisé en figure 6. Il est composé d'une raideur mécanique (ressort), d'une raideur magnétique, d'une masse, d'une table vibrante commandée et d'un dispositif d'acquisition (accéléromètres).

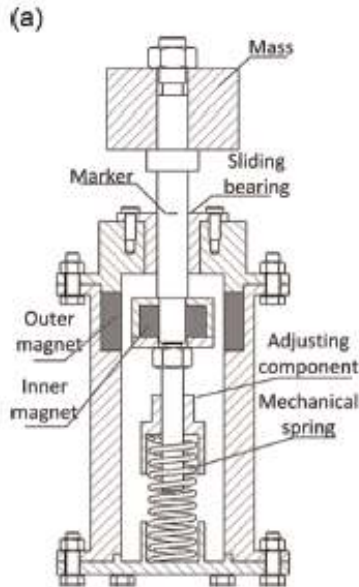


FIGURE 6 - Dispositif expérimental

### 2. Résultats

Les résultats expérimentaux, en figure 7, montrent que l'ajout d'un dispositif NSMS permet de réduire la fréquence de résonance de l'isolateur et d'accroître sa

gamme d'isolation. Le NSMS en bague discontinue de 10 éléments obtient une plus grande gamme d'amortissement que celui avec la bague en 8 éléments.

Le facteur d'amortissement est significativement augmenté par l'ajout du NSMS, il passe de  $5,2 N.s.m^{-1}$  (no NSMS) à  $8,0 N.s.m^{-1}$  (NSMS 8-tiles).

Les fréquences de résonance déduites de l'expérience sont plus faibles que celles obtenues par le calcul. Cette différence témoigne de l'imperfection du ressort qui n'est pas une raideur mécanique pure.

La réduction de la hauteur du pic s'explique ici encore par l'introduction du ratio d'amortissement  $\xi$  mais aussi par la création d'un champ magnétique en lien avec le mouvement des aimants.

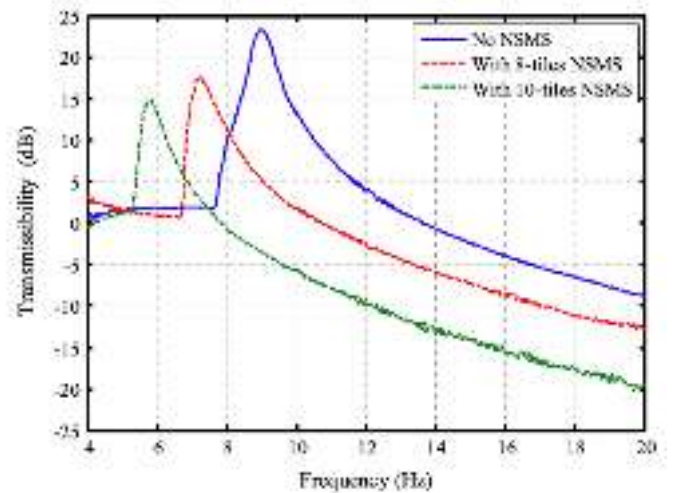


FIGURE 7 - Résultats expérimentaux

## V. Conclusion

Y. Zheng et ses collaborateurs proposent dans cet article un isolateur combinant des raideurs mécanique et magnétique. Ils ont tiré de l'étude des paramètres géométriques une méthode de dimensionnement. Les simulations numériques et expérimentales ont montré que l'isolateur HSLDS possède un meilleur amortissement que son équivalent sans raideur magnétique. Ces résultats sont toutefois limités par l'apparition d'une forte non-linéarité en grands déplacements qui conduit à des phénomènes de sauts. L'isolateur HSLDS est donc efficace mais son utilisation doit être réservée à une gamme restreinte d'amplitudes.