

ENERGETIQUE

1^{ère} Année

Année Scolaire

D.E.R.G.C.B.

PRÉAMBULE

Dans le cadre de l'Unité d'Enseignement "Sciences Physiques", l'approche des notions d'Énergétique est composée de deux Unités de Cours.

L'UC "Énergétique" programmée au semestre 5, est consacrée aux bases physiques des transferts de chaleur et de masse. Les applications des transferts énergétiques, centrées sur la physique du bâtiment et les échanges thermiques, font l'objet de l'UC "Transferts Énergétiques" programmée au semestre 6.

À chaque UC correspond un support de cours photocopié. Chaque UC correspond à 3 ECTS.

L'UC "Énergétique" comprend en outre une série de 3 travaux pratiques réalisés au laboratoire LASH-DGCB.

SOMMAIRE

UC Énergétique

Introduction

Chapitre 1 Enjeux énergétiques et environnementaux

Introduction.

- 1.1 - Unité et conversion.
- 1.2 - Définition.
- 1.3 - Types d'énergies disponibles.
- 1.4 - Contexte énergétique mondial.
- 1.5 - Contexte énergétique français.
- 1.6 - Contraintes environnementales et effet de serre.
- 1.7 - Croissance et besoins énergétiques.

Chapitre 2 Rayonnement électromagnétique

Introduction.

- 2.1 - Grandeurs relatives aux surfaces.
- 2.2 - Lois de l'émission du corps noir.
- 2.3 - Lois de comportement des corps réels.
- 2.4 - Evaluation des échanges de chaleur par rayonnement entre surfaces séparées par un milieu non absorbant.

Chapitre 3 Notions de transfert thermique par convection

Introduction.

- 3.1 - Equations de mécanique.
- 3.2 - Nombres adimensionnels.
- 3.3 - Notion de couche limite.
- 3.4 - Régimes laminaire et turbulent.
- 3.5 - Loi de Newton. Nombre de Nusselt.
- 3.6 - Lois de convection naturelle.
- 3.7 - Lois de convection forcée.
- 3.8 - Données thermophysiques de l'air et de l'eau.

Chapitre 4 Transfert thermique par conduction

Introduction.

4.1 - Caractéristiques fondamentales.

4.2 - Equation de la chaleur.

4.3 - Résolution analytique de l'équation de la chaleur.

4.4 - Autres méthodes de résolution de l'équation de la chaleur.

4.5 - Caractéristiques thermophysiques des matériaux.

Chapitre 5 Transfert énergétique et transfert de masse

Introduction.

5.1 - Air sec.

5.2 - Air humide.

5.3 - Diagramme de l'air humide.

5.4 - Diffusion de vapeur d'eau.

5.5 - Caractéristiques hygrothermiques de quelques matériaux.

Bibliographie

UC Transferts Énergétiques

Chapitre 6 Confort thermique

- 6.1 - Introduction.
- 6.2 - Le confort thermique.
- 6.3 - La modélisation du confort thermique.
- 6.4 - La qualité de l'air.
- 6.5 - Conclusion.

Chapitre 7 Confort et qualité de l'air

- 7.1 - Introduction.
- 7.2 - Le confort thermique.
- 7.3 - La modélisation du confort thermique.
- 7.4 - La qualité de l'air.
- 7.5 - Conclusion.

Chapitre 8 Sollicitations extérieures et éléments de climatologie

- 8.1 - Introduction.
- 8.2 - Principaux paramètres climatiques.
- 8.3 - Influence du vent dans les espaces extérieurs.
- 8.4 - Gisement solaire.
- 8.5 - Température de base.
- 8.6 - Notions de degrés-jours et de degrés-heures.
- 8.7 - Types de climat.

Chapitre 9 Performance énergétique d'un bâtiment

- 9.1 - Introduction.
- 9.2 - Système enveloppe.
- 9.3 - Caractérisation thermique des constituants de l'enveloppe.
- 9.4 - Bilan thermique d'un local.
- 9.5 - Incidence de la fonction enveloppe sur la conception d'un bâtiment.

Chapitre 10 Performance énergétique et exigences de conception

- 10.1 - Introduction.
- 10.2 - Cadre exigeantiel.
- 10.3 - Caractérisation du climat.
- 10.4 - Caractérisation de l'enveloppe.
- 10.5 - Coefficient de consommation énergétique.

Chapitre 11 Équipements techniques

Bibliographie

Annexes

INTRODUCTION

Le domaine de l'énergie est vaste. La première forme est le feu connu depuis des millénaires. La chaleur est considérée par Aristote au même titre que l'eau, la terre et l'air. Elle est devenue ensuite l'une des qualités fondamentales de la matière avec le sec, l'humide et le froid. La notion de température a été développée avec la thermométrie apparue dès l'Antiquité. Au XVIIe siècle, les chimistes qualifient la chaleur de phlogistique. Lavoisier introduira la notion de calorique, fluide sans masse capable de passer d'un corps à l'autre. Il étudiera avec Laplace, la dilatation des solides et définit des chaleurs massiques et des chaleurs de réactions chimiques.

L'évolution de l'humanité fortement liée au développement des ressources énergétiques, est traduite par une augmentation quasi-exponentielle de la consommation énergétique mondiale, celle-ci dépendante de la croissance du PIB, jusqu'à la première crise pétrolière en 1974.

Depuis le début des années 1980, les contraintes liées à l'Utilisation Rationnelle de l'Energie ont conduit à l'optimisation des systèmes énergétiques. À cela s'ajoutent les exigences écologiques et de développement durable apparues au début de la décennie 1990 et les tensions fortes et permanentes sur le prix de l'énergie depuis le début de l'année 2004.

Le domaine du génie énergétique est donc un composant important du champ scientifique de l'ingénieur. Le renchérissement du coût de l'énergie, la complexité technique croissante et la multiplication des problèmes instationnaires ont en effet donné une importance particulière au traitement des questions énergétiques.

Faut-il rappeler que le secteur du bâtiment est le plus gros consommateur d'énergie en France, avec 45 % en moyenne de la consommation totale et l'un des principaux émetteur de gaz à effet de serre avec 25 % des émissions au niveau français ?

L'objectif du cours est de contribuer à l'analyse des phénomènes et aux choix du formalisme mathématique adapté, domaine d'excellence de l'ingénieur.

Le contexte économique en relation avec le prix de l'énergie, la recherche d'une plus grande qualité du bâti et les exigences induites par les mesures de sauvegarde de l'environnement sont donc à l'origine de la transformation importante des concepts et des technologies utilisées depuis quelques années.

À ces aspects, il faut associer, à mon sens, l'évolution des rapports entre les diverses contraintes de la conception globale d'un ouvrage, passant progressivement de la prédominance du couplage entre la structure et l'enveloppe, au début du siècle, à celle du couplage entre les équipements techniques et les fonctions de l'enveloppe.

Ainsi, à partir de la gestion rudimentaire de l'énergie, les ressources des micros processeurs permettent la Gestion Technique d'un Bâtiment, dont le champ d'application dépasse largement les seuls besoins liés à la consommation des différents usages de l'énergie.

Depuis de nombreuses années, la question du confort, au sens de la problématique des ambiances, suscite un intérêt croissant, impliquant une nouvelle approche du système constitué par l'enveloppe, les équipements et les occupants, et formulée par les architectes du Mouvement moderne avant la deuxième guerre mondiale.

Par exemple, dans sa quête de recherche pour la conception de la "ville radieuse", l'architecte Le Corbusier a adressé un questionnaire, paru en 1933, aux médecins, aux installateurs de froid et de chaud, aux physiciens et aux architectes. Ce questionnaire portait principalement sur les qualités de l'air extérieur et intérieur dit air exact à 18°C associé aux conditions de température, d'hygrométrie et de renouvellement d'air, sur le bruit extérieur, sur la lumière naturelle et le rayonnement solaire, ainsi que sur la lumière artificielle.

La recherche de la qualité doit englober les différentes facettes climatique, sonore, visuelle et olfactive auxquelles l'individu est particulièrement sensible, mais doit également traiter les aspects concernant la santé et la sécurité, phénomènes qui ne sont pas toujours perceptibles, malgré les enjeux.

En fait, les individus passant la majeure partie de leur temps en milieu clos habitat, logement, bureau, et plus généralement lieux de travail, voire habitacle de voiture, il est naturel de rechercher la meilleure qualité d'espace de vie. De nos jours, s'y ajoutent la dimension du temps et la notion d'individualisation ou d'appropriation de l'espace.

Un enjeu complémentaire à cette problématique est apparu récemment, celui du syndrome des bâtiments malsains lié à l'usage des matériaux, à la conception, à la réalisation et à la maintenance de certains équipements du génie climatique.

Le travail entre l'architecte et l'ingénieur thermicien ne consiste donc pas en une simple addition de techniques relatives aux ambiances. Les tendances actuelles devraient permettre un traitement plus approprié de la qualité des espaces à partir de la géométrie et de la physique des différentes formes de l'énergie : lumière, bruit, chaleur et vent.

La problématique de l'utilisation rationnelle de l'énergie est de maîtriser en particulier les coûts d'exploitation d'un bâtiment, malgré l'augmentation du prix de l'énergie utilisée, et de contribuer à une réduction des émissions de polluants.

En remontant la machine du temps, la progression est saisissante, tout en conservant la dualité entre l'évolution technologique et les contraintes économiques ou environnementales :

- Émergence de la science de la Thermique entre 1770 et 1830, en raison des contraintes de chauffage avec accroissement des besoins et diminution des disponibilités du bois de chauffage. Les travaux de Sadi Carnot sur "La puissance motrice du feu et les machines propres à développer cette puissance" de 1824 constituent le départ de la recherche en thermodynamique.

- Apparition de nouveaux procédés techniques, conduite d'eau chaude en Grande-Bretagne, ou de nouveaux procédés théoriques, apports théoriques de Fourier en France.
- Passage de la technique à la science grâce aux ingénieurs de la fin de la période de la Restauration par l'amélioration du rendement des fours, l'apparition du gaz d'éclairage et le développement des réseaux.

Plus proche de la période contemporaine, la genèse de l'utilisation des techniques solaires appliquées au bâtiment est révélatrice de la dualité évoquée précédemment.

En effet, sur la base de phénomènes physiques connus depuis plus d'un siècle, l'effet de serre pour les usages thermiques et la conversion photovoltaïque de l'énergie solaire pour la production électrique sont à l'origine de la conception de systèmes énergétiques adaptés à certaines fonctions du bâtiment.

Mais leur développement est étroitement lié au contexte global technique et économique national et international. Les programmes de développement initiés au cours de la décennie 1970, amplifiés au début de la décennie suivante avec, en particulier, la création du COMMISSARIAT à l'Énergie Solaire (COMES, 1982) ont été très sensiblement réduits à partir de 1986. Plus généralement, il en a été de même avec les techniques de la maîtrise de l'énergie dans le bâtiment.

Les engagements internationaux de la France lors de la convention cadre des Nations Unies sur les changements climatiques, élaborée à Rio de Janeiro en juin 1992, ont imposé une nouvelle stratégie de politique technique induisant une mise à niveau de certaines technologies antérieures et impulsant de nouveaux développements.

Les exigences réglementaires traduisent cette évolution depuis trente ans en y ajoutant l'impact du contexte européen. Ainsi, à partir du calcul d'un coefficient de déperditions surfaciques, coefficient K en 1974, la réglementation de novembre 2000 demande aux concepteurs de travailler sur la consommation globale annuelle énergétique d'un bâtiment, résidentiel ou non, prenant en compte les conditions hivernales et estivales, les déperditions de l'enveloppe, les apports et les équipements techniques du génie climatique. Outre le renforcement des exigences d'économie d'énergie, l'estimation de la quantité de gaz à effet de serre lors de la réalisation d'un bâtiment est introduite dans celle de 2005. Les méthodes de calcul, les outils de simulation numérique, les techniques associant l'intelligence artificielle et l'offre technologique ont de ce fait subi une profonde mutation.

L'évaluation et l'optimisation technique et économique des ouvrages pour leur construction ou leur amélioration sont donc approchées par des méthodes de plus en plus élaborées. La construction d'un bâtiment, à haute qualité environnementale, économe et confortable est désormais possible et entre dans le domaine réglementaire. Par ailleurs, les contraintes environnementales à l'origine de la publication du Plan Climat en juillet 2004 et complété en 2006, demande un effort de recherche dans le domaine de l'Énergie pour les secteurs du bâtiment et des transports, destiné à marquer un état de rupture par rapport à l'état de 2004.

La prise en considération de ces contraintes associées au contexte économique, a été au centre des travaux conduits dans les ateliers du Grenelle de l'Environnement organisés en octobre 2007 et traduite par les lois "Grenelle 1 et Grenelle 2" en 2008 et 2009.

L'ouvrage est ainsi articulé sur les thèmes suivants :

- UC "Énergétique" :
 - Enjeux énergétiques et environnementaux : chapitre 1.
 - Modes de transfert de chaleur et de masse : chapitres 2 à 5.

- UC "Transferts Énergétiques" :
 - Confort thermique : chapitre 6.
 - Qualité de l'air : chapitre 7.
 - Climat : chapitre 8.
 - Performance énergétique d'un bâtiment : chapitres 9 et 10.

G. Guarracino

Chapitre 1

Enjeux énergétiques et environnementaux

Introduction

1.1 - Unités et conversion.	1.3
1.2 - Définitions.	1.5
1.3 - Types d'énergies disponibles.	1.6
1.4 - Contexte énergétique mondial.	1.9
1.5 - Contexte énergétique français.	1.11
1.6 - Contraintes environnementales et effet de serre.	1.13
1.7 - Croissance et besoins énergétiques	1.19

Introduction

Le thème de l'énergie concerne tous les acteurs. Il représente avec 10 % environ, un poste important du budget des ménages et du budget des entreprises. La facture énergétique pèse avec 38 milliards d'euros soit 2 % du PIB de la France en 2009 contre 1 % pendant les années 1990. Elle représente la quasi totalité du déficit du commerce extérieur.

L'exigence d'une énergie nationale et abondante, charbon et hydroélectricité est caractéristique des années 50. La décennie suivante a été consacrée à la recherche d'une énergie moins coûteuse, le pétrole en particulier. À la suite des crises pétrolières des années 70, l'indépendance énergétique a été l'objectif conduisant à la mise en service du parc électronucléaire et des actions pour les économies d'énergie dans les années 80. À partir de 1990, les cours du pétrole ont été affecté par le contexte international instable et la prise de conscience du problème de l'effet de serre.

Le XXI^e siècle associera ces contraintes avec celles des limites physiques de certaines ressources, le pétrole en particulier, la nécessaire limitation des émissions de gaz à effet de serre liée à la consommation énergétique et l'émergence économique de certains pays. Les enjeux reposent sur les coûts et les changements climatiques et la rupture d'équilibres écologiques, imposant une politique de développement et d'aménagement durables.

Après un rappel des définitions et des unités utilisées, sont présentés dans ce chapitre les divers types d'énergies disponibles ainsi que les contextes énergétiques et les contraintes environnementales.

1.1 - Unités et conversion

Le mot énergie et les unités joule ou watt désignent et mesurent les stades de la transformation ou de l'utilisation du travail et de la chaleur, du produit énergétique au résultat utile.

La mesure de cette quantité fait appel à des approches sensiblement différentes.

Le physicien mesure l'énergie en joule (J) et la puissance en (W). L'ingénieur distingue le type d'énergie, mécanique, électrique, ou thermique. Cette dernière est exprimée généralement en kilowattheures (kWh) ou en thermies (th) et non pas en joules.

En effet, le joule, unité légale, mesure une quantité de chaleur très faible. Les thermiciens du bâtiment utilisent donc de préférence la thermie ou le kilowattheure. Le Btu (British thermal unit), unité anglo-saxonne, peu différente d'un kilojoule, est utile à connaître lors de l'étude de publications ou d'ouvrages spécialisés.

Les équivalences élémentaires sont les suivantes :

- 1 kWh = 3,6 MJ (MJ : Mega Joule = 10^6 J)
- 1 th = 10^6 cal = 1,13 kWh
- 1 kW = 10^3 J/s
- 1 TWh = 10^{12} Wh (TWh : Téra Watt heure)
- 1 Btu = 1,055 kJ

Une notion plus concrète est à l'origine de l'unité utilisée pour les études économiques : la quantité de chaleur dégagée par la combustion d'une unité de combustible minéral, la tonne de pétrole. L'unité économique est donc la tonne équivalente pétrole (tep), et permet d'établir des bilans énergétiques.

Par convention, la tep est équivalente à 10 000 thermies, pouvoir calorifique moyen d'une tonne de pétrole brut soit 11 626 kWh d'énergie sous forme de chaleur.

Le baril de pétrole est une mesure de volume, 42 gallons ou 159 litres, soit 0,14 tep ou 5,7 GJ. Ainsi, la production d'un baril par jour est équivalente à 50 tep/an.

Quelques équivalences énergétiques sont données par le tableau 1.1, suivant des données de l'Observatoire de l'Énergie et de l'Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie.

D'autres unités reconnues, hors du système international, sont utilisées en raison de leur importance pratique :

- Calorie : 1 cal = 4,185 J
- 1 kcal/h = 1,16 W
- Quad, unité américaine de consommation énergétique :
1 quad = 10^{15} Btu = 1,055 EJ (Exa Joule = 10^{18} J)

Types d'énergies	Unité physique	Giga Joule (10^9 J) GJ (PCI)	Tep (PCI)
Charbon . Coke de houille	1 t	28	28/42=0,667
Produits pétroliers . Pétrole brut . Gazole fioul domestique . Essence moteur et carburéacteur	1 t 1 t 1 t	42 42 44	1 1 44/42=1,048
Électricité d'origine nucléaire	1MWh	3,6	0,086/0,33= 0,26
Électricité d'origine autres	1MWh	3,6	3,6/42=0,086
Gaz naturel	1MWh PCS	3,24	3,24/42 =0,077

*Tableau 1.1
Équivalences énergétiques entre divers types d'énergies*

PCI = *Pouvoir Calorifique Inférieur*
PCS = *Pouvoir Calorifique Supérieur*

Rappel des quelques définitions et unités utilisées en énergétique :

- Unité d'angle solide : stéradian (sr), $1\text{sr} = 1\text{m}^2/\text{m}^2 = 1$. Le stéradian est un nom spécial de l'unité 1, qui peut être utilisé comme unité d'angle solide.
- Unités de température :
 - Kelvin (K) : Unité de température thermodynamique définie par la fraction $1/273,16$ de la température thermodynamique du point triple de l'eau.

- Degré Celsius (°C) : température t définie par la différence $t = T - T_0$ entre deux températures thermodynamiques T et T_0 , avec $T_0 = 273,16$ K.
- Unité de capacité thermique : $1 \text{ J/K} = 1 \text{ m}^2 \text{ kg/s}^2 \text{ K}$.
- Unité d'entropie : 1 J/K
- Unité de capacité thermique massique : J/kgK
- Unité d'entropie massique : J/kgK
- Unité d'enthalpie, d'énergie interne, d'énergie libre : J
- Unité de conductivité thermique : W/mK

1.2 - Définitions

Les principales définitions utilisées par l'Observatoire de l'énergie sont les suivantes :

- **Énergie primaire** : énergie brute n'ayant subi aucune transformation après extraction (houille, lignite, pétrole brut, gaz naturel, électricité primaire).
- **Énergie secondaire ou dérivée** : énergie provenant de la transformation d'énergie primaire ou d'autre énergie dérivée (en particulier électricité d'origine thermique).
- **Énergie disponible ou finale** : énergie livrée au consommateur pour l'utilisation finale (essence à la pompe, électricité au foyer).
- **Énergie utile** : énergie effectivement utilisée pour la satisfaction du besoin final. L'énergie utile peut notamment être évaluée en appliquant aux consommations d'énergie finale, les rendements d'utilisation des appareils chez le consommateur.
- **Maîtrise de l'énergie** : terme appliqué aux actions entreprises pour garantir l'utilisation la plus efficace des ressources énergétiques. Ces actions visant essentiellement la "demande" énergétique et se traduisent par des mesures, pour économiser l'énergie ou substituer une forme d'énergie à une autre.
- **Énergies renouvelables** : par convention le terme s'applique en France aux énergies renouvelables autres que l'électricité hydraulique, éolienne, photovoltaïque et géothermique (haute enthalpie). En effet dans les bilans de l'énergie, l'électricité primaire d'origine hydraulique (y compris la petite hydraulique), éolienne, solaire photovoltaïque et géothermique bien que renouvelable, figure séparément avec les autres énergies renouvelables. Les difficultés de comptabilisation et de prise en compte de ces sources d'énergie dans les bilans découlent non seulement de l'incertitude sur les quantités entrantes, mais aussi du manque de précision des coefficients d'équivalences permettant de les intégrer.
- **Pouvoir calorifique** : quantité de chaleur dégagée par la combustion complète de l'unité de combustible considéré. La notion de pouvoir ne s'applique donc essentiellement qu'aux combustibles.

On distingue couramment :

- Le pouvoir calorifique supérieur (PCS) qui donne le dégagement maximal théorique de chaleur lors de la combustion, y compris la chaleur de condensation de la vapeur d'eau produite lors de la consommation.

- Le pouvoir calorique inférieur (PCI) qui exclut de la chaleur dégagée, la chaleur de condensation de l'eau supposée restée à l'état de vapeur à l'issue de la combustion.

Dans la pratique, la différence entre PCS et PCI est de l'ordre de grandeur suivant :

. gaz naturel :	10 %
. gaz de pétrole liquéfié :	9 %
. autres produits pétroliers :	7 – 8 %
. combustibles solides :	2 – 5 %

On distingue également diverses approches de la notion de consommation d'énergie suivant la nature de l'énergie, finale ou primaire. À souligner la notion de consommation corrigée des effets de température. La consommation observée avant toute correction est en général appelée consommation réelle.

Par ailleurs, le taux d'indépendance énergétique est défini par le rapport entre la production nationale d'énergies primaires et les disponibilités totales en énergies primaires pour une année donnée. Le calcul est effectué pour un type d'énergie ou globalement toutes énergies confondues.

1.3 - Types d'énergies disponibles

Les principales caractéristiques des énergies disponibles sont les suivantes :

1.3.1 - Charbons et combustibles solides

Le charbon résulte de la fossilisation de biomasses essentiellement terrestres. Le charbon représente 26 % de la consommation mondiale d'énergie primaire, pour l'essentiel pour la production d'électricité. Avec une production moyenne de 2 milliards de tonnes équivalent pétrole par an (Gtep/an), les réserves mondiales prouvées sont estimées à 1 000 milliards de tonnes (500 Gtep), soit au rythme actuel une réserve de 200 ans.

Le charbon livré à l'utilisateur renferme en dehors de la matière organique combustible constituée de carbone, d'hydrogène, d'oxygène, des constituants inertes :

- des matières minérales, incombustibles, qu'on retrouve sous forme de cendres après combustion.
- de l'eau qui se retrouve dans les fumées.

Un ensemble d'indices caractérisent ces propriétés. Le pouvoir calorifique supérieur du charbon pur varie cependant peu d'une variété à l'autre, compris entre 9 000 et 10 000 kWh/kg. Celui du charbon livré dépend de la teneur en cendres et de l'humidité. La teneur en hydrogène étant voisine de 5 %, l'écart entre PCS et PCI n'excède pas 3,5 %.

Le prix du charbon est nettement inférieur aux autres combustibles liquides et gazeux, mais les inconvénients dus à la nature solide et à la présence de cendres dans les fumées entraîne des surcoûts d'exploitation ou d'investissement. Il est stockable, mais la combustion produit des quantités élevées de gaz à effet de serre.

1.3.2 - Électricité

La principale difficulté liée à l'utilisation de l'énergie électrique est due au fait que cette énergie n'est pas stockable.

Les moyens de production doivent équilibrer la consommation à tout instant. Le coût des moyens mis en jeu pour satisfaire cette contrainte, varie suivant la période de l'année.

Ceci implique une tarification complexe pour approcher l'optimisation des différents usages de l'électricité. Il faut cependant souligner un mode d'utilisation intéressant de ce type d'énergie dans l'habitat et le tertiaire, la bi-énergie.

Cette technique consiste à associer deux types d'énergie dont les complémentarités contribuent à optimiser le résultat d'une opération suivant le coût financier et la qualité du produit obtenu quelque soit les techniques électriques.

L'une des sources de production de l'électricité consiste à utiliser l'énergie nucléaire issue de la fragmentation de noyaux d'atomes instables principalement d'uranium. Cette énergie ne produit pas de gaz à effet de serre avec un coût de revient compétitif. Il faut cependant faire face aux problèmes de risque de fuite et à la gestion des déchets radioactifs.

L'autre source de production de l'électricité consiste à utiliser les chutes d'eau naturelles ou de l'eau retenue en amont des barrages. La plupart des sites des pays de l'OCDE sont équipés avec un potentiel important de développement dans les pays émergents. Cette énergie propre dépend cependant de la pluviosité induisant une production irrégulière.

1.3.3 - Fiouls

Il existe de nombreux types de fiouls sur le marché nécessitant une tarification spéciale. Il faut distinguer le fioul domestique (FOD) dont les valeurs moyennes du PCI et du PCS sont proches, 10 kWh/l à 11 kWh/l, et le fioul lourd dont les éléments constitutifs varient en fonction de la nature des pétroles bruts traités et de la structure de la raffinerie. Dans ce cas le PCS est de l'ordre de 43 MJ/kg et le PCI de 40 MJ/kg.

Dans tous les cas, les conditions de stockage sont moins contraignantes que celles relatives au carburant. L'utilisation des fiouls nécessite par ailleurs, un investissement modéré par rapport à d'autres formes d'énergie.

Le pétrole est un mélange d'hydrocarbures liquides et en fonction de ses caractéristiques et des traitements qu'il subit en raffinerie, le brut fournit de nombreux produits. Première source mondiale d'énergie, il est facile à transporter, à stocker et à utiliser malgré une fluctuation des prix en étant soumis au marché mondial. Sa combustion contribue aux émissions de gaz à effet de serre.

1.3.4 - Gaz

Il faut distinguer le gaz naturel des gaz liquéfiés, butane et propane. Les gaz naturels sont constitués principalement de méthane, provenant de gisements naturels souterrains ou sous-marins.

Il faut également souligner la pureté du gaz naturel due à l'absence quasi totale de soufre et la possibilité de récupération de la chaleur latente de condensation de la vapeur d'eau résultant de la combustion de l'hydrogène. La différence entre les PCS et PCI est de 10 %.

Les GPL sont des mélanges d'hydrocarbures, propane et butane. Le PCS est de l'ordre de 30 kWh/m³ et le PCI de 27 kWh/m³. Les GPL peuvent être une réserve d'énergie mobile, sans contrainte de branchement et de puissance. Ils procurent donc une grande souplesse d'utilisation liée à la facilité de stockage et à la propreté de combustion, mais leur coût est plus élevé que celui du gaz naturel. Il produit moitié moins de gaz à effet de serre que le charbon et un tiers de moins que le pétrole.

1.3.5 - Bois

Cette source d'énergie fort ancienne a été rapidement supplantée par les combustibles fossiles, plus facile d'emplois. Elle est classée dans la biomasse constituée par la matière vivante terrestre ou marine.

Le bois énergie est utilisé dans l'industrie du bois, mais les pouvoirs publics incitent à l'utilisation de cette énergie également dans le secteur résidentiel. Le bois énergie se présente sous forme d'un produit divisé pour assurer l'alimentation automatique des générateurs. La composition chimique est uniforme comptant environ de 50 % de carbone et 43 % d'oxygène, le reste est partagé entre l'hydrogène et les minéraux.

Le degré d'humidité a une influence importante sur le pouvoir calorifique. Le pouvoir calorifique inférieur sec est de l'ordre de 18,5 kJ/kg.

Outre la conversion du bois en vapeur ou en électricité, la biomasse sert à produire les biocarburants à partir de céréales, canne à sucre ou plantes oléagineuses. Le biogaz est assimilé à la biomasse.

1.3.6 - Déchets

Ce type d'énergie est caractérisé de différentes manières selon le mode d'élimination ou de valorisation envisagée. Cependant la masse importante de déchets engendrés par l'activité industrielle peut rendre cette utilisation intéressante.

La très grande diversité ne permet pas de donner des ordres de grandeur significatifs. La technologie des réseaux de chaleur destinés à alimenter de grands ensembles immobiliers est bien adaptée à cette source d'énergie.

1.3.7 - Énergie solaire

L'exploitation directe de cette source énergétique très abondante, de 700 à plus de 2 000 kWh/m² par an, suscite des difficultés en fonction de la nature même de l'énergie solaire, dispersion et intermittence. Par ailleurs, le coût d'investissement de ces techniques est généralement élevé à l'inverse de leur coût de fonctionnement. Les deux formes utilisées dans l'habitat et le tertiaire sont propres à la conversion thermique et à la conversion photovoltaïque.

Cette source d'énergie n'a pas d'impact direct sur l'environnement et permet d'alimenter en chaleur et en électricité des sites isolés, non reliés à un réseau. La production est

difficilement stockable et la fabrication des composants requiert à ce jour des quantités d'énergie importantes.

Outre la production de chaleur et d'électricité, la transformation de l'énergie mécanique en énergie électrique par le vent grâce aux éoliennes, est une forme d'énergie solaire. Cette énergie ne produit pas de gaz à effet de serre mais est variable et difficile à prévoir rendant son coût de revient plus élevé par rapport aux énergies traditionnelles à ce jour. Tous les systèmes solaires nécessitent également une énergie d'appoint pour assurer un fonctionnement correct.

1.4 - Contexte énergétique mondial

Le début de la décennie 1990 a été marqué par des modifications apportées aux bilans énergétiques et une approche nouvelle des équilibres écologiques de la planète.

La période des trois dernières décennies est caractérisée par des situations contrastées :

- Augmentation de plus de 60 % de la consommation mondiale d'énergie primaire de 1971 à 2001 pour atteindre 10 Gtep, soit 2 % par an en moyenne, taux quasiment identique à la croissance de la population mondiale, 1,8 % par an.
- Croissance forte de la consommation des pays du Sud-Est asiatique et plus généralement dans nombre de pays non OCDE. À souligner le taux de croissance économique de la Chine 11 %, de l'Inde 8 % de la Russie 7 % et du Brésil 5 % en 2007.
- Croissance économique de 2,5 % pour les Pays de l'OCDE en 2007 et 2,2 % pour les USA.

De 1971 à 1998, la consommation du pétrole a augmenté de 23 % pour atteindre 3 500 millions de tonnes, soit 75 millions de barils par jour (Mbl/j). Les années qui suivirent ont été caractérisées par une stabilité de la production avec 76 Mbl/j environ. Une hausse sensible a été constatée en 2004 pour atteindre 83 Mbl/j soit 4,2 % d'augmentation.

La demande mondiale de brut a été de 86 Mbl/j en 2007, soit une hausse 1,2 % malgré le choc pétrolier. La production mondiale est de 85,6 Mbl/j, soit une valeur inférieure à la demande.

L'ordre de grandeur de la répartition en % de la demande d'énergie primaire mondiale montre la part prépondérante du pétrole :

- Charbon : 26 %
- Pétrole : 39 %
- Gaz : 23 %
- Nucléaire : 7 %
- Hydraulique : 2 %
- Autres énergies renouvelables : 3 %.

Les études prospectives de l'Agence Internationale de l'Énergie laissent apparaître une augmentation de 70 % de la demande globale de l'énergie en 2030 posant de façon accrue la question de la pollution liée à la consommation énergétique. La figure 1.1 représente les réserves mondiales évaluées au 1/1/03.

Réserves mondiales prouvées de pétrole brut (1^{er} janvier 2003)

Unité : Milliard de tep

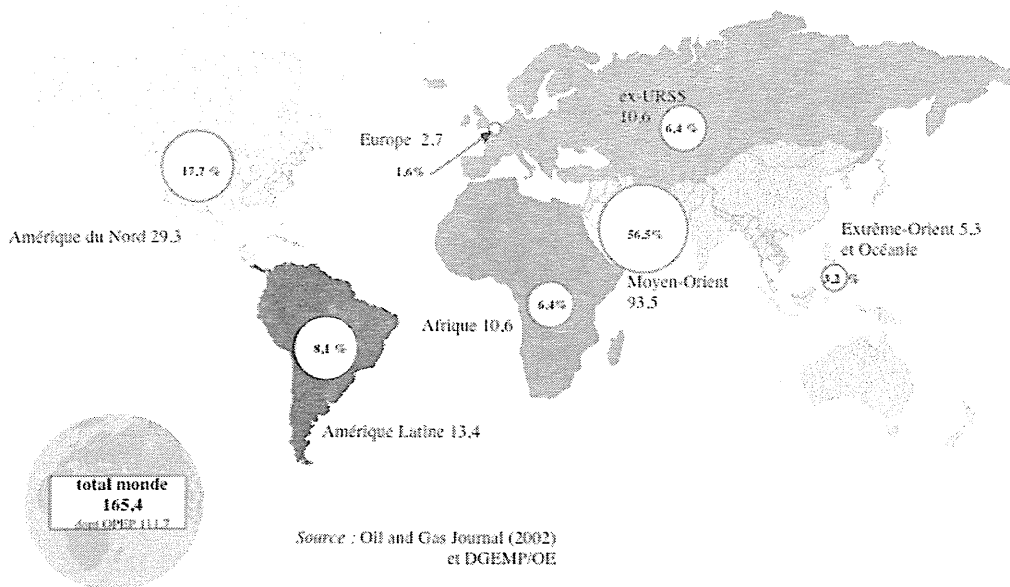


Figure 1.1

Les méthodes d'évaluation conduisent à des variations sensibles entre les expertises. Les réserves mondiales représentent cependant quelques décennies de consommation au niveau actuel de la consommation mondiale, 40 à 50 ans. La part des pays constituant l'OPEP est estimée à 70 %.

Le contexte économique et politique caractérisant la fin de l'année 2007 et le début de l'année 2008, a été à l'origine de la très forte croissance du prix du baril, 140 \$/bl au 15 juillet 2008, suivie d'une chute en 2009 à 60 \$/bl en juillet 2009. Le montant de 80 \$/bl est atteint en fin d'année 2009.

La production mondiale a des difficultés pour répondre à la demande à court et à moyen terme, induisant une tension persistante sur les cours de cette énergie. Les spécialistes mettent également en avant la tendance à la réduction des disparités de la consommation énergétique entre les pays comme indicateur principal à l'origine de la tension sur les prix.

La figure 1.2 représente la consommation mondiale par types d'énergies, illustrant les causes des tensions actuelles et futures sur les marchés de l'énergie.

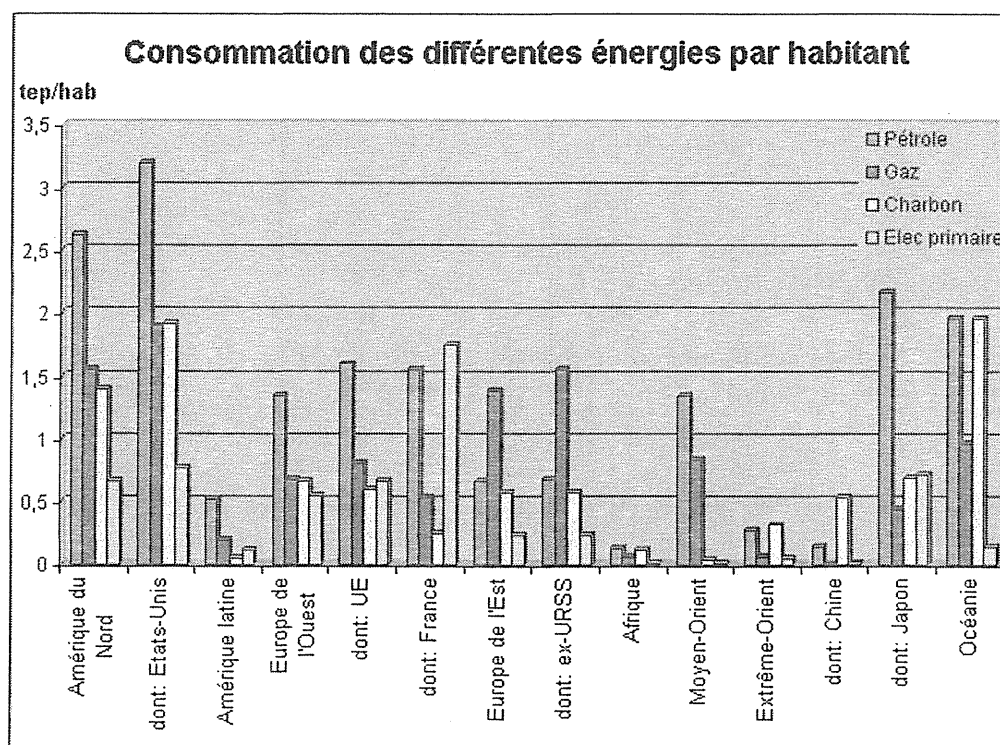


Figure 1.2

1.5 - Contexte énergétique français

1.5.1 - Facture énergétique

La facture énergétique a atteint 38 milliards d'euros (Md€) en 2009. Ce montant représente 2 % du PIB total, (3 % en 2008, 2,6 % en 2007) mais inférieur à celui de 1981 (5 %).

Le taux d'indépendance énergétique calculé comme le ratio de la production nationale primaire sur la consommation primaire non corrigée des variations climatiques, a atteint 50,5 % en 2009 (50,7 % en 2008), alors qu'il était de 23,9 % en 1973 et de 27,4 % en 1980.

La production nationale d'énergie primaire a atteint 130,2 Mtep en 2009 soit une production inférieure à 2008 (137,7 Mtep), dont 106,8 Mtep pour l'électricité nucléaire (114,5 Mtep en 2008).

1.5.2 - Consommation d'énergie primaire

La consommation d'énergie primaire à climat normal a atteint 259,2 Mtep en 2009 (273,6 Mtep en 2008) soit une diminution de 5 % non enregistrée depuis 1975.

1.5.3 - Consommation d'énergie finale par secteur

La consommation d'énergie finale a été de 168,7 Mtep en 2009, inférieur à celle de 2008 (173,3 Mtep).

La structure de la consommation par secteur corrigée du climat est la suivante :

- Industrie : 21,4 %
- Bâtiment Résidentiel tertiaire : 44 %
- Transports : 31,9 %
- Agriculture : 2,6 %

Cette structure est semblable à celle constatée depuis 1990. Il faut souligner les poids prépondérants des secteurs du bâtiment et des transports, représentant 75 % de la consommation totale énergétique finale.

La répartition de la consommation d'énergie primaire en Mtep et en % corrigée du climat, met en évidence le poids du pétrole, 31 %, et de l'électricité, 42,7 %, en 2009.

L'analyse des évolutions respectives depuis 1980, montre la décroissance régulière du charbon, la relative stabilité du pétrole après une décroissance entre 1980 et 2000, et la croissance du gaz et de l'électricité régulière à partir de 1980. Depuis 2007, il faut noter la forte croissance de la part des énergies renouvelables avec un taux de croissance de 10 % environ.

1.6 Contraintes environnementales et effet de serre

1.6.1 – Contexte historique

L'histoire de la pollution atmosphérique remonte au début de notre ère et a pris de l'ampleur avec le développement économique. La révolution industrielle au XIX^e siècle modifia la vie et l'environnement et les dommages créés par la pollution d'origine industrielle furent observés au XX^e siècle.

Sur le plan de la physique, en 1801 W. Herschell découvre expérimentalement le rayonnement infrarouge. En 1824, J. Fourier, se basant sur les travaux d'H.B. de Saussure, conclut que "la température du sol est augmentée par l'interposition de l'atmosphère parce que la chaleur du rayonnement solaire trouve moins d'obstacles pour pénétrer l'air, étant à l'état de lumière, qu'elle n'en trouve pour repasser dans l'air lorsqu'elle est convertie en chaleur obscure (rayonnement infrarouge tellurique)."

Cette relation entre le rayonnement solaire "piégé" et le réchauffement de la Terre a été complétée dans les années 1860 par les travaux de J. Tyndall et de C. Pouillet mettant en évidence le rôle de la vapeur d'eau et du dioxyde de carbone. On se préoccupait déjà à cette époque des changements climatiques et de nombreux débats étaient ouverts, notamment sur les périodes glaciaires.

Ces travaux ont permis de comprendre que la Terre, comme tout corps, émet un rayonnement et que les pertes de celui-ci vers l'extérieur sont liées à l'absorption du rayonnement infrarouge par l'atmosphère la recouvrant.

En 1896, les travaux de S. Arrhénius ont donné une tournure moderne à l'effet de serre. En particulier, il a calculé que si tout le dioxyde de carbone disparaissait de l'atmosphère, bien qu'il n'en occupe que les 3/10 000 en volume, la température du sol diminuerait de 21°C. Ceci aurait pour conséquence la disparition de la vapeur d'eau. Et celle-ci, intervenant également dans l'effet de serre, un nouvel abaissement de la température presque aussi important se produirait. Inversement, l'augmentation du double du volume de gaz

carbonique présent en 1896 entraînerait une augmentation de la température de 4°C. Il a ainsi trouvé la possibilité de repousser une éventuelle ère glaciaire, préoccupation principale à cette époque. Il a surtout fait le lien entre l'émission de dioxyde de carbone et le réchauffement de la planète. L'effet de serre rejoint le cycle du carbone.

À partir de l'année de la géophysique internationale (1957-1958), les scientifiques entreprennent des mesures systématiques de la teneur en dioxyde de carbone en vue d'établir le lien entre la température de l'air et la teneur en dioxyde de carbone.

1.6.2 – Phénomène de l'effet de serre

La température de surface de la Terre dépend des flux géothermiques dûs à la radioactivité naturelle du sol, et du flux solaire. Le flux géothermique résulte de la présence d'éléments radioactifs, uranium, thorium, potassium 40 pour l'essentiel. Sa valeur actuelle n'est que de 0,087 W/m². S'il représentait la seule source de chaleur, la température de surface de la Terre serait d'environ 30 K.

La principale source de réchauffement de la surface de la Terre réside en fait dans le flux solaire, 4 000 fois plus intense que le flux géothermique. La Terre est considérée en équilibre avec le rayonnement incident et cet équilibre permet d'évaluer la température de surface de la Terre à 255 K à 5 000 m d'altitude. La température moyenne de la basse atmosphère est plus élevée située à 15°C environ. Cette différence de température est due à "l'effet de serre" : l'atmosphère est transparente au rayonnement provenant du Soleil, mais pas au rayonnement émis par la Terre. Une partie est renvoyée vers la Terre, d'où l'augmentation constatée de la température. Ce filtrage sélectif de l'atmosphère est dû au fait que le rayonnement émis par le Soleil est celui d'un corps à une température d'environ 6 000 K, alors que la Terre émet un rayonnement correspondant à sa température, environ 20 fois plus basse.

La plupart des rayons visibles et infrarouges du Soleil parviennent jusqu'au sol et le réchauffent. Celui-ci émet alors un rayonnement de plus grandes longueurs d'onde que celui du Soleil, qui peut être absorbé par les "gaz à effets de serre" de l'atmosphère. Celle-ci renvoie ainsi vers la Terre et vers l'espace un rayonnement caractéristique de sa propre température. Le système est à l'équilibre, mais à des températures différentes.

Pour qu'un gaz joue un rôle dans l'effet de serre, il doit posséder la propriété d'absorption, dans le domaine spectral correspondant à l'infrarouge. L'absorption des longueurs d'ondes considérées dépend de la structure de la molécule. Des molécules diatomiques symétriques comme O₂ et N₂, composantes majoritaires de l'air, sont très peu absorbantes dans les longueurs d'ondes de l'infrarouge lointain. Les molécules non symétriques comme H₂O, CO₂, CH₄, O₃, sont beaucoup plus absorbantes.

L'ensemble de la vapeur d'eau et du dioxyde de carbone présente une "fenêtre" de transparence entre 8 µm et 12 µm, et une opacité autour de 15 µm dans la bande absorbante du dioxyde de carbone, domaine d'émission maximale de la Terre.

Le méthane CH₄ et l'ozone O₃ absorbent vers 10 µm, dans la "fenêtre" de transparence du gaz carbonique et de l'eau. Une molécule de méthane augmente entre 20 et 50 fois plus l'effet de serre qu'une molécule de gaz carbonique. L'ozone absorbe 1 200 fois plus. Les CFC ont une "efficacité" de plusieurs milliers de fois celle du gaz carbonique et sont

également responsables de la diminution de la couche d'ozone stratosphérique.

Les gaz à effet de serre, considérés depuis la conférence de Kyoto, sont le gaz carbonique, le méthane, le peroxyde d'azote, l'hexafluorure de soufre, les hydrofluorocarbones (HFC) et les perfluorocarbones (PFC).

1.6.3 – Contexte international

Les émissions de dioxyde de carbone provenant de la production et de l'utilisation des ressources énergétiques sont en augmentation constante dans tous les pays. Selon les données de l'Association Internationale de l'Energie, l'augmentation entre 1990 et 2000 a été de 17 % en Amérique du Nord, 10 % dans les pays du Pacifique et 6 % en Europe.

En France, les données portent sur les émissions, tous secteurs réunis. Les gaz dont les émissions dépassent 10 % en 1999 sont par ordre d'importance :

- Gaz carbonique : le secteur transport routier (26 %), le secteur résidentiel tertiaire (25 %), celui de l'industrie manufacturière (21 %), celui de la transformation d'énergie (13 %) et l'agriculture sylviculture (11 %).
- Méthane : le secteur de l'agriculture sylviculture (55 %), celui de l'industrie manufacturière (27 %) et le résidentiel tertiaire (7,4 %).
- Protoxyde d'azote : l'agriculture sylviculture (74 %), l'industrie manufacturière (16 %) et le transport routier (3,8 %).
- Hexafluorure de soufre : le secteur de l'industrie manufacturière participe pour 57 %, celui de la transformation d'énergie pour 40 %, les autres secteurs étant inférieurs à 1 % chacun.
- PFC : le secteur de l'Industrie manufacturière (93 %).
- HFC : les transports routiers (30 %) et le résidentiel tertiaire (15 %).

La concentration du gaz carbonique est actuellement de l'ordre de 365 “partie pour million” en volume (ppmv) alors que celle des autres gaz est de l'ordre du ppmv ou bien inférieure.

La concentration des gaz à effet de serre dans la troposphère a évolué entre la période préindustrielle et actuellement, de manière non négligeable : celle de gaz carbonique a augmenté de plus de 30 % par rapport à celle de l'ère préindustrielle, celle de méthane a plus que doublé ; quant aux CFC ils étaient inexistantes avant 1930.

Au pouvoir de réchauffement que possèdent ces gaz s'ajoute le fait qu'ils ont une durée de vie dans l'atmosphère qui est parfois très longue. De multiples recherches sont en cours à l'heure actuelle pour établir leur rôle dans le changement éventuel de l'équilibre climatique de la Terre.

1.6.4 – Conséquences de l'effet de serre

Depuis 1860, des relevés fiables de la température de la basse atmosphère sont disponibles. Entre cette date et nos jours, ces relevés montrent une augmentation de la température d'environ 0,6 °C en moyenne (par exemple, en France depuis 1995, un réchauffement de 0,8 à 1,6 °C pour les températures du matin et de 0 à 1,2 °C pour celles de l'après-midi).

Les années récentes ont été parmi les plus chaudes depuis 1860 et ce malgré le refroidissement dû à l'éruption du volcan du Mont Pinatubo en 1991. Cette augmentation moyenne de 0,6 °C peut paraître faible, mais elle a entraîné pendant le même temps une élévation de 10 à 25 cm du niveau moyen des océans (par dilatation thermique et/ou la récession de glaciers de montagne), à raison de 1 à 2mm par an. Les experts du Groupe Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat (GIEC) estiment que la température moyenne de la planète devrait augmenter de 1,4 à 5,8 °C au XXI^e siècle, entraînant une élévation du niveau des océans de 50 cm en moyenne pouvant entraîner les phénomènes suivants :

- Modification du cycle hydrologique, virulence des inondations et des tempêtes parallèlement à de grandes sécheresses.
- Augmentation de l'intensité des pointes de vent lors des cyclones.
- Températures maximales et minimales plus élevées.

La variation de la teneur en gaz carbonique montre une évolution très rapide dans la basse atmosphère depuis le début de l'ère industrielle, vers 1830, ce qui tend à relier l'augmentation de l'effet de serre et le réchauffement de la surface de la Terre à l'activité humaine, notamment la combustion du carbone fossile utilisé comme source d'énergie et la déforestation.

Différents Modèles de Circulation Générale de l'Atmosphère (MCGA) prenant en compte la structure tridimensionnelle de l'atmosphère et sa dynamique, sont élaborés. Les équations de la mécanique des fluides sur lesquelles sont basés ces modèles doivent être complété par un paramétrage incluant les processus physiques les plus importants (transfert radiatif ; turbulences ; convection ; nébulosité ; précipitations ; etc.).

La plupart des expériences et simulations effectuées ont pris comme support l'hypothèse d'un doublement de la teneur en gaz carbonique dans l'atmosphère, et ses conséquences éventuelles sur l'équilibre du système climatique. Ce sont les océans qui régulent essentiellement cette concentration en dioxyde de carbone grâce à leur grande capacité à le dissoudre. Cependant, cette absorption naturelle est un phénomène lent en comparaison de sa formation anthropique. La biosphère terrestre résorbe également une partie du gaz carbonique atmosphérique, mais la déforestation massive limite l'importance et les incendies de forêts contribuent à l'augmentation de sa teneur.

Le bilan est que la production de dioxyde de carbone excède la capacité naturelle d'absorption. D'ici 2050, on prévoit un doublement de la concentration de ce gaz dans l'atmosphère, soit 690 ppmv, par rapport à celle du début de l'ère industrielle.

Toujours dans cette hypothèse, les scénarios étudiés indiquent une grande incertitude sur l'amplitude du réchauffement global entre 1,5 et 4,5 K pour la réponse à l'équilibre d'un doublement de la concentration en gaz carbonique.

La majorité de la communauté scientifique s'accorde à penser que la modification de la composition atmosphérique doit se traduire par un effet de serre accru. L'altération du climat semble être admise, et le troisième rapport du GIEC d'octobre 2001 exprime le consensus mondial sur ce sujet. Il est affirmatif sur la cause principale de cette altération : les activités humaines.

Prenant conscience de la possible influence de l'effet de serre sur le climat, un grand

nombre de pays se réunissent assez régulièrement depuis quelques années pour essayer de diminuer le rôle anthropique dans l'effet de serre.

En 1992 à Rio de Janeiro au Brésil la convention des Nations Unies a été adoptée. Elle est entrée en application en 1994. Elle a été signée par 178 états et par ceux de l'Union Européenne.

Son objectif a été de "stabiliser les concentrations de gaz à effet de serre à un niveau qui empêche toute perturbation anthropique dangereuse du système climatique". Les pays signataires étaient contraints de prendre des mesures pour ramener au niveau de 1990, et ce d'ici l'an 2000, la concentration des gaz à effet de serre non réglementée par le protocole de Montréal sur la protection de la couche d'ozone.

Mais cette convention prévoit que la conférence des parties examine si les engagements qu'elle a prévus sont adéquats eu égard à l'état des connaissances scientifiques, et fixe par voie d'amendement ou de protocole des engagements nouveaux.

Une première conférence a eu lieu en 1995 à Berlin, les différents participants ont constaté que les engagements de Rio n'étaient pas adéquats et ont décidé d'adopter un protocole plus engageant, avec des objectifs précis et juridiquement contraignants. Le Sommet de Kyoto, au Japon a eu lieu en 1997 avec la présence de 159 pays.

Des quotas de réduction des émissions de gaz à effet de serre ont été répartis entre 38 pays industrialisés sur la base d'un taux de réduction moyen de 5,2 % par rapport aux rejets de 1990, à réaliser entre 2008 et 2012. L'entrée en vigueur du protocole conditionnée par la ratification de 55 pays, incluant des pays industrialisés dont les émissions représentent au moins 55 % des émissions de GES de 1990 de ce groupe est effective depuis le mois de février 2004 suite à la ratification de la Russie. L'UE à 15 a ratifié le protocole.

1.6.5 – Évaluation de l'impact des émissions de GES

Tous les gaz n'ont pas le même Pouvoir de Réchauffement Global (PRG ou Global Warming potential)). Les émissions des différents gaz sont considérées comme homogènes et la demande porte sur une stabilisation de l'effet des émissions françaises en termes de réchauffement global, c'est-à-dire qu'une hausse des émissions de CO₂ pourrait être compensée par une baisse des émissions de CH₄ à PRG équivalent. Cette homogénéisation impose une expression des émissions de chacun de ces gaz en équivalent CO₂.

Gazp	CO ₂	CH ₄	N ₂ O	HFC	PFC	SF ₆
PRG (à 100 ans)	1	21	310	140-11 700	6 500-9 200	23 900

Tableau 1.2 - PRG et contribution aux émissions françaises des différents gaz

- Taux d'équivalences entre carbone et CO₂

Les émissions de CO₂ par tep sont exprimées soit en tonnes de CO₂ (tCO₂), soit en tonnes de carbone (tC). La relation, liée aux poids moléculaires 44 du CO₂, et 12 du C est de :

$$1 \text{ tC} \equiv 44/12 \text{ tCO}_2 = 3,67 \text{ tCO}_2.$$

Il y a autant de carbone dans 1 tC que dans 3,67 tCO₂.

▪ Coefficients moyens d'émissions de CO₂

Les valeurs indiquées dans le tableau 1.3 sont relatives à une tep PCI de combustibles. Ces valeurs supposent une combustion parfaite (pas d'imbrûlés). Pour les déchets ménagers, il s'agit d'une moyenne, la valeur exacte dépendant du contenu précis des déchets. La valeur "0" attribuée aux émissions de CO₂ du bois est conventionnelle, la combustion du bois émet du CO₂, mais le bois lors de sa croissance ayant capté du CO₂, le bilan est considéré équilibré et les émissions nulles.

	Émissions en tCO ₂ /tep	Émissions en tC/tep
Charbon	4,118	1,123
Pétrole	3,043	0,83
Gaz naturel	2,394	0,653
Bois	0	0
Déchets ménagers	Entre 3,0 et 5,4	Entre 0,818 et 1,476

Source : Moisan F. (Président), Godard O. (Rapporteur), 1998, Énergie 2010 - 2020, Trois scénarios énergétiques pour la France, Commissariat Général du Plan

Tableau 1.3 - Coefficients moyens d'émissions de CO₂

▪ Émissions de CO₂ liées à la production et à la consommation d'électricité

Les centrales électriques génèrent des émissions de CO₂ suivant le combustible utilisé. L'importance de la différence d'émissions entre les divers moyens de production d'électricité souligne l'importance de savoir vers quelles centrales sont orientés les derniers appels de puissance, et donc d'approcher de plus près la teneur en carbone des derniers kWh appelés pour connaître les économies d'émission de CO₂ qui seraient réalisées par de la baisse de l'utilisation du parc de production centralisé. L'évaluation du contenu en carbone de l'électricité représente donc un enjeu important pour l'évaluation des actions dans le domaine de la lutte contre le changement climatique.

En France, le contenu en carbone de l'électricité à la production varie fortement selon que l'on considère la moyenne annuelle sur l'ensemble des moyens de production, les émissions des seuls parcs hydrauliques et nucléaires (sans émissions), ou la production du parc de centrales au charbon (de l'ordre de 900 gCO₂/kWh). Ceci conduit à des variations horo-saisonniers importantes du contenu en CO₂ du kWh, tandis que dans les autres pays européens, cette dispersion est limitée dans la mesure où la production d'électricité à partir de centrales thermiques à combustibles fossiles représente une partie importante de la production en base. Après avoir tendanciellement diminué depuis 1990, le contenu en CO₂ de l'électricité évolue désormais dans une fourchette de 60 à 120 gCO₂/kWh, bien inférieure à la moyenne européenne (environ 340 gCO₂/kWh).

Pour des systèmes associant plusieurs éléments susceptibles de contribuer à l'effet de serre comme les machines thermodynamiques par exemple, le TEWI (Total Equivalent Warming Impact) prend en compte le GWP ou PRG d'un gaz utilisé dans un système et ajoute la production de CO₂ associée à la consommation d'énergie de ce système :

$$TEWI = (GWP \times mi \times (1 - dr)) + [(GWP \times mi \times de) + (E \times b \times t)] \times n$$

TEWI:	kg de CO ₂ produit(s) pendant la durée de vie de l'équipement
GWP:	Global Warming Potential [kg CO ₂ /kg de fluide]
mi:	charge initiale de liquide frigorigène [kg]
dr:	efficacité de récupération lors de la mise au rebut (pourcentage de la charge initiale)
de:	taux d'émission annuel (pourcentage de la charge initiale)
E:	consommation journalière moyenne d'électricité [kWh/24h]
t:	nombre de jours de fonctionnement par an [jour/an]
b:	émission de CO ₂ par kWh d'énergie électrique produite [CO ₂ /kWh]
n:	durée de vie de l'installation en [an]

1.7 Croissance et besoins énergétiques

Certaines implications des lois fondamentales de la thermodynamique sont généralement connues, mais ne sont perçues réellement que par une minorité de praticiens. Cette remarque s'applique surtout à la perception physique de l'entropie et du second principe.

Dans une ère marquée par le coût énergétique et son impact sur l'environnement, où on commence à se rendre compte de la "qualité" de l'énergie, une compréhension plus complète des phénomènes est nécessaire si l'on veut dépasser la crise sans trop de dommages. Les principes de base qui régissent l'énergie et qui aboutissent à de nombreux choix technologiques, concernent en particulier l'utilisation de l'énergie à basse température.

1.7.1 – Contexte théorique

Le premier principe de la thermodynamique s'énonce ainsi :

Soient W_{12} et Q_{12} le travail et la chaleur reçus par un système dans une transformation qui l'amène de l'état 1 à l'état 2. Si E désigne l'énergie du système, on a :

$$W_{12} + Q_{12} = E_2 - E_1 \quad 1.1$$

Si l'on néglige toutes les formes d'énergie telles que l'énergie cinétique, potentielle, etc., le premier principe s'écrit :

$$W_{12} + Q_{12} = U_2 - U_1 \quad 1.2$$

Cette loi fondamentale de la thermodynamique peut s'écrire sous formes diverses suivant qu'il s'agit de systèmes ouverts ou fermés, d'un système décrivant un cycle, etc.

L'énoncé du second principe peut se faire de différentes façons, toutes équivalentes.

Un système qui subit une transformation cyclique où tout échange de chaleur se fait avec une source de chaleur à température constante, ne peut qu'absorber du travail et fournir de la chaleur.

Soit : $W + Q = 0$ suivant le premier principe ; avec $W > 0$ et $Q < 0$.

On conclut donc à partir de cet énoncé, suivant Thomson-Kelvin, que pour produire un travail, un système doit échanger de la chaleur avec deux sources, figure 1.3.

Q pris à la source chaude
(température T_c)

Q' cédé à la source froide
(température T_f)

Le travail W' sera donné par :

$$W' = -(Q + Q')$$

W' sera un travail produit par le système si $Q + Q' > 0$, c'est-à-dire si le système rejette moins de chaleur qu'il n'en prend.

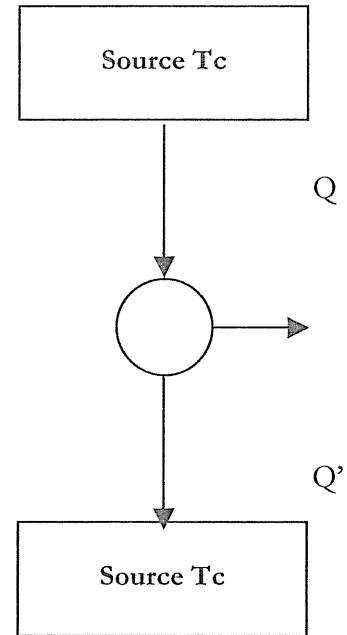
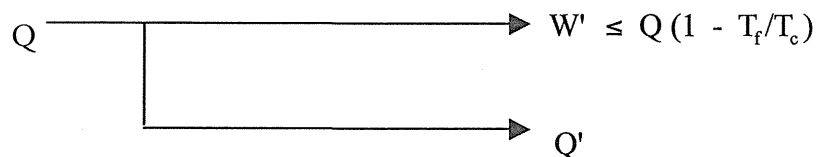


Fig. 1.3

Dans le meilleur des cas, le rendement de cette transformation $\eta = W/Q$ sera donné par le rendement du cycle de Carnot :

$$\eta = (1 - T_f/T_c)$$

On voit donc que le second principe revient à dire que toute quantité de travail W peut être transformée en chaleur mais par contre, toute quantité de chaleur Q ne peut se transformer qu'en un travail W' et en une quantité de chaleur Q' rejetée à une source plus froide :



Apparaît à travers le second principe le concept de la "qualité" de l'énergie : une quantité d'énergie que l'on peut convertir en travail avec de bons rendements à meilleure qualité que la même quantité d'énergie qui ne peut se convertir en travail qu'avec de très faibles rendements. En thermodynamique, on définit une propriété appelée énergie utilisable A et qui désigne le travail maximum que l'on peut obtenir à partir d'un système ayant une

énergie E , en l'amenant à l'équilibre par rapport à son environnement. L'énergie utilisable A est définie par :

$$A = E - T_0 S + P_0 V - D$$

où E et S sont l'énergie et l'entropie du système, V son volume, T_0 et P_0 la température et la pression de l'environnement. Le terme D , fonction de la diffusion intervient uniquement lorsqu'il y a des transformations chimiques ou combustion.

Notons que A est d'autant plus faible que l'entropie S est élevée, et sans entrer dans les détails de calcul de l'entropie, on peut exploiter la richesse de ce nouveau concept d'énergie utilisable en notant que pour une transformation cyclique, où une quantité de chaleur Q est transférée d'une température T à une température T_0 , A est donnée par :

$$A = Q (1 - T_0/T) \quad 1.3$$

Cette dernière expression suffira dans le contexte de l'application à l'énergie solaire.

1.7.2 – Rendement selon le premier principe

La pratique courante à l'heure actuelle, consiste à comptabiliser l'énergie en ignorant sa "qualité". On définit le rendement comme étant le rapport entre l'énergie utile "produite" par un système et la quantité d'énergie qu'on injecte dans ce système. Sachant par le premier principe que l'énergie est conservée, la différence de ces deux quantités est liée aux pertes ou autres imperfections du système ou de la machine en question. Ce concept de rendement η_1 est le rendement selon le premier principe. C'est ainsi par exemple que l'on dit d'un système de chauffage par fuel domestique qu'il y a un rendement de 75 % ; cela implique que 75 % de la valeur calorifique du combustible se retrouve sous forme de chaleur dans le local.

Ce genre d'analyse conduit implicitement à dire qu'un système de chauffage ayant un rendement de 100 % est idéal. Ceci n'est pas correct, un meilleur choix de technologie utilisant le fuel pour faire tourner un moteur actionnant lui-même une pompe à chaleur entraînerait en effet, des rendements $\eta_1 > 100$ %.

La valeur de η_1 n'est pas un critère valable, plus particulièrement lorsqu'il s'agit de transformation où le produit final se présente sous forme de chaleur.

1.7.3 – Rendement selon le second principe

Ce concept connu de longue date par les thermodynamiciens définit le rendement η_2 comme étant le rapport entre les quantités d'énergie utilisables à la sortie (ou état final) et à l'entrée (ou état initial) du système.

Reprenant l'exemple précédent, et en supposant que le combustible libère une quantité de chaleur Q à la température de combustion T_c , on aura à l'entrée du système de chauffage :

$$A_1 = Q (1 - T_0/T_c)$$

où T_0 est la température ambiante.

A la sortie du système, l'énergie se retrouve sous forme de chaleur à l'intérieur du local. En supposant $\eta_1 = 1$ (rendement de 100 % selon le premier principe), on retrouvera Q dans le local mais à la température intérieure du local T_i , soit donc :

$$A_2 = Q(1 - T_o/T_i)$$

Le rendement selon le second principe s'écrit donc :

$$\eta_2 = \frac{Q(1 - T_o/T_i)}{Q(1 - T_o/T_c)} = \frac{T_i - T_o}{T_c - T_o} \frac{T_c}{T_i}$$

(T_o/T_i) n'étant que de quelques degrés et (T_c/T_o) de plusieurs centaines de degrés, on voit que η_2 est de l'ordre de quelques pourcents.

On comprend, à partir d'une telle réflexion, que le procédé mis en jeu pour le chauffage à partir du fuel, dégrade l'énergie utilisée et réduit son pouvoir utilitaire de près de 90 %.

Notons que l'énergie utilisable minimale nécessaire pour chauffer le local $A_{\min} = A_1$ et le rendement η_2 est souvent défini par le rapport :

$$\eta_2 = A_{\min} / A_1 \tag{1.4}$$

Le rendement η_2 est un meilleur indicateur que η_1 car il permet d'économiser l'énergie en adaptant le moyen au besoin. Lorsqu'il est nécessaire d'avoir une énergie de basse qualité telle que la chaleur de chauffage, il est inutile d'utiliser à cet effet une énergie de qualité.

1.7.4 - Croissance et besoins en énergie

La crise de l'énergie que l'on vit depuis quelques années, a pour raisons principales le renchérissement et la limitation des ressources. Si la première raison est de nature économique et politique, la seconde est plus fondamentale dans la mesure où, même si les hommes pouvaient résoudre leurs problèmes sans chocs, les réserves seront épuisées à terme. Cependant, le problème des ressources n'est pas le seul problème lié à l'énergie, le nucléaire peut prendre la relève des combustibles chimiques, mis à part les problèmes de sécurité. Il restera cependant le problème de réchauffement de l'atmosphère par la chaleur qu'on y rejette continuellement. En effet, la finalité de toute forme de transformation de l'énergie revient toujours à rejeter de la chaleur dans le milieu ambiant. On conçoit donc qu'il y ait une limite supérieure qu'il ne faut pas dépasser si l'on veut éviter un réchauffement catastrophique du globe.

Un calcul approximatif très simple démontre la validité de cet argument. Si on considère que la terre reçoit une quantité de chaleur Q_1 du soleil et qu'elle rejette cette chaleur vers l'univers par rayonnement, on peut écrire :

$$Q_1 = a T_1^4$$

a est un facteur contenant la constante de Stefan Boltzmann et l'émissivité du globe ; T_1 désigne la température moyenne de la surface du globe en degré Kelvin.

Si l'on augmente Q_1 et ΔQ , quantité représentant la totalité de l'énergie "consommée" à la surface du globe, la nouvelle température d'équilibre $T_1 - \Delta T$ sera telle que :

$$Q_1 + \Delta Q = a (T_1 + \Delta T)^4$$

On aura donc :

$$1 + \Delta Q/Q_1 = (1 + \Delta T/T_1)^{1/4}$$

Si l'on admet par exemple un réchauffement ΔT de l'ordre de 2° C, cette relation donne : $\Delta Q \approx 0,17\%$ de Q . Autrement dit, une "consommation" d'énergie égale à 0,17 % de l'apport solaire sur la surface du globe entraînerait une augmentation de température de 2° C. En suivant les dernières statistiques, ΔQ augmentant de l'ordre de 3,5 % par an, il apparaîtrait que ce seuil pourrait être approché vers la fin du prochain siècle. Cette limite à la croissance énergétique est lourde de conséquences, surtout en ce qui concerne les pays en voie de développement pour lesquels les besoins de croissance se font le plus sentir.

C'est à travers cette réflexion que l'on reconnaît les mérites de l'utilisation de l'énergie solaire. Ressource inépuisable, le flux régulier d'énergie arrivant du soleil peut répondre, ne serait-ce que partiellement, à nos préoccupations concernant les ressources, sans toutefois mettre en danger l'équilibre écologique du globe, cette énergie, en effet, fait partie de Q , et ne vient pas s'y ajouter.

1.7.5 – Utilisation de l'énergie solaire à basse température

Les applications de l'énergie solaire à basse température se trouvent principalement dans le bâtiment où les dépenses énergétiques de chauffage ou de climatisation constituent une partie importante des besoins énergétiques globaux d'un pays. En outre, pour ces besoins "basse température", l'énergie solaire paraît être le choix naturel dans la mesure où il s'agit là de besoins en énergie de "basse" qualité, autrement dit d'énergie E ayant une énergie utilisable A assez faible, correspondant bien à l'énergie solaire captée sans concentration par effet de serre.

Afin de mieux reconnaître la valeur du choix solaire par comparaison aux techniques traditionnelles, une analyse comparative des rendements des différentes technologies pour le chauffage et la climatisation des locaux en considérant les sources primaires d'énergie, travail (mécanique ou électrique W), chaleur à haute température (combustion Q_h, T_h) et chaleur basse température (solaire Q_s, T_s), montre que les valeurs des rendements varient sensiblement en fonction de l'adaptation aux besoins d'énergie.

Pour conclure, il faut noter que ce type d'analyse ne tient pas compte des difficultés techniques et des critères économiques qui pèsent dans le choix et le développement des technologies. Si les critères thermodynamiques sont des indicateurs théoriques valables, ils ne peuvent à eux seuls garantir le succès de telle ou telle technique.

Chapitre 2

Transfert de chaleur par rayonnement

Introduction.

2.1 - Grandeurs relatives aux surfaces.	2.4
2.1.1 - Surfaces émettrices.	
2.1.2 - Surfaces réceptrices.	
2.1.3 - Cas particulier du rayonnement visible.	
2.2 - Lois de l'émission du corps noir.	2.11
2.2.1 - Définition du corps noir.	
2.2.2 - Loi de Planck.	
2.2.3 - Lois de Wien.	
2.2.4 - Loi de Stefan-Boltzmann.	
2.3 - Lois de comportement des corps réels.	2.16
2.3.1 - Émission.	
2.3.2 - Réception.	
2.3.3 - Loi de Kirchoff.	
2.3.4 - Réalisation pratique du corps noir.	
2.4 - Évaluation des échanges de chaleur par rayonnement entre surfaces séparées par un milieu non absorbant.	2.28
2.4.1 - Échanges de chaleur entre surfaces noires.	
2.4.2 - Échanges de chaleur entre surfaces grises et diffusantes.	

Introduction

L'importance relative des divers modes de transferts diffère beaucoup avec la température. Contrairement aux échanges de chaleur par conduction et convection qui dépendent surtout des différences de température et peu de leur niveau, les échanges par rayonnement augmentent rapidement avec celui-ci. Ainsi, en général, c'est le mode de transfert prépondérant lorsque les températures sont élevées. Jusqu'à maintenant, la nature exacte du rayonnement et son mécanisme de transport n'ont pu être clairement établis. Dans le cadre de ce cours, le rayonnement thermique sera défini comme le processus d'émission d'ondes électromagnétiques par un corps au détriment de son énergie calorifique. En effet, tous les corps émettent de l'énergie qui se propage dans le milieu qui les entoure, supposé transparent et homogène, suivant des rayons rectilignes. Ce rayonnement peut être décomposé en un spectre formé de radiations périodiques simples, que l'on caractérise par leur période p , leur fréquence $\nu = \frac{1}{p}$, ou leur longueur d'onde λ . Ce sont les radiations monochromatiques. Rappelons à ce propos que la fréquence ν et la longueur d'onde λ sont reliées par la formule $C = \lambda \nu$ où C est la vitesse de propagation des ondes dans le milieu transparent considéré. Si ce milieu est le vide, ou en première approximation l'air pur, cette vitesse est celle de la lumière dans le vide, $C = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

La figure 2.1 montre le spectre électromagnétique ainsi formé depuis les ondes électriques caractérisées par une basse fréquence et une grande longueur d'onde jusqu'aux rayons cosmiques à haute fréquence et à très faible longueur d'onde.

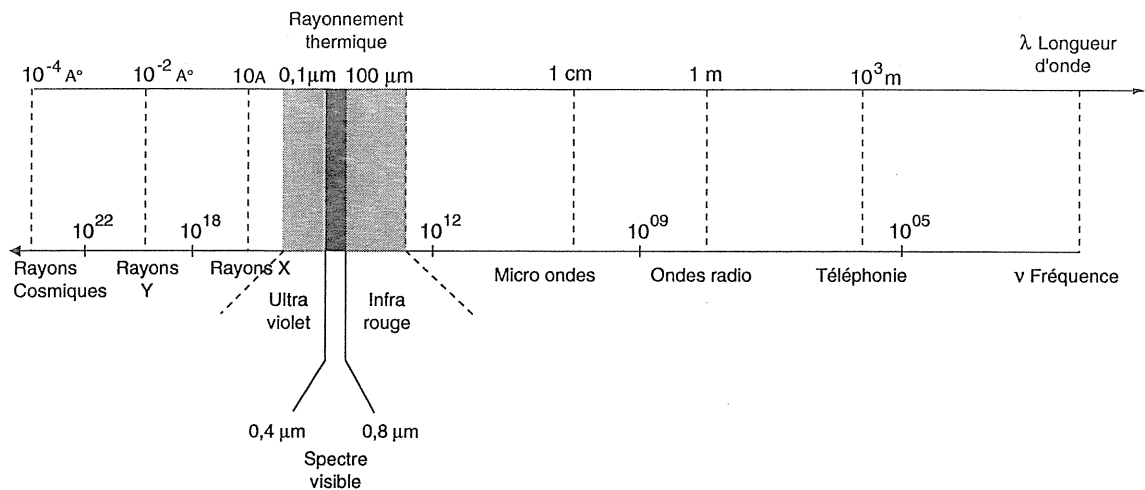


Figure 2.1 - Spectre électromagnétique

Le rayonnement thermique, c'est-à-dire le rayonnement émis par des corps du fait de leur température, ne représente qu'une très faible partie du rayonnement total. On le limite pratiquement aux longueurs d'ondes comprises entre 0,1 et 100 microns. Dans cette gamme, nos sens sont capables de détecter le rayonnement sous forme d'une sensation de chaleur et, dans une bande plus étroite de 0,38 à 0,76 μm appelée spectre visible, ce rayonnement excite le nerf optique sous forme de lumière.

Le problème général de la transmission de chaleur par rayonnement consiste, étant donné un corps ou un système de corps bien défini, à étudier l'émission et l'absorption des

différents constituants, à déterminer l'influence de la géométrie du système, en vue de dresser le bilan de l'échange de chaleur. Auparavant auront été définies les grandeurs relatives à l'émission ou à l'absorption des corps permettant d'introduire le concept de radiateur intégral ou corps noir et les différentes lois physiques qui régissent le rayonnement.

2.1 - Grandeurs relatives aux surfaces

2.1.1 - Surfaces émettrices

2.1.1.1 - Flux énergétique

C'est la puissance totale émise par une source quelconque dans tout l'espace environnant. L'unité utilisée est le watt dans le système international.

$$\Phi = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

ΔQ : quantité d'énergie rayonnante émise pendant l'intervalle de temps Δt .

Ce rayonnement peut être décomposé en radiations simples monochromatiques.

Dans ces conditions si Φ_λ est le flux monochromatique émis par la source dans l'intervalle de longueur $d\lambda$ autour de la valeur de λ , on a :

$$\Phi = \int_0^\infty \Phi_\lambda d\lambda$$

2.1.1.2 - Etendue géométrique

Considérons une surface émettrice S_1 et une surface réceptrice S_2 placées dans un milieu homogène, figure 2.2.

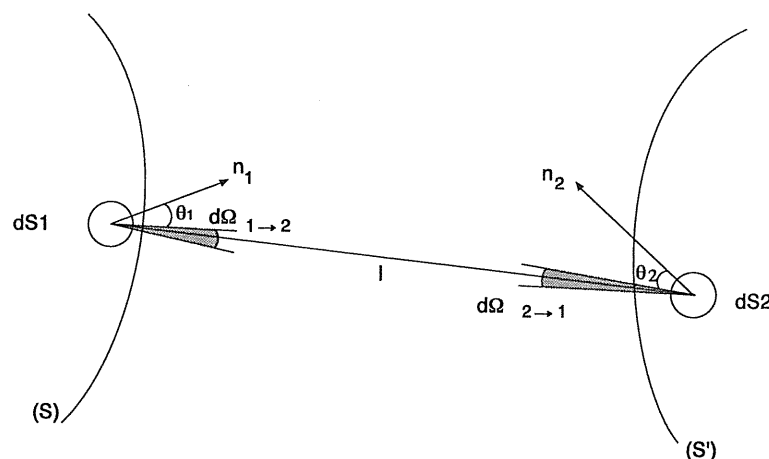


Figure 2.2

Soient dS_1 et dS_2 deux surfaces élémentaires situées respectivement sur S_1 et S_2 . Si $d\Omega_{1\rightarrow 2}$ est l'angle solide élémentaire sous lequel on voit la surface dS_2 depuis la surface dS_1 , et $d\Omega_{2\rightarrow 1}$ l'angle solide sous lequel depuis dS_2 on voit dS_1 on définira l'étendue géométrique élémentaire d^2G du pinceau de rayons qui joint dS_1 et dS_2 par la formule :

$$d^2G = dS_1 \cos \theta_1 d\Omega_{1\rightarrow 2} = dS_2 \cos \theta_2 d\Omega_{2\rightarrow 1}$$

ou encore :

$$d^2G = \frac{dS_1 \cos \theta_1}{l^2} = \frac{dS_2 \cos \theta_2}{l^2}$$

Cette quantité est proportionnelle à l'aire apparente de l'élément de surface, émetteur $dS_1 \cos \theta_1$ ou récepteur $dS_2 \cos \theta_2$. Elle caractérise la géométrie du problème.

On constate que la formule est symétrique par rapport à l'émetteur ou au récepteur.

L'étendue géométrique totale caractérisant le faisceau déterminé par S_1 et S_2 peut être calculé par une double intégration sur les surfaces S_1 et S_2 .

L'étendue géométrique est une grandeur purement géométrique. Elle s'exprime en $m^2 \cdot Sr$ (mètre carré x stéradian) dans le système S.I.

2.1.1.3 - Luminance énergétique

L'élément de surface S_1 envoie vers S_2 un flux énergétique $d^2\Phi$ qui reste constant à la traversée du milieu intermédiaire si celui-ci n'est ni émetteur ni absorbant. Ce flux énergétique $d^2\Phi$ est proportionnel à l'étendue géométrique caractérisant le faisceau.

$$d^2\Phi = L_{ox} dS \cos \theta d\Omega$$

$$d^2\Phi = L_{ox} dS_1 \cos \theta_1 d\Omega_{1\rightarrow 2}$$

La nouvelle grandeur ainsi définie L_{ox} est appelée luminance énergétique du faisceau inscrit dans $d\Omega_{1\rightarrow 2}$. C'est une caractéristique de l'émission de la surface. En général elle est fonction de la direction d'émission, Ox, figure 2.3. Cette quantité représente en fait la densité spatiale de flux.

Suivant la direction Ox :

$$d^2\Phi = L_{ox} dS_1 \cos \theta_1 d\Omega$$

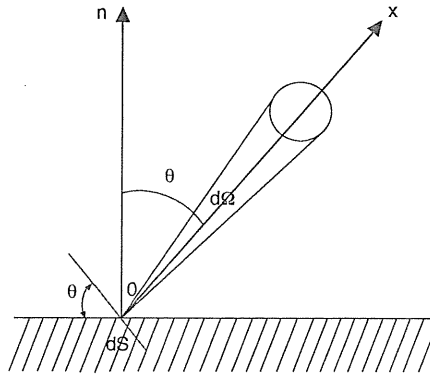


Figure 2.3

La luminance énergétique s'exprime dans le système S.I. en $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{sr}$. (Watt par mètre carré et par stéradian).

On peut définir également une luminance monochromatique $L_{ox,\lambda}$. On aura :

$$L_{ox} = \int_0^{\infty} L_{ox,\lambda} d\lambda$$

2.1.1.4 - Intensité énergétique

L'intensité énergétique est définie par une source émettrice ponctuelle, comme la limite du quotient du flux énergétique $\Delta\Phi$ émis dans un angle solide $\Delta\Omega$ lorsque ce dernier tend vers zéro.

$$I_{ox} = \lim_{\Delta\Omega \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$

Comme la luminance, l'intensité est une quantité dirigée, s'exprimant en W/sr (Watt par stéradian).

La notion d'intensité sert principalement à caractériser la répartition dans l'espace du flux émis par une source ponctuelle. On définit ainsi une indicatrice d'émission comme étant la surface associée à la source en portant à partir de celle-ci des vecteurs proportionnels à l'intensité énergétique dans toutes les directions.

On peut appliquer la notion d'intensité à une source qui n'est plus ponctuelle. On définira ainsi une intensité relative à un élément de surface dS et un angle solide élémentaire $d\Omega$ (direction Ox) en écrivant :

$$dI_{dS-d\Omega} = dI_{ox} = \frac{d^2\Phi}{d\Omega}$$

ou encore en introduisant la luminance dans la direction considérée suivant la formule :

$$dI_{ox} = L_{ox} dS \cos \theta$$

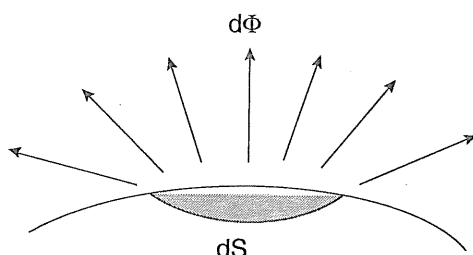
soit

$$L_{ox} = \frac{dI_{ox}}{dS \cos \theta}$$

On peut aussi définir la luminance dans une direction donnée comme étant l'intensité dans la même direction ramenée à l'unité de surface apparente.

2.1.1.5 - Émittance énergétique

C'est le flux énergétique total $d\Phi$ émis par un élément de surface émettrice dans tout l'hémisphère qu'il peut voir, ramené à l'unité de surface émettrice.



$$M = \frac{d\Phi}{dS}$$

L'unité utilisée sera le watt par mètre carré (W/m²).

Figure 2.4

Dans le spectre du rayonnement total, pour une radiation de longueur d'onde λ comprise dans l'intervalle $d\lambda$ on appelle émittance monochromatique M_λ , le flux transporté par longueur d'onde λ , toujours rapporté à l'unité de surface.

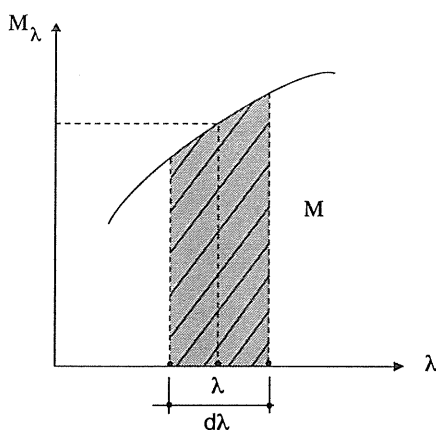


Figure 2.5

Les variations de M_λ avec la longueur d'onde constituent la courbe de répartition spectrale énergétique de l'émetteur.

L'émittance énergétique totale M est représentée par l'aire comprise entre la courbe de variation de M_λ et l'axe des abscisses, figure 2.5.

$$\text{On a donc : } M = \int_0^\infty M_\lambda d\lambda$$

2.1.1.6 - Cas particulier des surfaces diffuses

Le flux total Φ émis par une surface S_1 et reçu par une surface S_2 (voir figure 2.2) ne peut être calculé qu'après avoir effectué une double intégration sur les surfaces S_1 et S_2 :

$$\Phi_{S_1 \rightarrow S_2} = \iint_{S_1 S_2} L_{dS_1 - dS_2} d^2G$$

Dans le cas particulièrement intéressant où la luminance de la surface S_1 est uniforme quelle que soit la direction d'émission, on peut écrire :

$$\Phi_{S_1 \rightarrow S_2} = L_1 \iint_{S_1 S_2} d^2 G = L_1 G_{S_1 \rightarrow S_2}$$

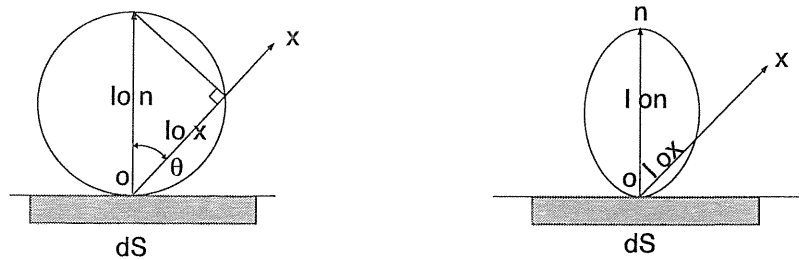
Dans ces conditions, on dit que la surface est caractérisée par une émission diffuse ou encore qu'elle suit la loi de Lambert.

On a alors :

$$L_{ox} = L = \frac{dI_{ox}}{dS \cos \theta} = \frac{dI_{on}}{dS}$$

d'où :

$$dI_{ox} = dI_{on} \cos \theta$$



Surface à émission diffuse.
L'indicatrice d'émission est une sphère.

Surface à émission quelconque.
L'indicatrice d'émission est quelconque.

Figure 2.6

2.1.1.7 - Relation entre l'émittance M et la luminance L dans le cas où la surface suit la loi de LAMBERT

Par définition : $M = \frac{d\Phi}{dS}$ avec $d\Phi = \int_{1/2\text{espace}} d^2\Phi$

où : $d^2\Phi$ est le flux émis dans l'angle solide $d\Omega$.

$$d^2\Phi = dI_{ox} d\Omega$$

or : $d^2\Phi = L dS \cos \alpha d\Omega$

d'où : $d\Phi = \int_{1/2\text{espace}} L dS \cos \alpha d\Omega$, avec $L = \text{cte}$

$$d\Phi = L dS \int_{1/2\text{espace}} d\Omega \cos \alpha$$

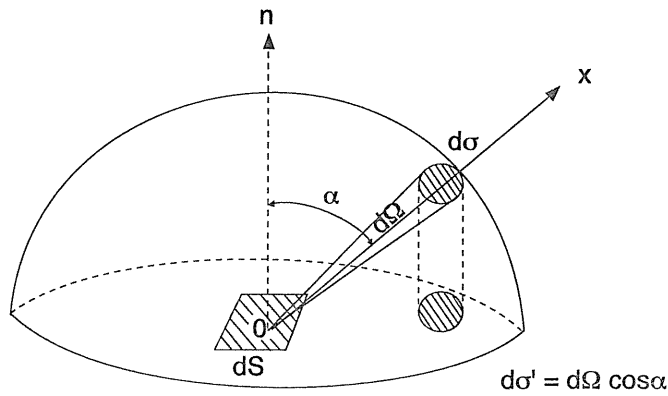


Figure 2.7

Soit une sphère de rayon unité centrée en O. L'angle solide découpe sur cette sphère une surface $d\sigma'$, figure 2.7.

Soit $d\sigma'$ la projection de $d\sigma$ sur le plan de base.

$$\text{On a :} \quad \int_{1/2\text{espace}} d\Omega \cos \alpha = \int_{\text{cercle de base}} d\sigma' = d\sigma' = \pi$$

$$\text{d'où :} \quad d\Phi = LdS\pi$$

$$\text{soit :} \quad M = \frac{d\Phi}{dS} = \pi L \quad (2.1)$$

Ce procédé d'intégration porte le nom de méthode d'ONDRACEK, ou méthode de la sphère unité.

La relation a été établie pour le rayonnement total. Le même raisonnement aurait pu être conduit pour un rayonnement monochromatique en définissant une luminance monochromatique L_λ constante dans toutes les directions si la surface considérée suit la loi de LAMBERT.

$$\text{Dans ces conditions :} \quad \Phi_\lambda = \int_{1/2\text{espace}} L_\lambda dS \cos \theta d\Omega$$

$$\Phi_\lambda = L_\lambda dS\pi$$

$$\text{et :} \quad M_\lambda = \pi L_\lambda$$

2.1.2 - Surfaces réceptrices

Considérons maintenant la réception d'un rayonnement incident sur une surface quelconque. Les définitions données au paragraphe précédent (flux, intensité et luminance) s'appliquent aussi bien au rayonnement arrivant sur une surface qu'au rayonnement émis par celle-ci. De même parallèlement à l'émittance on introduit la notion nouvelle d'éclairement représentant le flux reçu par unité de surface réceptrice. Il s'exprime en W/m^2 (Watt par mètre carré).

$$E = \frac{d\Phi}{dS}$$

Sachant que tout corps est soit émetteur, soit récepteur, il est intéressant d'établir la relation entre l'éclairement en un point de l'espace et la luminance d'une surface émettrice.

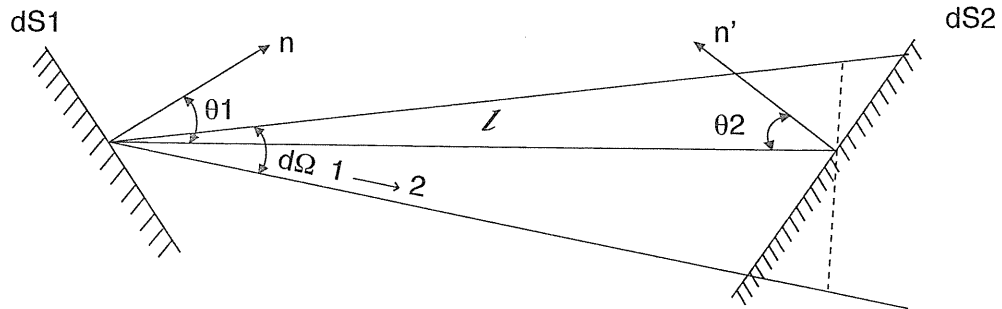


Figure 2.8

Soient $d\Omega_{1 \rightarrow 2}$ l'angle solide sous lequel on voit dS_2 depuis dS_1 et $d\Omega_{2 \rightarrow 1}$ l'angle solide sous lequel on voit dS_1 depuis dS_2 .

Par définition, le flux émis par dS_1 dans la direction de dS_2 est :

$$d^2\Phi_{dS_1 \rightarrow dS_2} = dI_{dS_1 \rightarrow dS_2} \times d\Omega_{1 \rightarrow 2}$$

et :

$$L_{dS_1 \rightarrow dS_2} = \frac{dI_{dS_1 \rightarrow dS_2}}{dS_1 \cos \theta_1}$$

$$d^2\Phi_{dS_1 \rightarrow dS_2} = L d^2G$$

$$d^2\Phi_{dS_1 \rightarrow dS_2} = L \frac{dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2}{l^2}$$

Par définition, l'éclairement de dS_2 est :

$$E = \frac{d^2\Phi_{dS_1 \rightarrow dS_2}}{dS_2} = \frac{L dS_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{l^2}$$

La formule permet de calculer les influences réciproques de deux corps rayonnants en tenant compte de la géométrie du problème.

Lorsqu'un flux de rayonnement arrive sur une surface, une première partie de celui-ci est réfléchi, une deuxième partie est absorbée sous forme de chaleur et enfin une troisième partie est éventuellement transmise. Ce sont les phénomènes de réflexion, d'absorption et de transmission.

2.1.3 - Cas particulier du rayonnement visible

On donne le nom de rayonnement visible à la partie de rayonnement électromagnétique correspondant à l'intervalle de longueur d'onde 0,36 - 0,76 μm . Ces radiations ont la propriété d'exciter le nerf optique sous forme de lumière.

En effet à énergie égale les radiations visuelles qui pénètrent dans l'œil déclenchent un effet visuel qui dépend de leur longueur d'onde et que l'on peut caractériser par un nombre variant de 0 à 1, appelé efficacité lumineuse relative spectrale de l'œil $V(\lambda)$.

La quantité $V(\lambda)$ représente un rapport, et donne la relation entre rayonnement énergétique et lumière en prenant en compte une sensation physiologique.

La photométrie (mesure des grandeurs relatives à la lumière) s'est développée antérieurement aux mesures spectroradiométriques et à l'établissement d'un système international d'unités. Si bien que contrairement à la logique, les unités photométriques ne dépendent pas d'une unité fondamentale qui pourrait être le Watt lumineux, un Watt énergétique de rayonnement de longueur d'onde λ est équivalent à $V(\lambda)$ Watt lumineux.

Elles dérivent toutes d'une unité appelée candela qui est l'unité d'intensité lumineuse. Elle est 680 fois plus petite que le Watt lumineux par stéradian.

Le tableau 2.1 récapitule l'ensemble des définitions des grandeurs énergétiques, complétées par les grandeurs lumineuses équivalentes.

	Grandeurs énergétiques	Grandeurs lumineuses
Flux	$\Phi = \frac{dQ}{dt} (W)$	$F = K_m \int_{\text{visible}} \Phi_\lambda V(\lambda) d\lambda (lm)$
Intensité	$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} (W.sr^{-1})$	$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} (cd)$
Éclairement	$E = \frac{d\Phi}{dS} (W.m^{-2})$	$E = \frac{dF}{dS} (lux)$
Émittance ou Exitence	$M = \frac{d\Phi}{dS} (W.m^{-2})$	$M = \frac{dF}{dS} (W.m^{-2})$
Luminance	$L = \frac{d^2\Phi}{d^2G} (W.m^{-2}.sr^{-1})$	$L = \frac{d^2F}{dS \cos \theta d\Omega} (cd.m^{-2})$

Tableau 2.1
Tableau comparatif des grandeurs énergétiques et lumineuses

2.2 - Lois de l'émission du corps noir

2.2.1 – Définition du corps noir

On définit le corps noir comme un étalon de rayonnement, un radiateur idéal, qui à une température et une longueur d'onde données émettrait le maximum de flux énergétique rayonné.

Le concept de corps noir est donc un concept théorique que l'on peut seulement approcher dans la pratique. Il a cependant un gros intérêt parce qu'il est possible d'établir des lois physiques simples définissant son émission. Ainsi le corps noir est utilisé comme une

référence à laquelle on compare les caractéristiques de rayonnement des autres corps.

2.2.2 - Loi de Planck

La Loi de PLANCK donne une relation entre l'émittance monochromatique du corps noir à la température absolue T et la longueur d'onde λ .

En partant de la théorie des quanta, PLANCK a démontré la formule suivante :

$$M_{\lambda,T}^o = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \text{ en } W.m^{-1} \text{ ou } W.m^{-2}.\mu m^{-1} \quad (2.2)$$

avec : $c_1 = 2\pi^5 h^6 C^2$

$$c_2 = \frac{Ch}{k}$$

où C est la vitesse de la lumière,
 h est la constante de PLANCK,
 k est la constante de BOLTZMANN.

Dans ces conditions :

$$c_1 = 3,74 \cdot 10^{-16} W.m^2$$

$$c_2 = 1,44 \cdot 10^{-2} m.K$$

Si les températures sont exprimées en Kelvin, et les longueurs d'onde en mètres, on exprime souvent les longueurs d'ondes en microns et les flux en W/m^2 . Il vient alors :

$$c_1 = 3,74 \cdot 10^8 W.\mu m^4 .m^{-2}$$

$$c_2 = 1,44 \cdot 10^4 \mu m.K$$

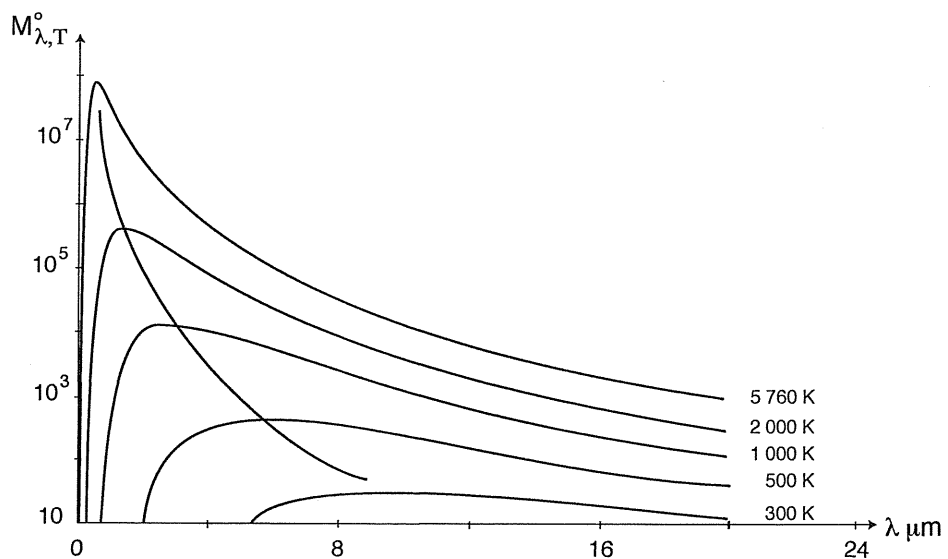


Figure 2.9

À partir de l'expression de la loi de PLANCK, la figure 2.9 met en évidence les points suivants :

a) Maximum de $M_{\lambda,T}^o$ pour $\lambda = \lambda_m$.

b) La courbe présente une dissymétrie très marquée. La croissance est beaucoup plus marquée par les courtes longueurs d'onde que la décroissance. Pour $\lambda < 0,5 \lambda_m$ il n'y a pratiquement plus d'énergie rayonnée ($< 1/100$) alors qu'il faut atteindre $\lambda > 4,5 \lambda_m$ pour obtenir le même résultat.

c) Pour les petites longueurs d'onde ($\lambda < 5 \mu\text{m}$) correspondant au rayonnement visible et proche infrarouge, la quantité $e^{c_2/\lambda}$ est grande devant 1.

La formule PLANCK devient :

$$M_{\lambda,T}^o = c_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} \text{ appelée formule de WIEN.} \quad (2.3)$$

Pour les grandes longueurs d'onde correspondant à l'infrarouge lointain, le développement en série de la quantité $e^{c_2/\lambda T}$ permet d'écrire en conservant les deux premiers termes du développement :

$$M_{\lambda,T}^o = \frac{c_1 T}{c_2 \lambda^4} \text{ dite formule de RAYLEIGH.}$$

d) On obtient une courbe pour chaque valeur de T prise comme paramètre. Pour une longueur d'onde donnée, la quantité $M_{\lambda,T}^o$ sera d'autant plus grande que la température T est grande. En conséquence, pour $T_1 > T_2$ la courbe T_1 est toujours en dessus de la courbe T_2 .

2.2.3 - Lois de Wien

2.2.3.1 - 1ère loi de Wien ou loi du déplacement

Cette loi permet de calculer, pour une température donnée, la longueur d'onde λ_m correspondant à l'émittance monochromatique maximum.

Pour $\lambda = \lambda_m$ la dérivée $\frac{d(M_{\lambda,T}^o)}{d\lambda}$ s'annule, ce qui implique :

$$e^{\frac{c_2}{\lambda T}} \left(-5 + \frac{c_2}{\lambda T} \right) + 5 = 0$$

En posant $U = \frac{c_2}{\lambda T}$, la résolution de l'équation précédente permet de calculer la racine U_m de cette équation :

$$U_m = \frac{c_2}{\lambda_m T} = 4,965$$

avec $c_2 = 14\,400 \mu\text{m.K}$

On obtient : $\lambda_m T = 2\,896 \mu\text{m.K}$ (2.4)

Lorsque la température de l'émetteur croît, le maximum de l'émittance monochromatique se déplace vers les courtes longueurs d'onde, mis en évidence par les valeurs numériques suivantes :

$T = 300\text{ K}$	$\lambda_m = 9,6 \mu\text{m}$	$T = 2\,000\text{ K}$	$\lambda_m = 1,44 \mu\text{m}$
$T = 500\text{ K}$	$\lambda_m = 5,8 \mu\text{m}$	$T = 3\,000\text{ K}$	$\lambda_m = 0,96 \mu\text{m}$
$T = 750\text{ K}$	$\lambda_m = 3,8 \mu\text{m}$	$T = 5\,792\text{ K}$	$\lambda_m = 0,50 \mu\text{m}$
$T = 1\,300\text{ K}$	$\lambda_m = 2,9 \mu\text{m}$		

Les résultats sont schématisés sur la figure 2.10 où toutes les ordonnées sont exprimées en variables réduites.

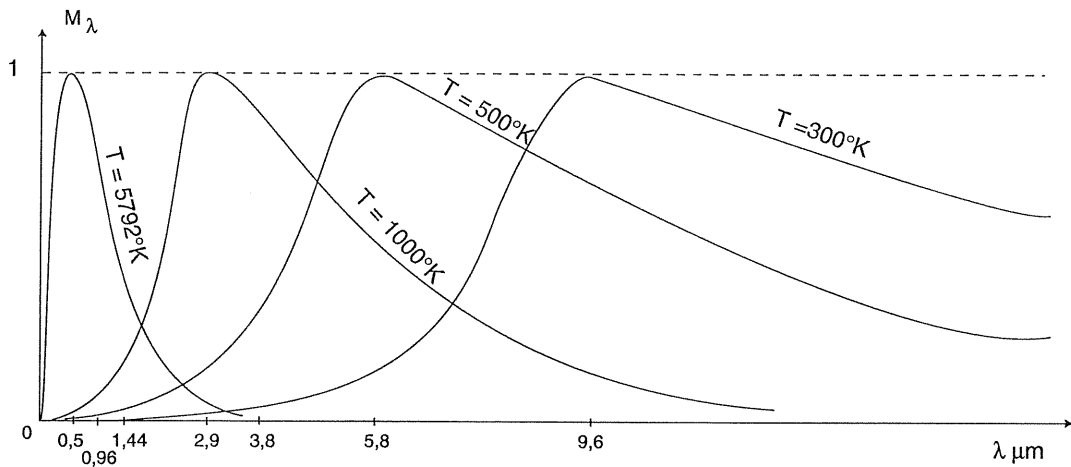


Figure 2.10

Les courbes correspondant au corps noir à $5\,792\text{ K}$ et au corps noir à 300 K (température ambiante) n'ont pratiquement aucun domaine commun.

La plupart des sources de chaleur industrielles ont une température inférieure à $2\,000\text{ K}$. Elles ont donc toutes un rayonnement essentiellement infrarouge avec une très faible émittance dans le visible.

En revanche, le soleil assimilable au corps noir à $5\,792\text{ K}$, a une importante partie de son rayonnement dans le visible et même dans l'ultraviolet.

2.2.3.2 - 2ème loi de Wien - Valeur de l'émittance monochromatique maximum

Le calcul de la valeur de l'émittance maximum ($M_{\lambda_m T}^o$) à partir de la formule de PLANCK permet d'écrire :

$$(M_{\lambda, T}^o)_{\max} = \frac{c_1 \lambda_m^{-5}}{e^{c_2 / \lambda T} - 1}$$

$$(M_{\lambda, T}^o)_{\max} = BT^5 \text{ avec } B = 1,27610^{-11} \text{ W.m}^{-2}.\mu\text{m}^{-1}.\text{K}^{-5} \quad (2.5)$$

L'émittance monochromatique maximum du corps noir est donc proportionnelle à la quantité T^5 . Il y a donc des différences très importantes entre le rayonnement du corps noir à haute température (par exemple le rayonnement solaire $T = 5792 \text{ K}$ et le rayonnement du corps noir à la température ambiante ($T = 300 \text{ K}$)).

On obtient :

$$\frac{M_{\lambda_m, 5792K}^o}{M_{\lambda_m, 300K}^o} = \frac{5792^5}{300^5} \approx 3 \cdot 10^6$$

Le lieu des sommets des courbes de PLANCK lorsque la température varie est déterminée à partir de la formulation approchée de WIEN valable pour $\lambda < 5 \mu\text{m}$:

$$M_{\lambda_m, T}^o = \frac{c_1 e^{-c_2 / \lambda_m T}}{\lambda_m^5} = \frac{c_2 e^{-5}}{\lambda_m^5} = \frac{D}{\lambda_m^5}$$

Le lieu des sommets est donc une courbe d'allure hyperbolique qui croît très vite pour les courtes longueurs d'onde, figure 2.11.

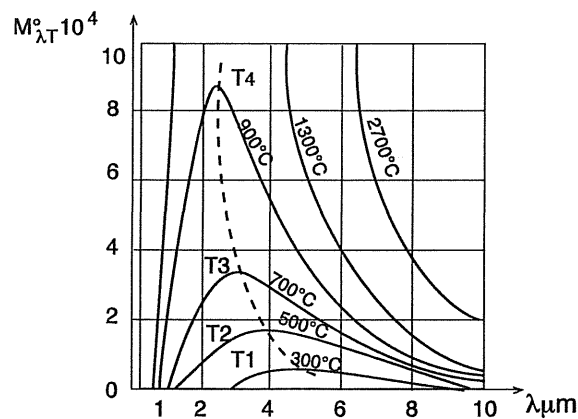


Figure 2.11

2.2.4 - Loi de STEFAN - BOLTZMANN

Cette loi exprime que le flux énergétique total émis par un corps noir à une température donnée T dans un demi-espace et pour toutes les longueurs d'onde du spectre est proportionnel à la puissance quatrième de la température.

C'est donc une relation reliant l'émittance totale du corps noir M^o et sa température.

$$M^o = \int_0^{\infty} M_{\lambda}^o d\lambda$$

En remplaçant dans cette formule M_{λ}^o par sa valeur tirée de la formule de PLANCK :

$$M^o = \int_0^{\infty} \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda T} - 1} d\lambda$$

Le calcul de l'intégrale précédente se fait en utilisant le changement de variable $U = c_2 / \lambda T$. Il vient :

$$M^o = \sigma_o T^4 \quad (2.6)$$

σ_o est appelé la constante de STEFAN-BOLTZMANN.

Dans le système international, elle est égale à $\sigma_o = 5,68 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$

Dans les applications techniques, la loi de STEFAN-BOLTZMANN s'écrit en général :

$$M^o = \sigma_o T^4 = 5,68 \left(\frac{T}{100} \right)^4$$

En conclusion, si l'on a un corps noir de surface totale S à la température T , le flux énergétique total émis est :

$$\Phi = SM^o = S\sigma_o T^4 = 5,68S \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (2.7)$$

2.3 - Lois de comportement des corps réels

2.3.1 - Émission

Les lois physiques établies au paragraphe précédent sont relatives au corps noir. La plupart des corps émettent, à une température donnée T , moins d'énergie que les corps noirs. On dit que leur émission est égale à celle du corps noir à la température T , multipliée par un facteur correctif inférieur à 1 qu'on appelle émissivité ou facteur d'émission.

De plus, l'émittance d'un corps réel varie avec sa nature, son état de surface, la température de la surface et la longueur d'onde. Si le corps noir rayonne selon la loi de LAMBERT, la

luminance d'un corps réel varie généralement avec la direction d'émission. L'indicatrice d'émission n'est pas sphérique.

Ainsi on est amené à définir plusieurs émissivités caractérisant la distribution spectrale et spatiale du rayonnement émis par l'unité de surface du corps.

2.3.1.1 - Émissivité hémisphérique

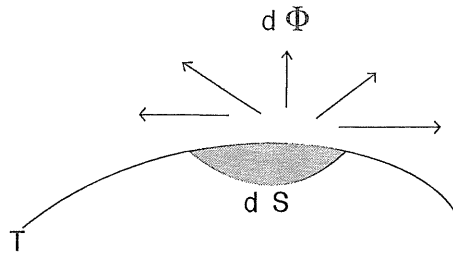


Figure 2.12

Considérons un élément de surface dS à la température T . Soit $d\Phi$ le flux émis dans tout le demi-espace. L'émissivité hémisphérique totale ε est définie par la relation, figure 2.12.

$$d\Phi = \varepsilon \int_0^\infty M_{\lambda,T}^o d\lambda dS$$

$$d\Phi = \varepsilon \sigma_o T^4 dS$$

Cette relation peut s'écrire :

$$d\Phi = M dS = \varepsilon M^o dS$$

D'où :

$$\varepsilon = \frac{M}{M^o}$$

De même, si l'on s'intéresse au flux $d\Phi_\lambda$ rayonné par les radiations comprises dans l'intervalle $(\lambda, \lambda + d\lambda)$, on définit le flux monochromatique d'émission hémisphérique par la relation :

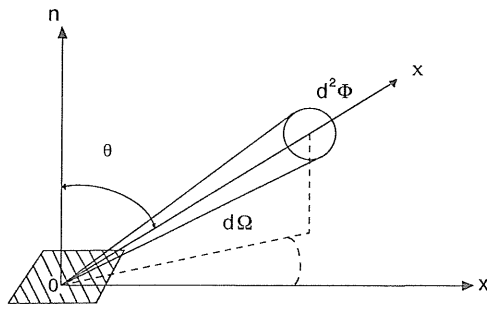
$$d\Phi_\lambda = \varepsilon_\lambda M_{\lambda,T}^o dS = M_{\lambda,T} dS$$

avec ε_λ émissivité monochromatique.

L'émissivité globale s'exprime en fonction de ε_λ

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda M_{\lambda,T}^o d\lambda}{\sigma_o T^4} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda M_{\lambda,T}^o d\lambda}{M^o}$$

2.3.1.2 - Émissivité directionnelle



Considérons une surface caractérisée par une luminance monochromatique dans une direction Ox , $L_{ox,\lambda}$

Le flux monochromatique émis dans cette direction dans un angle solide $d\Omega$, est (figure 2.13) :

$$d^2\Phi_{ox,\lambda} = L_{ox,\lambda} dS \cos \theta d\Omega$$

Figure 2.13

On définit ainsi une émissivité directionnelle monochromatique :

$$\varepsilon_{ox,\lambda} = \frac{d^2\Phi_{ox,\lambda}}{d^2\Phi_{ox,\lambda}^o} = \frac{L_{ox,\lambda}}{L_{\lambda,T}^o}$$

ou $d^2\Phi_{\lambda,T}^o$ est le flux monochromatique émis par le corps noir à la même température T dans la direction Ox et $L_{\lambda,T}^o$ la luminance monochromatique du corps noir.

De même, si l'on s'intéresse au flux total émis par la surface dans la direction Ox on définit l'émissivité totale directionnelle :

$$\varepsilon_{ox} = \frac{\int_0^\infty L_{ox,\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty L_{ox,\lambda}^o d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_{ox,\lambda} L_{\lambda,T}^o d\lambda}{L_{\lambda,T}^o}$$

$$\varepsilon_{ox} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_{ox,\lambda} M_{\lambda,T}^o d\lambda}{\sigma_o T^4}$$

2.3.1.3 - Valeurs numériques de l'émissivité

L'étude des émissivités des matériaux a mis en évidence deux types de comportement, celui des matériaux conducteurs de l'électricité et celui des isolants.

Pour les premiers, essentiellement des métaux, ε_λ est en général petit et décroît légèrement avec la longueur d'onde. Plus le poli de la surface émettrice est soigné plus ε_λ est petit. Il est en général inférieur à 0,1. Si la surface est oxydée ou ternie, ε_λ prend des valeurs plus importantes pouvant atteindre 0,8.

Le poli de la surface métallique a une influence sensible sur la direction d'émission. Le facteur $\varepsilon_{ox,\lambda}$ varie beaucoup avec les directions préférentielles d'émission. Par contre des défauts de planéité ou de rugosité, ou la présence d'oxyde ont pour effet de rendre la surface diffusante, l'indicatrice d'émission tendant à devenir sphérique.

Pour les isolants ε_λ croît en général avec la longueur d'onde et on observe des bandes d'émission dans l'infrarouge où ε_λ prend des valeurs presque constantes. De plus tous ces matériaux ont une luminance pratiquement indépendante de la direction et suivent assez bien la loi de LAMBERT. Ainsi les matériaux couramment employés en construction (surface peinte, papier, plâtre, bois, béton, etc.) ont une émissivité hémisphérique pratiquement constante dans l'infrarouge, située entre 0,8 et 1. On pourra ainsi sans trop de difficultés les assimiler en première approche à des corps dont les surfaces ont une émissivité indépendante de la longueur d'onde et de la direction. Ces surfaces sont dites grises et diffusantes.

Les hypothèses, surfaces grises et diffusantes, sont suffisantes dans les applications techniques usuelles (isolation thermique, chauffage par rayonnement etc...).

Les ordres de grandeurs de l'émissivité hémisphérique totale pour un certain nombre de substances sont donnés par le tableau 2.2. Ces valeurs numériques correspondent à de faibles températures de surface (20 °C).

MATÉRIAUX	ε
Aluminium poli	0,06
Aluminium oxydé	0,30
Cuivre poli	0,04
Cuivre très oxydé	0,75
Or pur très poli	0,02
Zinc pur très poli	0,02
Zinc galvanisé	0,20-0,30
Brique ordinaire	0,93
Brique réfractaire à 1 000 °C	0,60
Carbone (dépôt de noir de fumée)	0,95-0,98
Argile	0,90
Verre ordinaire	0,94
Marbre	0,95
Peinture aluminium	0,30-0,60
Peinture noire mâte	0,90
Peinture blanche mâte	0,90-0,95
Peinture à l'huile	
Toutes couleurs	~0,90
Papier	0,95
Bois suivant essences	0,75-0,95

Tableau 2.2
Ordres de grandeur de l'émissivité hémisphérique.

2.3.2 - Réception

Lorsqu'un rayonnement est incident sur un corps, une partie du flux transporté est absorbé transformé en chaleur dans la masse du récepteur, une deuxième fraction est réfléchié, enfin une troisième fraction peut-être transmise, figure 2.14.

Le rayonnement thermique qui atteint un récepteur ne provient directement que pour une faible part des sources (émetteurs primaires). La plus grande partie de ce rayonnement est soit transmise, soit réfléchié par l'entourage.

$$\text{Soit } \Phi_i = \Phi_a + \Phi_t + \Phi_r$$

où Φ_a , Φ_t , Φ_r sont respectivement les flux absorbé, transmis, et réfléchi.

On définit les coefficients caractéristiques des propriétés des matériaux soumis au rayonnement Φ_i :

$$\alpha = \frac{\Phi_a}{\Phi_i}, \text{ absorptivité ou facteur total d'absorption,}$$

$$\tau = \frac{\Phi_t}{\Phi_i}, \text{ transmissivité ou facteur total de transmission}$$

$$\rho = \frac{\Phi_r}{\Phi_i}, \text{ réflectivité ou facteur total de réflexion.}$$

Ces coefficients obéissant à la relation $\alpha + \tau + \rho = 1$

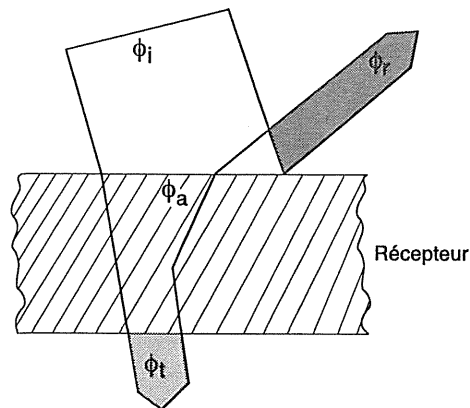


Figure 2.14

Pour un corps donné, les coefficients α , τ et ρ dépendent d'un très grand nombre de facteurs :

- de la nature du rayonnement incident, c'est-à-dire de la longueur d'onde,
- de la température du récepteur,
- de la direction du rayonnement incident.

L'influence de la longueur d'onde est primordiale. Pour cela, il est intéressant de définir des coefficients de réflexion, d'absorption et de transmission monochromatiques.

En effet, le raisonnement précédent reste le même si l'on considère un rayonnement incident monochromatique $\Phi_{i\lambda}$. On aura donc :

$$\rho_{\lambda} = \frac{\Phi_{r,\lambda}}{\Phi_{i\lambda}} ; \alpha_{\lambda} = \frac{\Phi_{a,\lambda}}{\Phi_{i\lambda}} ; \tau_{\lambda} = \frac{\Phi_{t,\lambda}}{\Phi_{i\lambda}}$$

avec :

$$\rho_{\lambda} + \alpha_{\lambda} + \tau_{\lambda} = 1$$

Quelle que soit la longueur d'onde, on dit d'un corps qu'il est opaque si $\tau_{\lambda} = 0$ et qu'il est transparent si $\tau_{\lambda} = 1$.

Dans la réalité, on observe soit $\tau_{\lambda} = 0$ soit $\tau_{\lambda} = 1$ que pour des domaines spectraux bien limités.

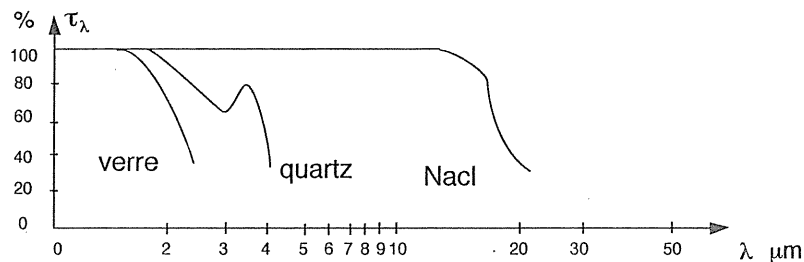


Figure 2.15

Ainsi, les corps présentés en figure 2.15, peuvent être considérés comme transparents pour les courtes longueurs d'ondes, en particulier le spectre visible $0,4 - 0,8 \mu m$, alors qu'ils deviennent plus ou moins rapidement opaques pour le rayonnement thermique lorsque la longueur d'onde augmente.

En corollaire, lorsque dans un domaine spectral donné, un matériau est transparent, son coefficient d'absorption est nul. C'est le cas du verre ordinaire pour toutes les longueurs d'onde inférieures à $2,5 \mu m$.

Ces propriétés permettent d'expliquer le phénomène de "l'effet de serre". Ce phénomène a une grande importance dans tous les problèmes de protection contre le rayonnement solaire, ou d'utilisation de celui-ci à des fins énergétiques.

Le tableau 2.3 précise quelques valeurs du facteur total d'absorption pour le rayonnement solaire (λ compris entre 0 et $2,5 \mu m$) concernant des matériaux et des revêtements utilisés dans le bâtiment. Ces valeurs sont nécessaires pour le calcul des charges calorifiques d'été des locaux où le rayonnement solaire a une part importante.

MATÉRIAUX	α
Noir mat	1
Peinture blanche	0,5
Peinture claire	0,6
Peinture sombre	0,9
Peinture d'aluminium	0,6
Brique rouge	0,8/0,9
Sable	0,7
Eau	0,7
Verre	0,06
Tuile	0,8
Carton bitumé	0,9
Asphalte	0,9
Marbre poli	0,57
Granit poli	0,45
Tôle oxydée	0,8
Fonte brute	0,8
Aluminium poli	0,4
Plomb	0,7
Tôle galvanisée	0,7
Maçonnerie de tonalité claire	0,5
Maçonnerie de tonalité moyenne	0,7
Maçonnerie de tonalité sombre	0,9

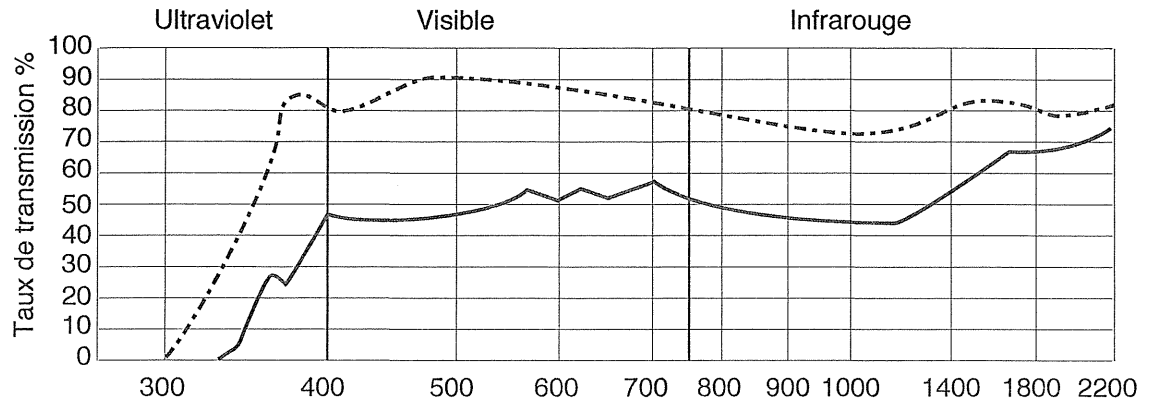
Tableau 2.3
Coefficient d'absorption α pour le rayonnement solaire

La figure 2.16a représente les courbes de transmission de trois glaces parsol de 6 mm d'épaisseur (parsol gris, parsol vert, parsol bronze) et celle d'une glace ordinaire de même épaisseur.

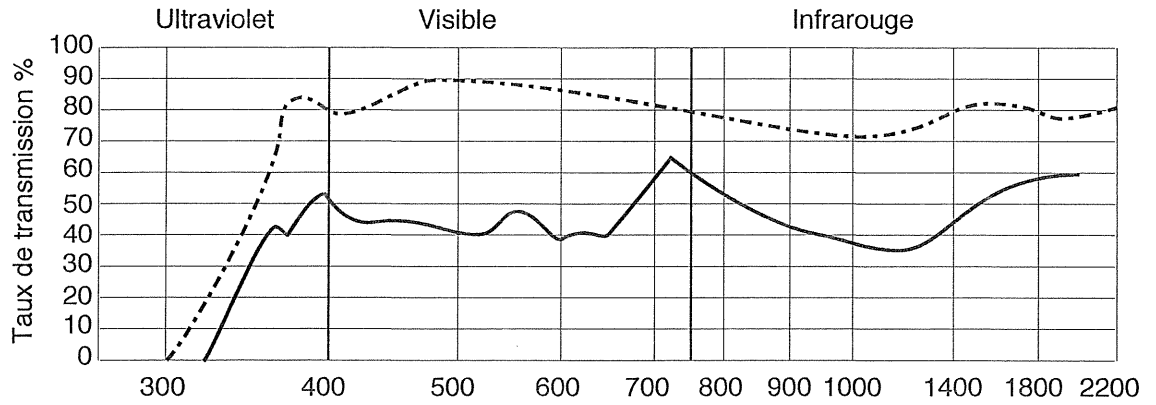
Ces verres constituent une protection efficace contre le rayonnement solaire parce qu'ils arrêtent une partie importante du rayonnement infrarouge, tout en restant relativement transparents au rayonnement visible.

La figure 2.16b représente les courbes de transmission et de réflexion du spectre solaire pour différents types de vitrage, en particulier le vitrage réfléchissant sélectif.

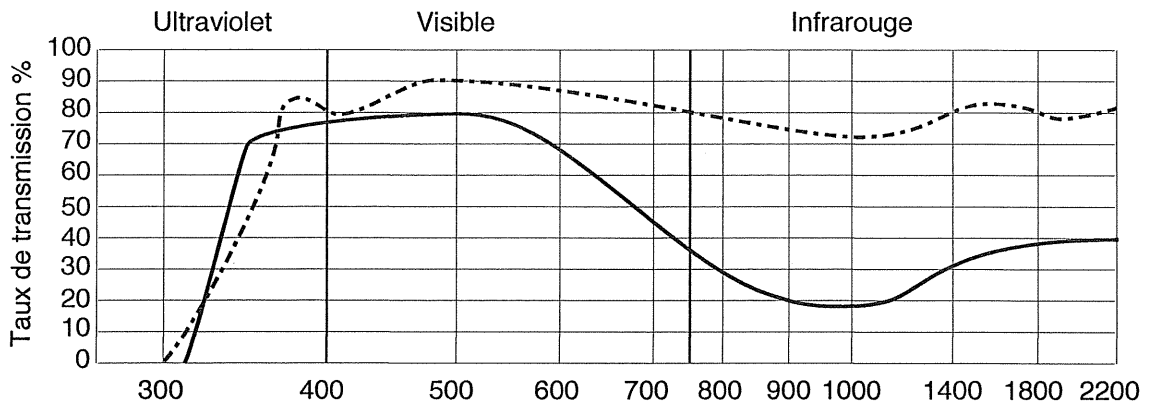
PARSOL Bronze



PARSOL Gris



PARSOL Vert



----- Glace polie

Epaisseur 6 mm

Figure 2.16 a

Document La France du Verre

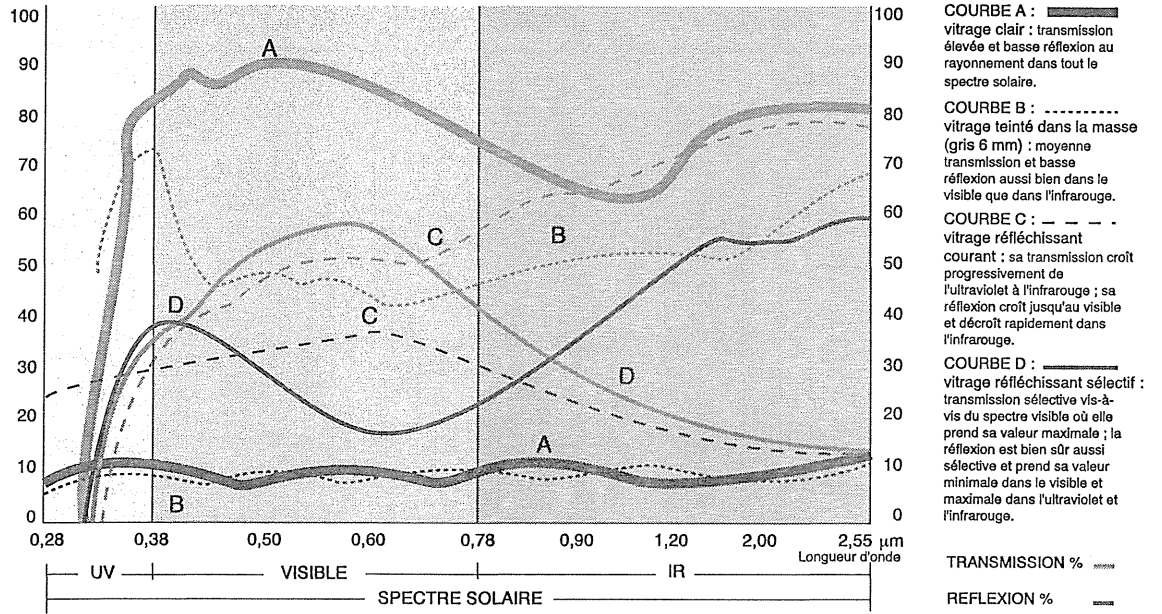


Figure 2.16 b
Exemple de courbes de transmission/réflexion du spectre solaire

La caractérisation de la réflexion selon des critères identiques à ceux utilisés pour étudier l'émission des corps met en évidence plusieurs types de réflexion, figure 2.16c.

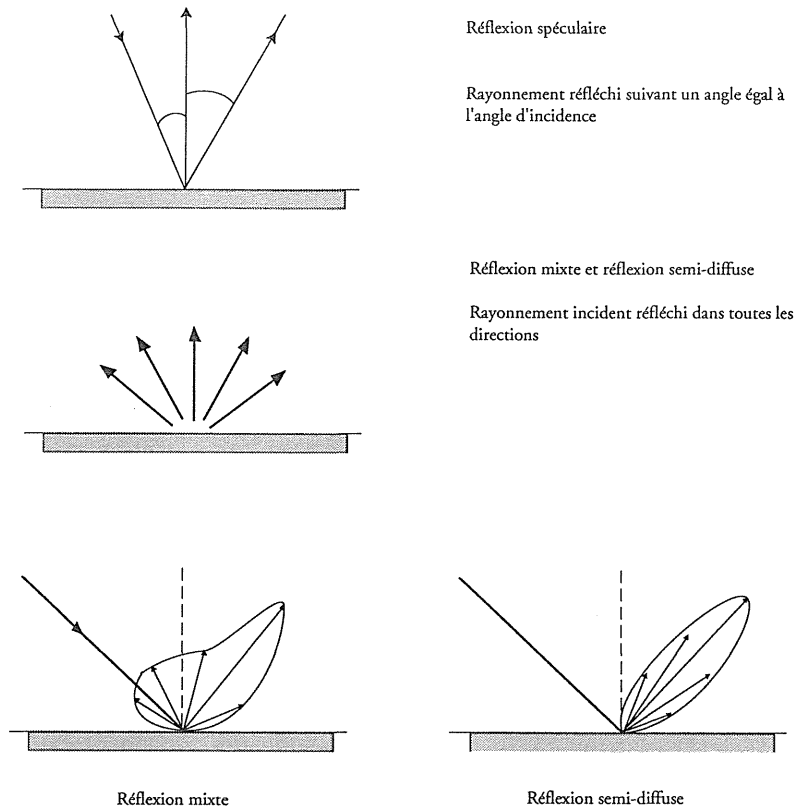


Figure 2.16 c
Types de réflexion des corps réels.

La plupart des corps réels présentent une réflexion comportant une part plus ou moins importante de réflexion spéculaire et de réflexion diffuse.

Pour caractériser la réflexion, on introduit, comme cela a été fait dans le cas de l'émission, des indicatrices, courbes enveloppes du vecteur intensité réfléchi.

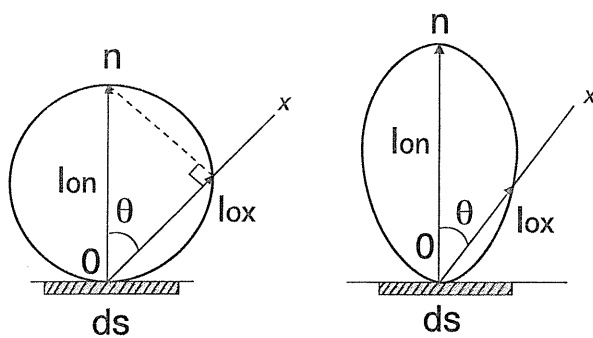


Figure 2.17

Dans le cas extrême de la réflexion diffuse, l'indicatrice de réflexion d'une surface est une sphère, figure 2.17. En effet, la luminance L de la surface est constante quelle que soit la direction d'observation. Si I_{ox} est l'intensité énergétique dans la direction Ox , on a par définition :

$$L = \frac{I_{ox}}{dS \cos \theta}$$

d'où : $I_{ox} = I_{on} \cos \theta$

L'indicatrice de réflexion est donc bien une sphère.

On retrouve ici des résultats identiques à ceux obtenus pour l'émission d'un corps qui suit la loi de LAMBERT.

Si Φ_i est le flux incident reçu par cette surface et ρ le facteur de réflexion, le flux réfléchi Φ_r est donné par :

$$\Phi_r = \rho \Phi_i$$

Le flux réfléchi $d^2\Phi_r$, dans un angle solide $d\Omega$ centré autour de la direction Ox , faisant un angle θ avec la normale, est donné par la formule :

$$d^2\Phi_r = I_{ox} d\Omega$$

$$d^2\Phi_r = L dS \cos \theta d\Omega$$

$$\text{et } \Phi_r = \int_{1/2 \text{ espace}} L dS \cos \theta d\Omega$$

ou encore :

$$\Phi_r = L dS \int_{1/2 \text{ espace}} d\Omega \cos \theta$$

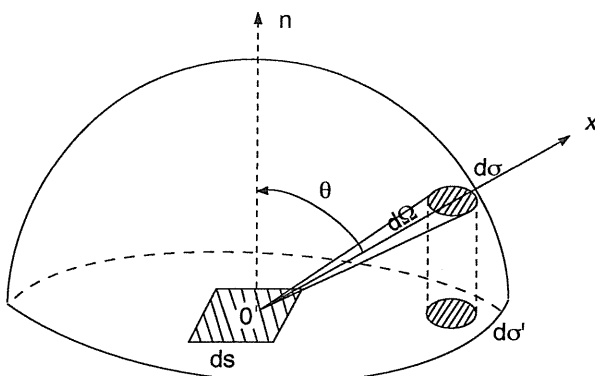


Figure 2.18

On utilise le même processus d'intégration que dans l'étude de l'émission diffuse, loi de LAMBERT.

On obtient :

$$\Phi_r = L dS\pi$$

d'où :

$$\Phi_i = \frac{1}{\rho} \Phi_r = \frac{\pi L}{\rho} dS$$

Si l'on introduit l'éclairement E de la surface, il vient :

$$E = \frac{\Phi_i}{dS} = \frac{\pi L}{\rho}$$

$$E = \frac{\Phi_i}{dS} = \frac{\pi L}{\rho} \quad \text{ou} \quad L = \frac{E\rho}{\pi}$$

La luminance d'une surface diffusante est ainsi facilement calculable en fonction de l'éclairement reçu par la surface.

2.3.3 - Loi de KIRCHOFF

Pour un corps ou un système de corps en équilibre thermique, pour chaque surface du système, l'émissivité monochromatique ε_λ est égale à l'absorptivité monochromatique α_λ

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda \quad (2.8)$$

Cette relation reste valable pour les émissivités directionnelles :

$$\varepsilon_{\alpha,\lambda} = \alpha_{\alpha,\lambda}$$

La démonstration de la loi KIRCHOFF dans le cas général prenant en compte l'influence de la longueur d'onde et de la direction d'émission est très délicate et ne sera pas développée dans ce cours.

Pour le corps noir $\varepsilon_\lambda = 1$ par définition, donc $\alpha_\lambda = 1$ également. Le corps noir absorbe complètement l'énergie qu'il reçoit.

$$\text{Soit} \quad \varepsilon_\lambda = 1, \quad \alpha_\lambda = 1, \quad \rho_\lambda = \tau_\lambda = 0$$

Sauf dans quelques cas particuliers, l'extension de la loi de KIRCHOFF au rayonnement total souffre de limitations.

En effet, d'après la définition de l'émissivité totale hémisphérique :

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda M_{\lambda,T}^o d\lambda}{\sigma_o T^4}$$

ε ne dépend que des propriétés de l'émetteur, en particulier son état de surface et de sa température. Par contre le facteur total d'absorption d'un corps est fonction des propriétés propres mais également de la nature du rayonnement reçu (composition spectrale, incidence..).

Il ne peut donc être considéré comme une caractéristique de la surface seule.

Donc, on ne peut pas écrire en général $\varepsilon = \alpha$

Cependant, cette relation est valable dans le cas particulier d'un corps gris, c'est-à-dire un corps dont les facteurs d'absorption et les émissivités monochromatiques sont indépendantes de la longueur d'onde et de la direction.

Dans ces conditions :

$$\alpha_{ox,\lambda} = \alpha_\lambda = \alpha \quad \text{et} \quad \varepsilon_{ox,\lambda} = \varepsilon_\lambda = \varepsilon$$

Soit : $\varepsilon = \alpha$.

Connaissant la valeur de ε ou α d'un corps gris, on peut en déduire sa courbe d'émission à la température considérée à partir de la courbe d'émission du corps noir à la même température. Les deux courbes se déduisent l'une de l'autre par affinité orthogonale, figure 2.19.

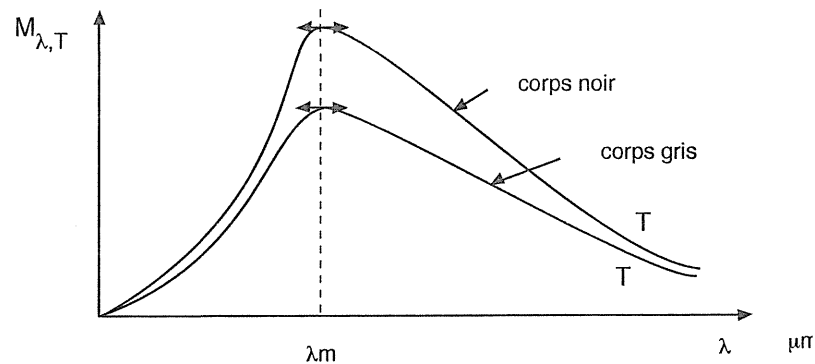


Figure 2.19

De plus, on a :

$$M = \varepsilon M^o = \varepsilon \sigma_o T^4 S$$

Donc, si S est la surface d'émission d'un corps gris, le flux total émis sera :

$$\Phi = S M = \varepsilon \sigma_o T^4 S$$

Comme pour le corps noir on peut définir un coefficient de rayonnement du corps gris appelé r par la formule :

$$r = \varepsilon r_o = \varepsilon \sigma_o 10^8$$

D'où le flux total émis par un corps gris de surface S :

$$\Phi = \varepsilon S \sigma_o T^4 = 5,68 \varepsilon S \frac{T^4}{100}$$

2.3.4 - Réalisation pratique du corps noir

L'utilisation de la notion fictive de radiateur intégral improprement appelé corps noir, est intéressante. Par définition, le corps noir absorbe tout le rayonnement qu'il reçoit, donc $\alpha_\lambda = 1$ quelle que soit la longueur d'onde.

On démontre par un raisonnement thermodynamique que le rayonnement sortant d'une enceinte isotherme dans laquelle on a pratiqué un petit trou est celui du corps noir, figure 2.20.

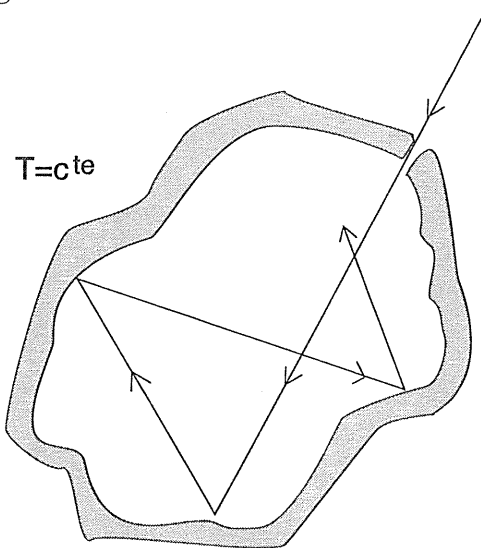


Figure 2.20

En effet, tout rayonnement pénétrant dans la cavité par cet orifice, ne peut en ressortir qu'après avoir rencontré la paroi intérieure un très grand nombre de fois. Même si cette paroi n'a pas un grand facteur total d'absorption, la multiplication des absorptions et réflexions successives fera que le rayonnement extérieur sera pratiquement absorbé. Seule une part infime du rayonnement incident pourra ressortir de la cavité.

C'est ainsi que sont réalisés dans la pratique les corps noirs artificiels. Ce sont des fours électriques à chambre cylindrique ou conique munis d'un tout petit orifice. Le plus gros problème technologique est d'obtenir une enceinte isotherme.

Actuellement on arrive à réaliser des corps noirs approchant à plus de 99 % l'étalon de rayonnement théorique.

2.4 - Évaluation des échanges de chaleur par rayonnement entre surfaces séparées par un milieu non absorbant

Dans de nombreuses applications techniques, l'intensité du rayonnement échangé entre les surfaces est peu affectée par le milieu qui les sépare. On dit que le milieu dans lequel baignent les surfaces radiantes est "non absorbant" ou encore "transparent". On peut assimiler l'air pur exempt de gaz carbonique et de vapeur d'eau, la plupart des gaz monoatomiques et diatomiques, à de tels milieux. Il résulte une simplification notable des calculs d'échanges.

Une autre simplification sera de considérer les surfaces comme diffusantes aussi bien pour l'émission que pour la réflexion. Dans ce paragraphe, nous ne parlons donc que des surfaces noires et des surfaces grises et diffusantes.

2.4.1 - Échanges de chaleur entre surfaces noires

2.4.1.1 - Définition du facteur de forme

Soit $d^2\Phi_{1\rightarrow 2}$ le flux émis par une surface élémentaire noire dS_1 en direction d'une autre surface noire élémentaire dS_2 figure 2.21.

Si L_1° est la luminance de la surface dS_1 et d^2G l'étendue géométrique élémentaire du pinceau de rayons qui joint dS_1 et dS_2 on a $d^2\Phi_{1\rightarrow 2} = L_1^\circ d^2G$

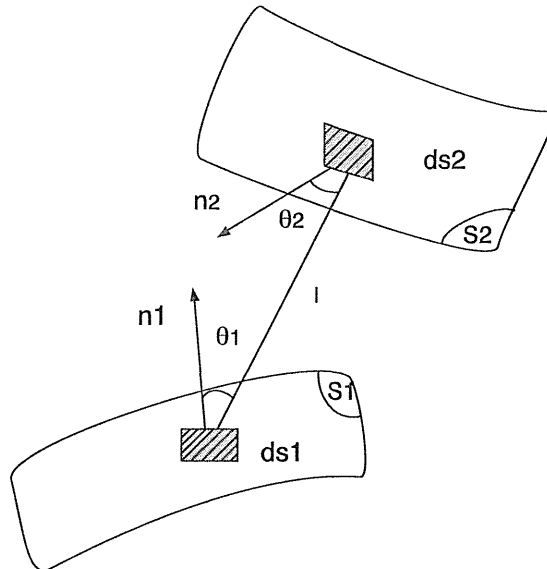


Figure 2.21

$$d^2\Phi_{1\rightarrow 2} = L_1^\circ \frac{dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2}{l^2}$$

La surface dS_2 étant noire, tout le flux qu'elle reçoit est entièrement absorbé. Dans ces conditions $d^2\Phi_{1\rightarrow 2}$ représente aussi le flux absorbé par dS_2 en provenance de dS_1 .

Suivant le raisonnement déjà utilisé pour le calcul de la relation entre l'éclairement en un point de l'espace et la luminance d'une surface émettrice, on pourra écrire également que le flux émis par dS_2 dans la direction de dS_1 et totalement absorbé par dS_1 est :

$$d^2\Phi_{2\rightarrow 1} = L_2^\circ d^2G = \frac{M_2^\circ}{\pi} d^2G = M_2^\circ \frac{dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2}{\pi l^2}$$

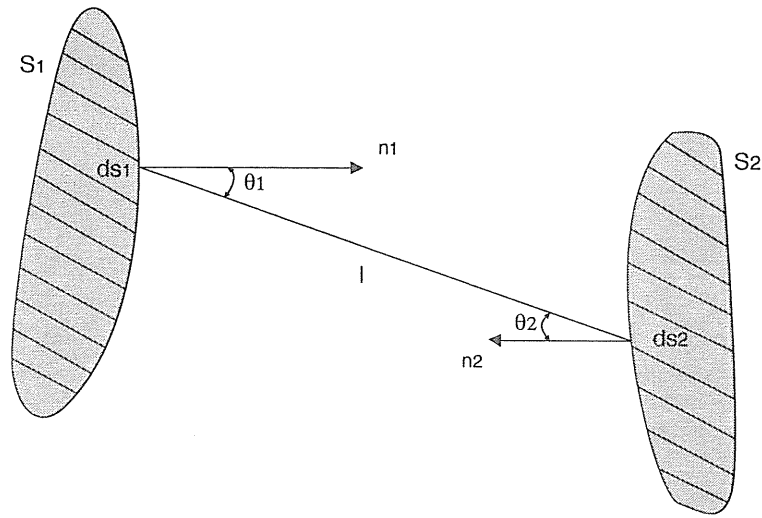


Figure 2.22

Le flux total émis par la surface noire S_1 dans la direction de la surface noire S_2 est facilement calculable à partir de l'expression du flux élémentaire, figure 2.22.

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \int_{S_1} \int_{S_2} d^2 \Phi_{1 \rightarrow 2} = \int_{S_1} \int_{S_2} L_1^\circ d^2 G = L_1^\circ G_{S_1-S_2}$$

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \frac{M_1^\circ G_{S_1-S_2}}{\pi}$$

Le flux total hémisphérique Φ_1 émis par la surface S_1 a pour expression :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Phi_1}{S_1} \cdot \frac{G_{S_1-S_2}}{\pi}$$

On obtiendra de même, en introduisant, dans l'expression qui donne $\Phi_{2 \rightarrow 1}$ le flux total hémisphérique Φ_2 émis par la surface S_2 :

$$\Phi_{2 \rightarrow 1} = \frac{\Phi_2}{S_2} \cdot \frac{G_{S_1-S_2}}{\pi}$$

L'intégrale double $\int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2}{\pi l^2} = \frac{G_{S_1-S_2}}{\pi}$ est une quantité purement géométrique. Elle a la dimension d'une surface et on l'appelle fonction d'échange entre les deux surfaces noires S_1 et S_2 , notée habituellement $M_{S_1-S_2}$ ou N_{12} .

Pour tabuler cette expression ou la mettre sous forme d'abaque, on la rend sans dimension, en la rapportant à l'une ou l'autre des surface S_1 et S_2 .

Ainsi les expressions sans dimension :

$$\frac{1}{S_1} N_{12} = \frac{1}{S_1} \frac{G_{S_1-S_2}}{\pi} = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2}{\pi l^2}$$

et

$$\frac{1}{S_2} N_{21} = \frac{1}{S_2} \frac{G_{S_1-S_2}}{\pi} = \frac{1}{S_2} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2}{\pi l^2}$$

sont appelées facteurs de forme et notées respectivement F_{12} facteur de forme rapporté à la surface S_1 , et F_{21} facteur de forme rapporté à la surface S_2 .

Il vient :

$$F_{12} = \frac{\Phi_{1 \rightarrow 2}}{\Phi_1} = \frac{1}{\pi S_1} G_{S_1-S_2}$$

$$F_{21} = \frac{\Phi_{2 \rightarrow 1}}{\Phi_2} = \frac{1}{\pi S_2} G_{S_1-S_2}$$

F_{12} représente physiquement la fraction du rayonnement hémisphérique émis par S_1 qui est interceptée et absorbée par S_2 .

Comme les fonctions d'échange, les facteurs de forme sont des quantités purement géométriques, sans dimension et toujours comprises entre 0 et 1.

2.4.1.2 - Relations fondamentales entre facteurs de forme noirs

La première relation fondamentale est déduite des expressions :

$$S_1 F_{12} = S_2 F_{21} \quad \text{ou} \quad S_i F_{ij} = S_j F_{ji} \quad (2.9)$$

Pour le cas d'un corps convexe S_1 situé à l'intérieur d'un corps concave S_2 , figure 2.23, S_1 ne rayonne pas sur elle-même, donc $F_{12} = 1$ et dans ces conditions :

$$F_{21} = \frac{S_1}{S_2} F_{12} = \frac{S_1}{S_2}$$

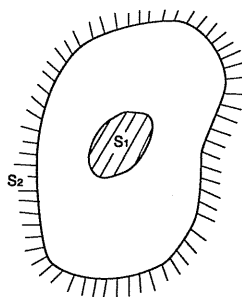


Figure 2.23

Cette relation est générale entre facteurs de forme noirs. Elle permet très souvent de simplifier les calculs de facteurs de forme, quand F_{ij} est difficile à calculer par exemple on l'évalue par l'intermédiaire de F_{ji} .

Ce résultat est en particulier valable pour deux sphères concentriques ou deux cylindres indéfinis coaxiaux.

La deuxième relation fondamentale indique que les facteurs de forme noirs ont des propriétés d'addition. Soit une enceinte fermée constituée de n surfaces noires, figure 2.24.

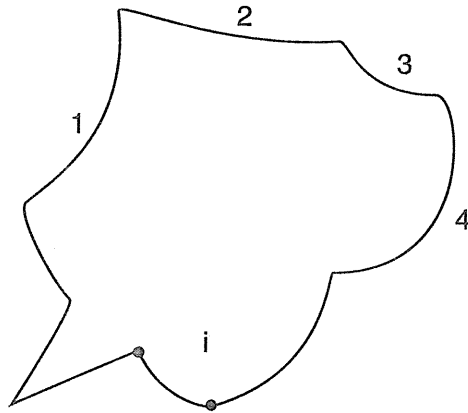


Figure 2.24

Considérons la ième surface. On peut définir n facteurs de forme correspondant à cette surface : $F_{i1}, F_{i2}, \dots, F_{ij}, \dots, F_{in}$ soit, d'une manière générale :

$$(F_{ij})_{j=1 \dots n}$$

Par définition de chacun de ces facteurs de

forme, on a :
$$F_{ij} = \frac{\Phi_{i \rightarrow j}}{\Phi_i}$$

Le calcul du flux en provenance de la surface i et absorbé par toutes les surfaces, la surface i comprise, permet d'écrire :

$$\sum_{j=1}^n \Phi_{i \rightarrow j} = \sum_{j=1}^n \Phi_i F_{ij} = \Phi_i \sum_{j=1}^n F_{ij}$$

Or :
$$\sum_{j=1}^n \Phi_{i \rightarrow j} = \Phi_i$$

Si l'on compare les deux équations précédentes, il vient :

$$\sum_{j=1}^n F_{ij} = 1$$

On obtiendra ainsi n relations du type précédent correspondant chacune à l'une des n surfaces constituant l'enceinte fermée.

2.4.1.3 - Exemples de calcul de facteurs de forme

Dans le cas de la demi-sphère et de son plan de base figure 2.25, si nous appliquons la formule pour la surface S_1 , il vient :

$$F_{11} + F_{12} = 1 \quad \text{or} \quad F_{11} = 0 \quad \text{donc} \quad F_{12} = 1$$

Pour la surface S_2 :

$$F_{21} + F_{22} = 1 \quad \text{or} \quad F_{21} = \frac{1}{2} \quad \text{donc} \quad F_{22} = \frac{1}{2}$$

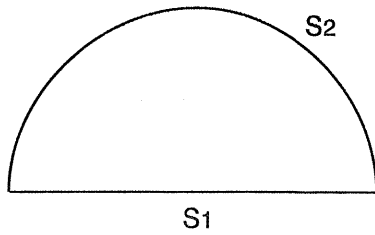


Figure 2.25

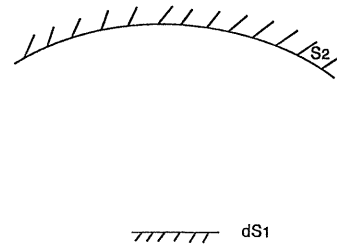


Figure 2.26

En général le calcul de facteurs de forme est difficile.

Un cas particulier intéressant est celui dans lequel on peut considérer que l'une des surfaces est infiniment petite par rapport à l'autre, figure 2.26.

$$F_{12} = \frac{1}{\pi dS_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2}{l^2}$$

$$F_{12} = \frac{1}{\pi} \int_{S_2} \frac{dS_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{l^2}$$

Pour le calcul du facteur de forme d'un élément de surface dS_1 par rapport à un disque S_2 , exemple dans lequel les deux surfaces dS_1 et S_2 sont parallèles et coaxiales, la formule précédente s'écrit :

$$F_{12} = \frac{1}{\pi} \int_{S_2} \cos \theta_1 \frac{dS_2 \cos \theta_2}{l^2}$$

Expression dans laquelle la quantité $\frac{dS_2 \cos \theta}{l^2}$, représente l'angle solide $d\Omega$ sous lequel, depuis dS_1 , on voit un élément différentiel dS_2 en forme de couronne, figure 2.27.

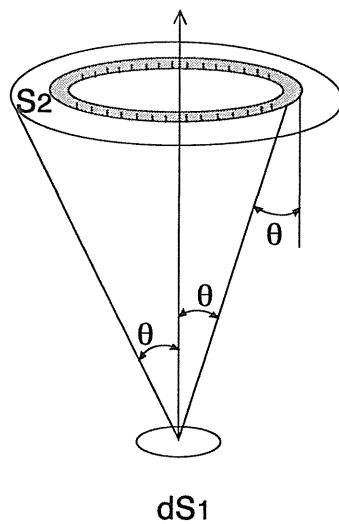


Figure 2.27

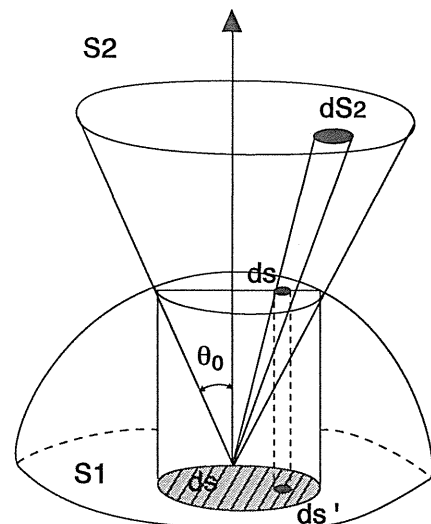


Figure 2.28

Il vient :

$$d\Omega = d \{2\pi(1 - \cos \theta)\}$$

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$$

d'où :

$$F_{12} = \sin^2 \theta_0$$

Une autre méthode de calcul beaucoup plus générale peut être utilisée. Avec le même exemple, le principe est le suivant, figure 2.28.

Considérons un élément de surface quelconque dS_2 sur la surface S_2 . Il est vu depuis dS_1 sous un angle solide $d\Omega$. Cet angle solide intercepte sur une demi-sphère de rayon R quelconque centrée sur dS_1 , une surface ds .

On a :

$$d\Omega = \frac{ds}{R^2}$$

d'où :

$$F_{12} = \frac{1}{\pi} \int_{S_2} \cos \theta d\Omega = \frac{1}{\pi} \int_{S_2} \cos \theta \frac{ds}{R^2}$$

Si l'on projette ds sur le plan de base, on obtient une surface ds' . L'intégration sur le disque S_2 correspond à l'intégration de ds' sur le cercle de base, projection de la calotte sphérique interceptée par le cône de demi-angle au sommet. Donc :

$$F_{12} = \frac{1}{\pi} \int_{\text{cercle de base}} \frac{ds'}{R^2} = \frac{1}{\pi R^2} \pi r'^2$$

avec :

$$r' = R \sin \theta_0 \quad \text{d'où : } F_{12} = \sin^2 \theta_0$$

Cette méthode peut s'appliquer à d'autres dispositions géométriques. On peut aussi calculer le facteur de forme d'une petite surface par rapport à un cylindre de longueur infinie, d'axe parallèle au plan de la petite surface.

L'exemple traité précédemment correspondait à une disposition géométrique particulièrement simple. Dans la plupart des problèmes techniques, la détermination du facteur de forme est généralement plus complexe. Les facteurs de forme ont été calculés pour un grand nombre de cas et se trouvent dans la littérature sous forme d'abaques ou de formules analytiques. Les figures ci-après donnent les facteurs de forme correspondant aux géométries suivantes :

Figure 2.29 : facteur de forme d'un petit élément de surface dS_1 distant de b par rapport à un rectangle parallèle S_2 de longueur a et de largeur b .

Figure 2.30 : facteur de forme d'un petit élément de surface dS_1 distant de b par rapport à un rectangle perpendiculaire de longueur a et de largeur b .

Figure 2.31 : facteur de forme de deux surfaces parallèles distantes de b , de longueur a et de largeur b .

Figure 2.32 : facteur de forme de deux surfaces perpendiculaires ayant en commun la longueur a . La largeur de la surface S_1 est c , celle de S_2 verticale b .

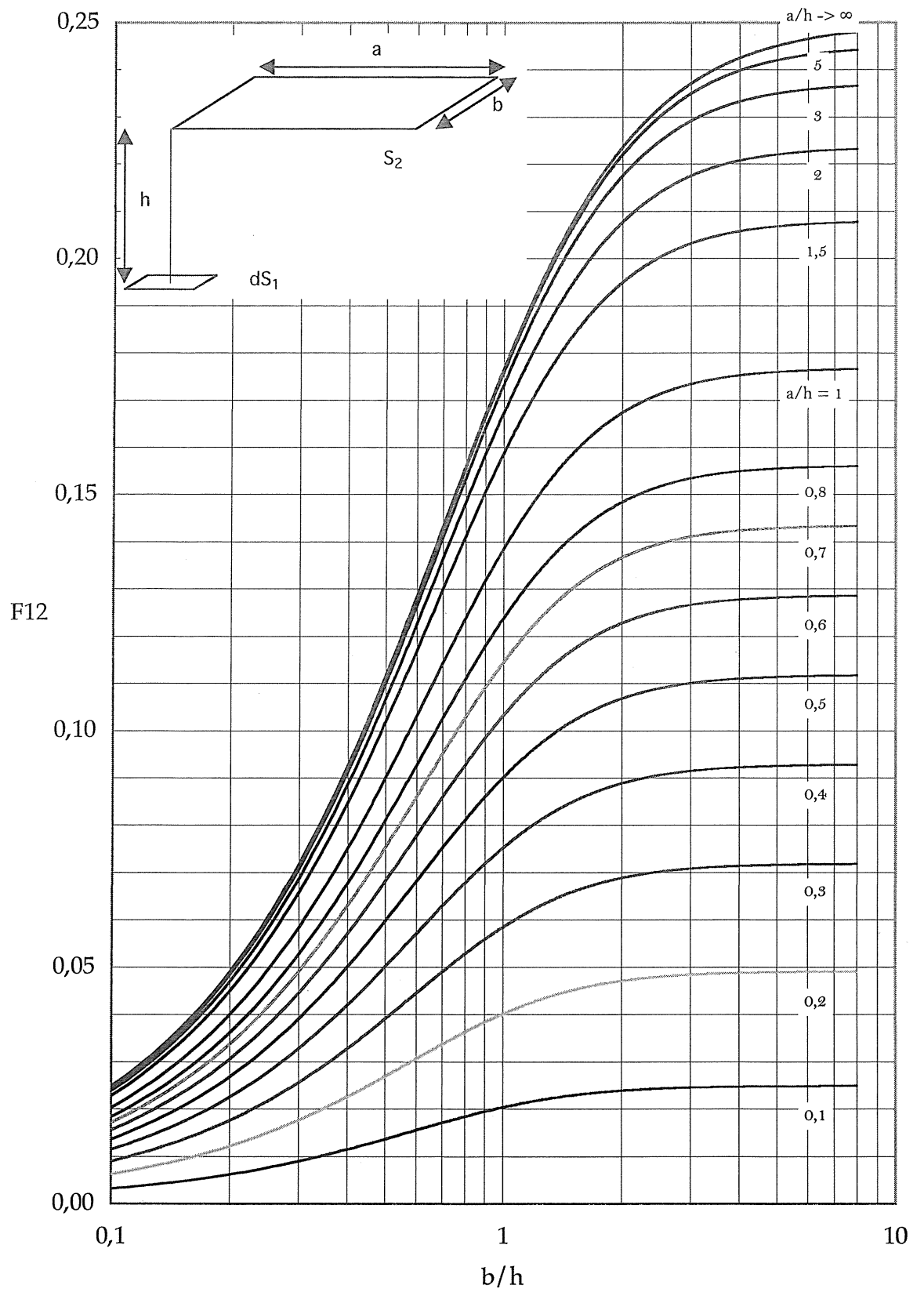


Figure 2.29

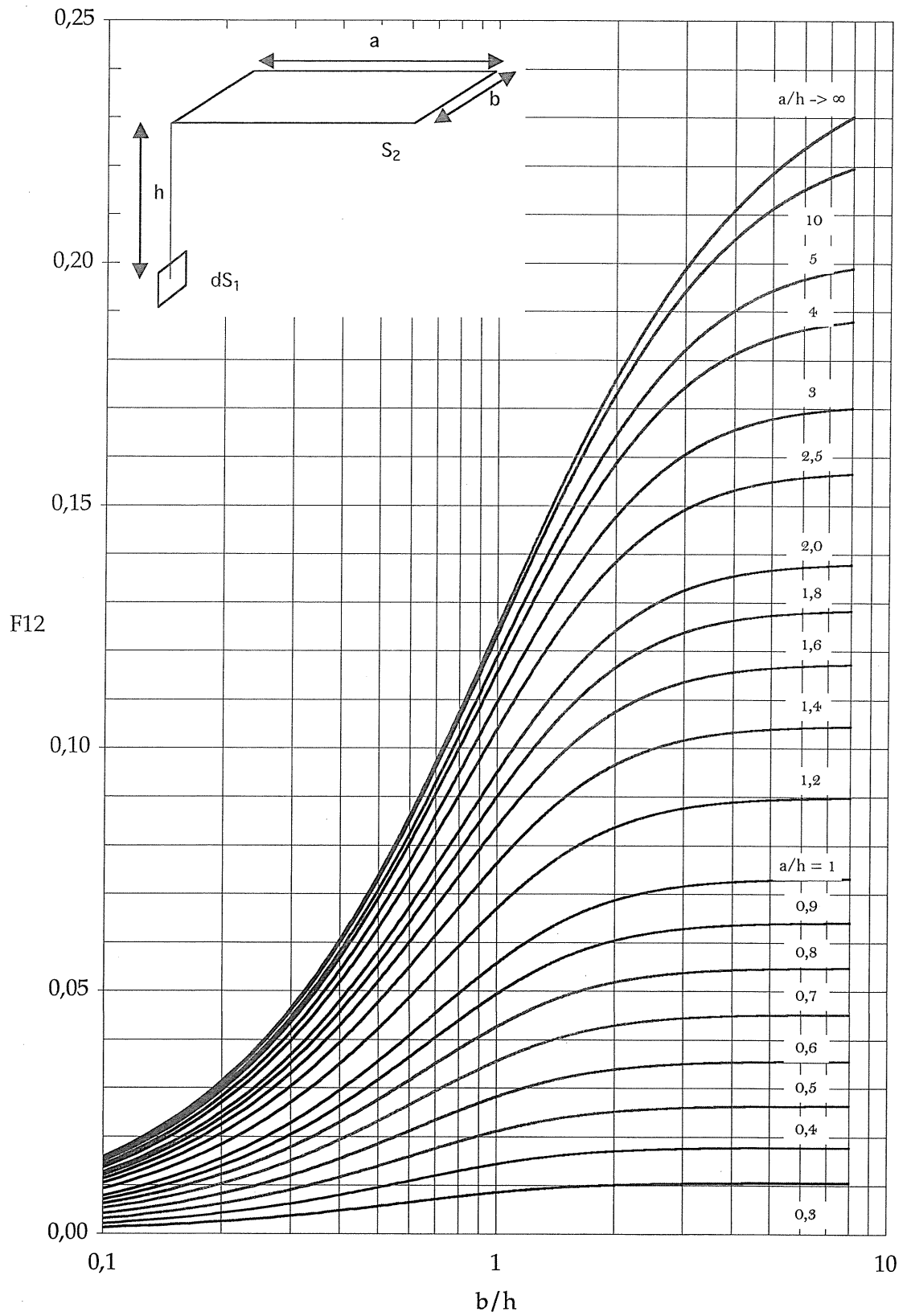


Figure 2.30

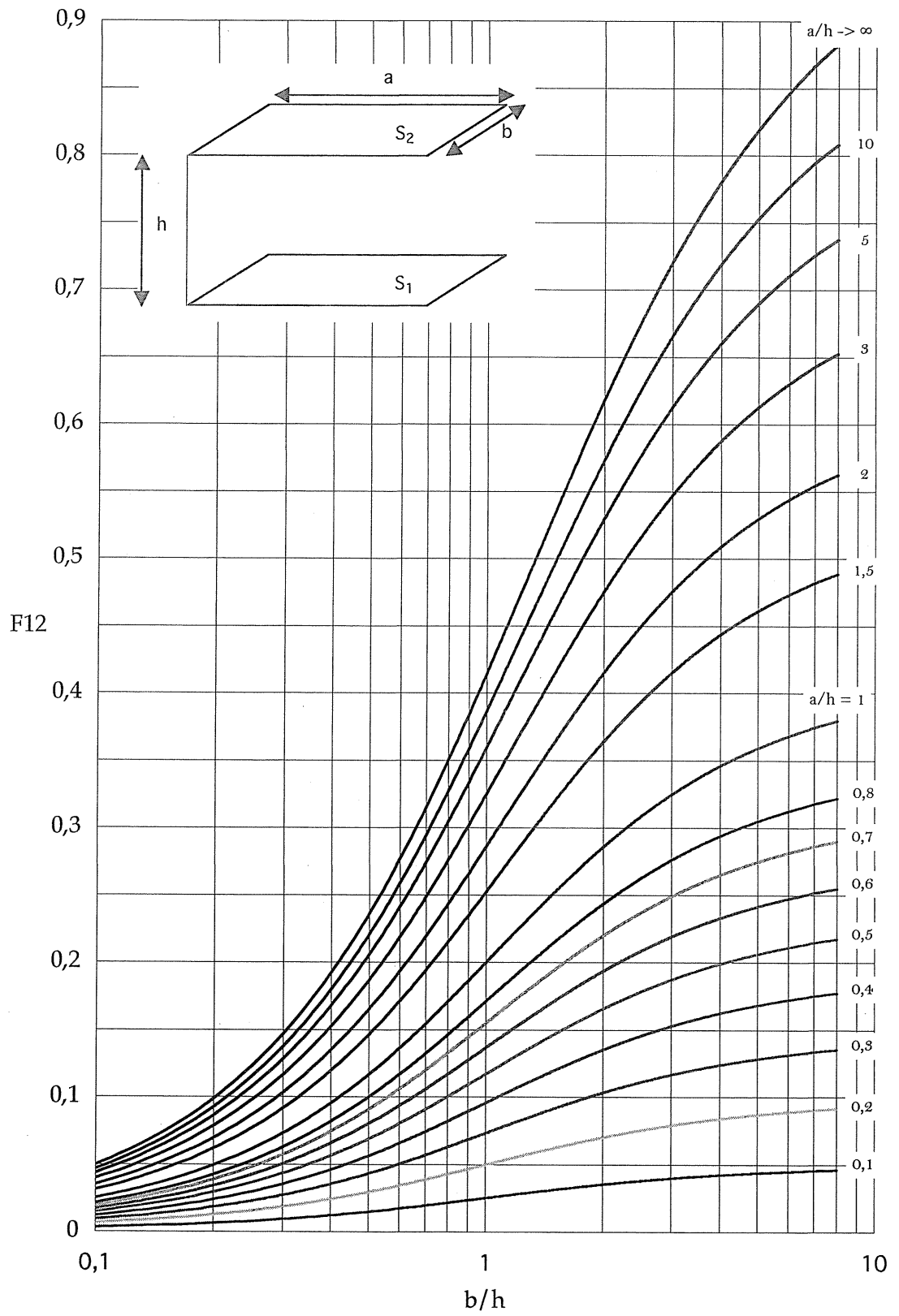


Figure 2.31

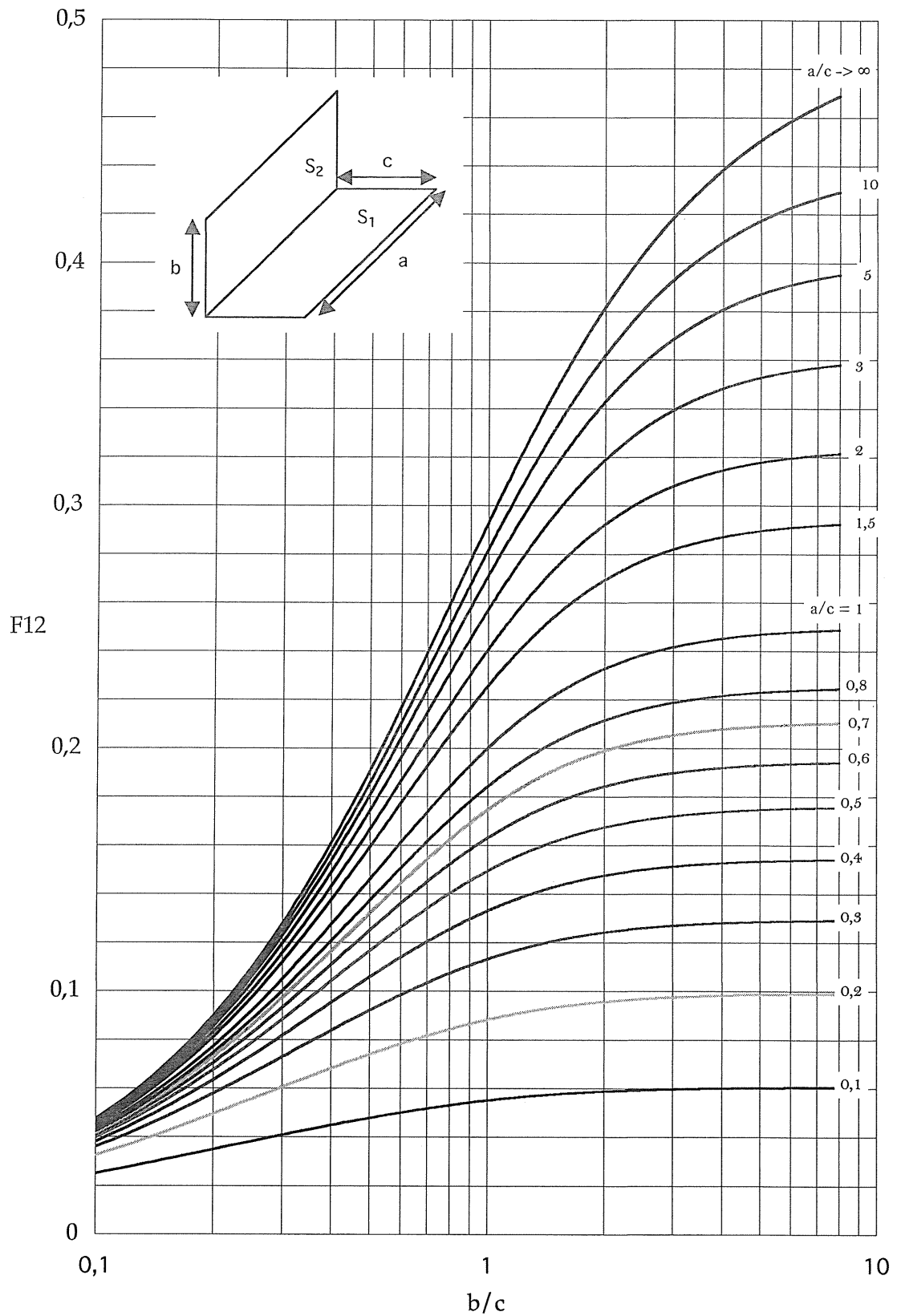


Figure 2.32

D'autres abaques fournissent en fonction des dimensions des éléments en présence, les facteurs de forme des géométries suivantes :

- carrés et disques parallèles,
- un plan et une ou deux rangées de tubes qui lui sont parallèles.

On peut étendre, par simple addition et soustraction des facteurs de forme, les données ci-dessus à des géométries plus compliquées pouvant être construites à partir de cas élémentaires.

2.4.1.4 - Bilan de l'échange de chaleur entre surfaces noires

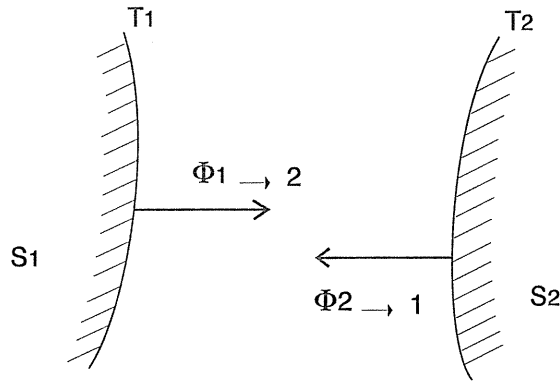


Figure 2.33

Soient deux surfaces noires d'aires S_1 et S_2 maintenues aux températures T_2 et T_1 , figure 2.33.

Par définition des facteurs de forme, on a :

$$F_{12} = \frac{\Phi_{1 \rightarrow 2}}{\Phi_1} \quad \text{et} \quad F_{21} = \frac{\Phi_{2 \rightarrow 1}}{\Phi_2}$$

Les échanges de chaleur entre les surfaces sont exprimés par la différence algébrique ($\Phi_{1 \rightarrow 2} - \Phi_{2 \rightarrow 1}$) :

$$\Phi = (\Phi_{1 \rightarrow 2} - \Phi_{2 \rightarrow 1}) = F_{12} \Phi_1 - F_{21} \Phi_2$$

Or, en introduisant les émittances respectives des deux surfaces S_1 et S_2 :

$$\Phi_1 = S_1 M_1^o \quad \Phi_2 = S_2 M_2^o$$

Il vient par application de la première relation entre facteurs de forme :

$$\Phi = S_1 F_{12} (M_1^o - M_2^o) = S_2 F_{21} (M_1^o - M_2^o)$$

en explicitant les émittances, on obtient :

$$\Phi = \sigma_o S_1 F_{12} (T_1^4 - T_2^4) = \sigma_o S_2 F_{21} (T_1^4 - T_2^4)$$

Le calcul sera conduit à partir du facteur de forme (F_{12} ou F_{21}) le plus facile à calculer.

L'extension des cas précédents, à une enceinte fermée constituée de plusieurs surfaces noires ou concaves, n'entraîne pas de difficultés, figure 2.34.

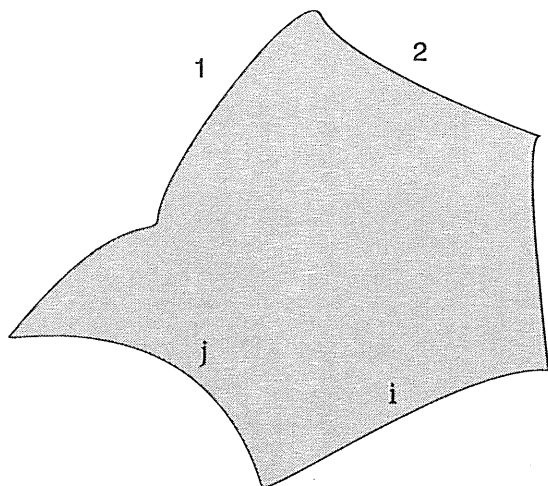


Figure 2.34

Entre la i ème surface (S_i) et la j ème surface (S_j) l'échange de chaleur est donné par :

$$\Phi_{i,j} = S_i F_{ij} (M_i^o - M_j^o)$$

$$\Phi_{j,i} = S_j F_{ji} (M_i^o - M_j^o)$$

En effet, les échanges entre S_i et S_j ne sont pas affectés par la présence des autres surfaces de l'enceinte.

Le flux échangé entre la surface i et toutes les autres surfaces est alors :

$$\Phi = S_i \sum_{j=1}^n F_{ij} (M_i^o - M_j^o)$$

2.4.1.5 - Méthode d'analyse utilisant l'analogie entre flux rayonné et courant électrique

Le calcul des quantités mises en jeu par la méthode d'analogie considère que l'émittance joue le rôle du potentiel et le produit $S_i F_{12}$ celui de la conductance entre deux noeuds d'un réseau électrique aux potentiels M_1^o et M_2^o . Dans ces conditions, le flux échangé entre deux surfaces est analogue à l'intensité du courant dans le réseau, tableau 2.4.

Rayonnement thermique	Électricité
Flux échangé par rayonnement Φ	Intensité du courant électrique I
Différence entre les émittances de deux surfaces noires $M_1^o - M_2^o$	Différence de potentiel entre deux noeuds du réseau $V_1 - V_2$
Facteur de forme x surface $S_1 F_{12}$	Conductance entre noeuds aux deux potentiels $K = \frac{1}{R}$ $R = \text{résistance}$

Tableau 2.4
Analogie flux rayonné-courant électrique

Les expressions déterminées par analogie sont les suivantes, correspondant au schéma de la figure 2.35 :

$$S_1 F_{12} (M_1^o - M_2^o) \quad I = K (V_1 - V_2) \quad K = \frac{1}{R}$$

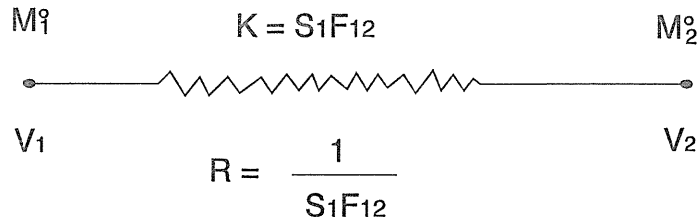


Figure 2.35

De même, les flux de chaleur échangés par rayonnement entre trois ou quatre surfaces noires pourront être représentés par les intensités dans les différentes branches des réseaux analogiques suivants, figure 2.36.

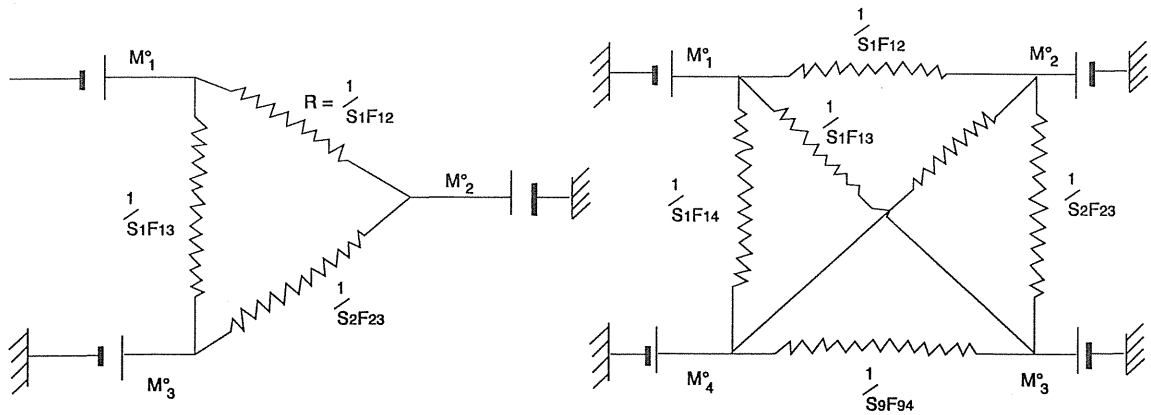


Figure 2.36

2.4.2 - Échanges de chaleur entre surfaces grises et diffusantes

Le calcul des échanges radiatifs pour des surfaces en présence assimilées à des surfaces noires exclut toute réflexion. Ceci n'est réaliste que si ces surfaces ont une émissivité supérieure à 0,9.

Dans le cas de surfaces non noires, le problème sera traité en prenant en compte des surfaces grises et diffusantes en émission et en réflexion.

2.4.2.1 - Radiosité d'une surface grise

Considérons une surface grise et diffusante caractérisée par son émissivité ϵ à la température d'équilibre T . La loi de KIRCHOFF permet d'écrire l'égalité $\epsilon = \alpha$ et si la

surface est complètement opaque au rayonnement, sa réflectivité ρ est donnée par la relation :

$$\rho = 1 - \alpha = 1 - \varepsilon$$

Il est commode, pour traiter le problème, d'introduire la notion de radiosité de la surface, J somme de la puissance émise et de la puissance réfléchie par l'unité de surface :

$$J = \varepsilon M^o + \rho E \quad (2.10)$$

avec

εM^o = émittance vraie de la surface grise

$$E = \text{éclairage de la surface} = \frac{\Phi_i}{S}$$

Lors de l'équilibre thermique d'un corps radiant, la puissance calorifique gagnée ou perdue par unité de surface radiante est égale à la différence entre les flux de rayonnement émis φ_e et absorbé φ_a par l'unité de surface. Cette quantité est appelée "densité de flux nette" gagnée ou perdue par la surface.

$$\varphi_{net} = \frac{\Phi_e}{S} - \frac{\Phi_a}{S} = \varepsilon M^o - \alpha E$$

Pour que la température du corps radiant reste constante, il y a trois possibilités.

- 1°) La puissance gagnée (absorption) et la puissance perdue (émission) par rayonnement s'équilibrent, donc $\varphi_{net} = 0$
- 2°) Le corps gagne de la chaleur par rayonnement. Si la température de surface T ne change pas, il existe dans ce corps un puits de chaleur qui évacue cette chaleur, cette évacuation de chaleur peut se faire par n'importe quel autre mode de transmission d'énergie.
- 3°) Le corps perd de la chaleur par rayonnement. Pour que la température superficielle reste constante, il faut compenser ces pertes en lui fournissant de la chaleur par une source interne.

La quantité φ_{net} peut s'exprimer en fonction de l'émittance et de la radiosité :

$$\varphi_{net} = (1 - \rho) M^o - \frac{1 - \rho}{\rho} [J - (1 - \rho) M^o]$$

$$\varphi_{net} = \frac{\varepsilon}{\rho} [M^o - J]$$

Il est facile de montrer que la densité de flux nette est encore égale à la différence entre la radiosité et l'éclairage de la surface :

$$\varphi_{net} = J - E$$

En effet,
$$\varphi_{net} = J - \frac{J + \varepsilon M^o}{\rho}$$

$$\varphi_{net} = \frac{\rho J - J + \varepsilon M^o}{\rho}$$

d'où :
$$\varphi_{net} = \frac{(1 - \varepsilon)J - J + \varepsilon M^o}{\rho} = \frac{\varepsilon}{\rho} (M^o - J)$$

Soit l'expression précédente.

Si l'on suppose que le flux incident est uniformément réparti sur toute la surface S , le flux net quittant la surface S sera donné par :

$$\phi_{net} = S \varphi_{net} = \frac{\varepsilon}{\rho} S (M^o - J) = \frac{\varepsilon S}{1 - \varepsilon} (M^o - J)$$

2.4.2.2 - Système d'équation linéaire décrivant les échanges dans une enceinte vide aux parois grises et diffusantes

Soit une enceinte constituée de n surface S_i $i = 1$ à n .

Ecrivons que la radiosité de S_i est égale à son émittance propre, augmentée du flux en provenance de toutes surfaces de l'enceinte y compris S_i , lorsque celle-ci est concave et réfléchi par l'unité de surface de S_i .

Radiosité de S_i : J_i

Émittance propre de S_i : $\varepsilon_i M_i^o$

Flux incident sur S_i : $\sum_{j=1}^n S_j F_{ji} J_j = S_i \sum_{j=1}^n F_{ij} J_j$

Flux incident sur l'unité de surface de S_i : $\sum_{j=1}^n F_{ij} J_j$

Flux réfléchi par l'unité de surface de S_i : $\rho_i \sum_{j=1}^n F_{ij} J_j$

D'où : $J_i = \varepsilon_i M_i^o + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^n F_{ij} J_j$

Ou encore : $J_i - (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^n F_{ij} J_j = \varepsilon_i M_i^o$

On introduit en général dans cette dernière expression le symbole de KRONECKER δ_{ij} qui vaut 1 lorsque $i = j$ et zéro si $i \neq j$. On obtient alors :

$$\sum_{j=1}^n [\delta_{ij} - (1 - \varepsilon_i) F_{ij}] J_j = \varepsilon_i M_i^o = \varepsilon_i \sigma_o T_i^4$$

Cette équation est à utiliser pour toutes les surfaces S_i de l'enceinte ayant une température T_i connue ou imposée.

Pour les surfaces S_i de l'enceinte ayant un flux imposé, on utilisera une autre équation établie en écrivant le bilan suivant :

flux net perdu par l'unité de surface de S_i = flux quittant l'unité de surface de S_i (radiosité J_i) diminué du flux arrivant sur l'unité de surface de S_i , $S_i \sum_{j=1}^n F_{ij} J_j$

Le bilan s'écrit donc : $\varphi_{i_{net}} = \frac{\phi_{i_{net}}}{S_i} = J_i - \sum_{j=1}^n F_{ij} J_j$

Soit avec le symbole de KRONECKER :

$$\sum_{j=1}^n (\delta_{ij} - F_{ij}) J_j = \varphi_{i_{net}}$$

Dans le cas général de n surfaces S_i , S_i $i = 1$ à n formant une enceinte on est donc ramené à la résolution d'un système linéaire de n équations aux n inconnues J_i fourni dans le tableau 2.5

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} J_j = B_i \text{ pour } i = 1 \text{ à } n$$

Avec :

	Pour les surfaces S_i de température T_i imposée :	Pour les surfaces S_i à densité de flux net $\phi_{i_{net}}$ imposée :
A_{ij}	$\delta_{ij} - (1 - \varepsilon_i) F_{ij}$	$\delta_{ij} - F_{ij}$
B_i	$\varepsilon_i \sigma_o T_i^4$	$\phi_{i_{net}}$

Tableau 2.5
Paramètres du système linéaire

Lorsqu'on a obtenu les radiosités J_i des différentes surfaces, par résolution du système linéaire, il ne reste plus qu'à calculer les flux et les températures inconnus à l'aide de la relation :

$$\varphi_{i_{net}} = \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} (\sigma T_i^4) - J_i$$

2.4.2.3 - Utilisation de l'analogie électrique

L'expression du flux net rayonné par une surface grise $\phi_{net} = \frac{\varepsilon S}{1 - \varepsilon} (M^o - J)$ peut être interprétée à l'aide d'un circuit électrique analogue dans lequel le flux de chaleur ϕ_{net} (analogue au courant électrique) traverse une résistance équivalente à $\frac{1}{\frac{\varepsilon}{\rho} S} = \frac{\rho}{\varepsilon S}$, située

entre deux nœuds portés aux potentiels M^o et J , figure 2.37.

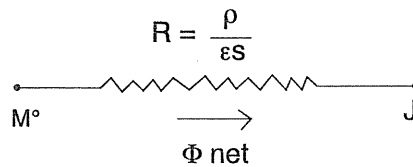


Figure 2.37

Considérons deux surfaces grises S_1 et S_2 de radiosités respectives J_1 et J_2 ; le flux total hémisphérique quittant la surface S_1 est $J_1 S_1$. Seule la fraction F_{12} de ce flux atteint la surface S_2 , donc le flux issu de S_1 et atteignant S_2 sera $J_1 S_1 F_{12}$. Réciproquement celui issu de S_2 et atteignant S_1 aura pour expression $J_2 S_2 F_{21}$. Le flux net échangé entre S_1 et S_2 sera donc :

$$\phi_{12_{net}} = (J_1 - J_2) S_1 F_{12} = (J_1 - J_2) S_2 F_{21}$$

Cette expression est analogue à celle qui a été écrite pour les surfaces noires, les émittances M^o ayant été remplacées par les radiosités J .

Le flux de chaleur net échangé entre deux surfaces grises peut alors être déterminé à l'aide du réseau analogue de la figure 2.38.

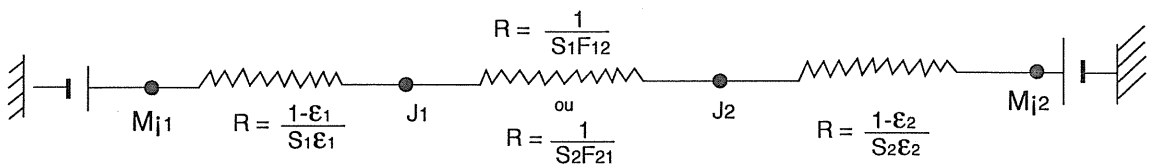


Figure 2.38

Pour quatre surfaces grises et diffusantes, on aurait le réseau de la figure 2.39.

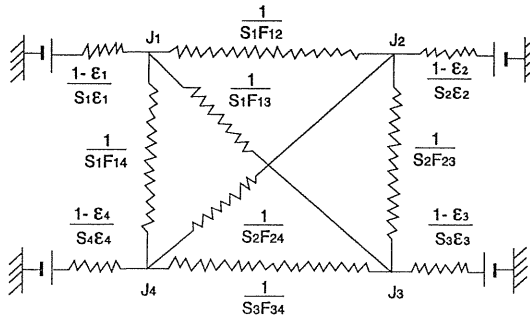


Figure 2.39

Il est évident que si $\varepsilon_i = 1$ on retrouve les schémas analogiques représentant les échanges entre surfaces noires.

Contrairement aux facteurs de forme noirs qui sont des quantités purement géométriques, les facteurs de forme gris dépendent de propriétés radiatives des matériaux. Leur utilisation est ainsi limitée.

Chapitre 3

Notions de transfert thermique par convection

Introduction.

3.1 - Équations de la mécanique.	3.3
3.1.1 - Équation de la chaleur en milieu solide.	
3.1.2 - Système de Navier-Stokes.	
3.1.3 - Équation de la chaleur en milieu fluide.	
3.1.4 - Conditions aux limites.	
3.2 - Nombres adimensionnels.	3.5
3.3 - Notion de couche limite.	3.6
3.4 - Régimes laminaire et turbulent.	3.8
3.5 - Loi de Newton. Nombre de Nusselt.	3.11
3.6 - Lois de convection naturelle.	3.12
3.6.1 - Plaque plane verticale.	
3.6.2 - Cylindre horizontal.	
3.7 - Lois de convection forcée.	3.16
3.7.1 - Écoulement parallèle à une plaque plane horizontale.	
3.7.2 - Écoulement perpendiculaire à un cylindre.	
3.7.3 - Écoulement dans un conduit circulaire.	
3.8 - Données thermophysiques de l'air et de l'eau.	3.19

Introduction

Les échanges de chaleur par convection relèvent de situations où une paroi solide est en contact avec un fluide à une température différente. Le régime de conduction proche entre les molécules du solide et celles du fluide entraîne une variation de masse volumique qui sous l'action de la poussée d'Archimède induit la mise en mouvement du fluide, mouvement dit de convection naturelle. De plus, lorsque le fluide est mis en mouvement par un "moteur" (ventilateur, chute de pression, pompe) et est dirigée vers la paroi solide, la convection est dite forcée.

Avant de développer les moyens pratiques de calcul des échanges entre un solide et un fluide, un exposé des différentes notions directement issues de la mécanique et impliquées dans ces phénomènes permet de préciser le cadre théorique.

3.1 - Equations de la mécanique

Les différentes équations qui régissent les milieux solide et fluide sont les suivantes ; les notations font référence à la figure 3.1.

3.1.1 - Equation de la chaleur en milieu solide

Le flux traversant la frontière fluide/solide induit une variation de température au sein du solide, et l'équation de la chaleur sera résolue sur le domaine Ω_s .

D'où :
$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_s \Delta T \text{ dans } \Omega_s$$

où a_s est la diffusivité thermique du solide.

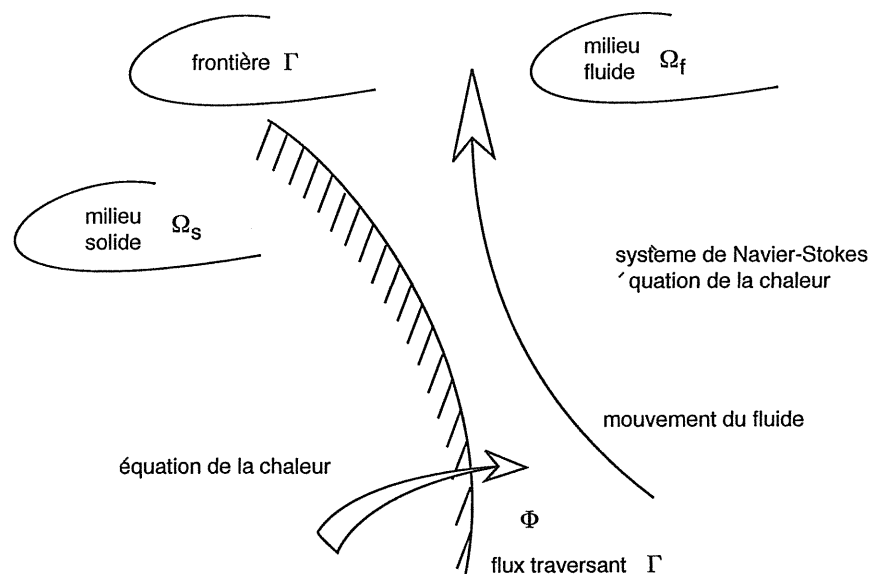


Figure 3.1
Géométrie du domaine physique et notations

3.1.2 - Système de Navier-Stokes

Un bilan de quantité de mouvement sur un élément de fluide mène aux équations de Navier-Stokes

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \text{grad})u = \nu \Delta u - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + f \quad \text{dans } \Omega_f$$

où u est le champ de vitesse au sein du fluide, p est le champ de pression et ν la viscosité cinématique du fluide.

Le terme en Δ est dit opérateur de diffusion. Ainsi, les variations de vitesse tendent à s'étaler au même titre que la température dans l'équation de la chaleur.

Le terme $(u \cdot \text{grad})$ est dit opérateur de transport ; c'est un terme quadratique négligé en petites déformations dans les milieux solides. Son caractère non-linéaire confère aux solutions de ces équations des propriétés imprévisibles.

Le terme de poussée f considéré ici est dû à la variation de masse volumique ρ , elle-même fonction de l'écart de la température T à une valeur moyenne \bar{T} pour laquelle le fluide est au repos. Seule la composante verticale est non nulle, et on a :

$$f = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \beta (T - \bar{T}) \end{pmatrix}$$

où β est le coefficient de dilatation volumique due à la température, et g est l'accélération de la pesanteur. L'hypothèse couramment admise consiste à supposer le fluide toujours incompressible sauf dans le terme de poussée.

La conservation de la masse pour un fluide incompressible se traduit par :

$$\text{div } u = 0 \quad \text{dans } \Omega_f$$

Les deux équations constituent le système de Navier-Stokes.

3.1.3 - Equation de la chaleur en milieu fluide

Le champ de température est régi par l'équation de la chaleur complétée du terme de transport.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (u \cdot \text{grad})T = a_s \Delta T \quad \text{dans } \Omega_f$$

où a_s est le coefficient de diffusivité thermique du fluide.

3.1.4 - Conditions aux limites

La vitesse du fluide est nulle au contact de la paroi (effet de la viscosité),

$$u=0 \quad \text{sur } \Gamma$$

De plus, nous disposons de conditions aux limites en température :

- continuité de la température,
- continuité du flux de chaleur traversant Γ .

3.2 - Nombres adimensionnels

Les études analytiques et expérimentales de la mécanique des fluides permettent de mettre en évidence certaines lois de similitude en caractérisant les propriétés de l'écoulement exclusivement par quelques nombres adimensionnels calculés à l'aide des quantités issues du problème physique. Nous définissons les nombres suivants:

- *Le nombre de Reynolds*

$$Re = \frac{U.D}{\nu} \quad (3.1)$$

où U est une vitesse caractéristique de l'écoulement, par exemple la vitesse imposée en convection forcée, et D est une longueur caractéristique, par exemple la longueur d'un obstacle placé dans l'écoulement. Ce nombre caractérise la nature de l'écoulement (laminaire/turbulent).

- *Le nombre de Prandtl*

$$Pr = \frac{\nu}{a_f} \quad (3.2)$$

Ce nombre traduit la capacité d'un fluide à transporter la quantité de mouvement d'une part et la chaleur d'autre part. Il est intrinsèque au fluide. Par exemple, pour l'air dans une large plage de température, $Pr = 0,73$ et pour l'eau à 20 °C, il vaut $Pr = 7,0$.

- *Le nombre de Grashoff*

$$Gr = \frac{g \beta \delta T D^3}{\nu^2} \quad (3.3)$$

où δT est un écart de température caractéristique. Ce nombre caractérise la facilité qu'a un fluide à se mettre en mouvement.

- Le nombre de Rayleigh

$$Ra = \frac{g \beta \delta T D^3}{\nu a_f} = Pr.Gr \quad (3.4)$$

Lors de l'utilisation de ces nombres adimensionnels, il est nécessaire de bien préciser sur quelles grandeurs caractéristiques ils ont été construits pour donner un sens à leur évaluation.

En rapportant les longueurs (variables x, y, z) à une longueur caractéristique D , et en utilisant un temps caractéristique D^2/a_f , la version adimensionnelle du bilan de quantité de mouvement et de l'équation de la chaleur en milieu fluide peut être établie.

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + (u^* \cdot grad^*)u^* = Pr \Delta^* u^* - grad^* p^* + Ra.Pr T^* k$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + (u^* \cdot grad^*)T^* = \Delta^* T^*$$

$$div^* u^* = 0$$

où* désigne les grandeurs adimensionnelles, k est un vecteur unitaire indiquant la verticale, et T^* est la variable adimensionnelle déduite de la température par $T^* = \frac{T - \bar{T}}{\delta T}$.

Ce système est exclusivement gouverné par le paramètre critique Ra , le nombre de Prandtl étant supposé constant sur la plage de température considérée.

La nature de l'écoulement sera caractérisée par ces différents paramètres critiques.

3.3 - Notion de couche limite

Après avoir écrit les différentes équations de la mécanique des fluides sous forme adimensionnelle, il est intéressant d'approcher les définitions caractéristiques des grandeurs mises en jeu pour obtenir quelques résultats qualitatifs extrêmement utiles dans la pratique.

Le fluide en mouvement tend à revenir au repos, et ce par dissipation de son énergie cinétique (on parle de "système dissipatif"). Or, seule l'action de la viscosité peut transformer l'énergie cinétique en énergie calorifique dans les zones de fort cisaillement, c'est-à-dire aux endroits où les variations locales de la vitesse sont les plus importantes.

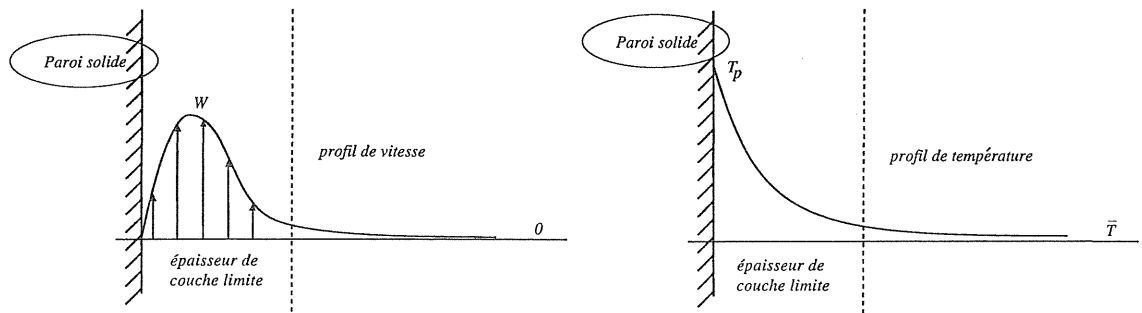


Figure 3.2
Couche limite au voisinage d'une paroi

Or, en champ libre et pour un écoulement d'ensemble, il n'existe *a priori* pas de telle zone; c'est pourquoi les phénomènes physiques ont souvent lieu au proche voisinage des parois, figure 3.2. En effet, la condition d'adhérence induit paradoxalement un "appel de vitesse" qui permet au fluide de faire participer efficacement la dissipation visqueuse. On parle de couche limite (notion très souvent rencontrée sur les plaques planes, dans les conduits, ...).

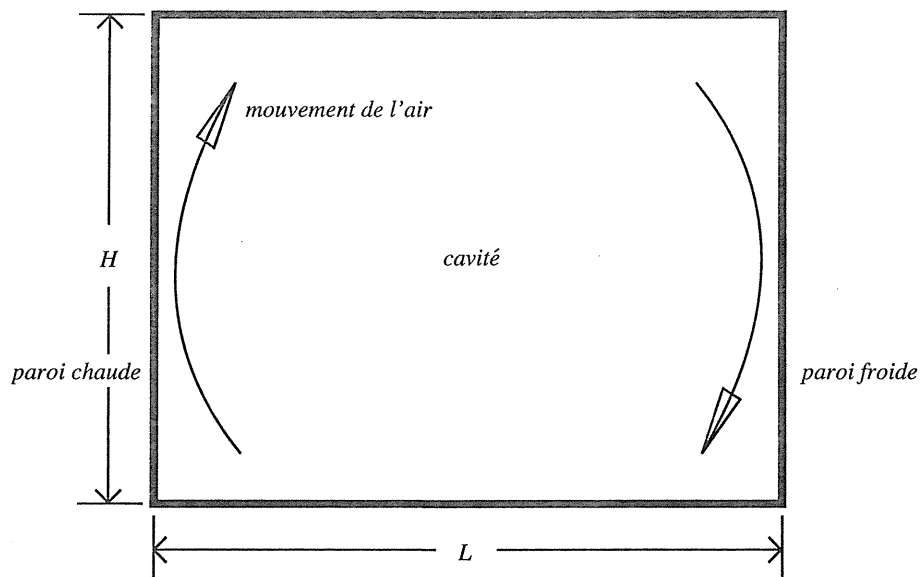


Figure 3.3
Situation de convection dans une cavité

L'estimation de l'épaisseur de la couche limite impose l'étude des contributions des différents termes apparaissant dans les équations du mouvement. L'étude sera limitée à une cavité rectangulaire de base L et de hauteur H dans une situation bidimensionnelle en régime permanent. L'un des deux murs verticaux est supposé plus chaud que son vis-à-vis, situation typique d'une pièce avec un vitrage en hiver ; il s'ensuit un mouvement tournant de l'air par convection naturelle, figure 3.3.

À partir de l'équation de conservation de la masse et de l'équation de la chaleur, il est possible de démontrer que le rapport de l'épaisseur de couche limite à la hauteur de la cavité varie en $Ra^{-1/4}$ où le nombre de Rayleigh est calculé sur la hauteur de la cavité.

Ainsi, pour un nombre de Rayleigh de 10^8 (valeur relativement faible pour une cellule d'habitation) et une hauteur sous plafond de 3 mètres, l'épaisseur caractéristique de la couche limite est de l'ordre de quelques centimètres. Il est important d'avoir cet ordre de

grandeur à l'esprit.

3.4 - Régimes laminaire et turbulent

Une approche expérimentale montre qu'un écoulement fluide peut présenter plusieurs aspects qualitativement très différents. Deux familles principales apparaissent : l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent, séparés par un régime transitoire.

Écoulement laminaire

Sa propriété essentielle est une importante régularité et une absence totale de brassage. Notamment, lorsque la configuration expérimentale présente des symétries, invariances, l'écoulement présente les mêmes propriétés.

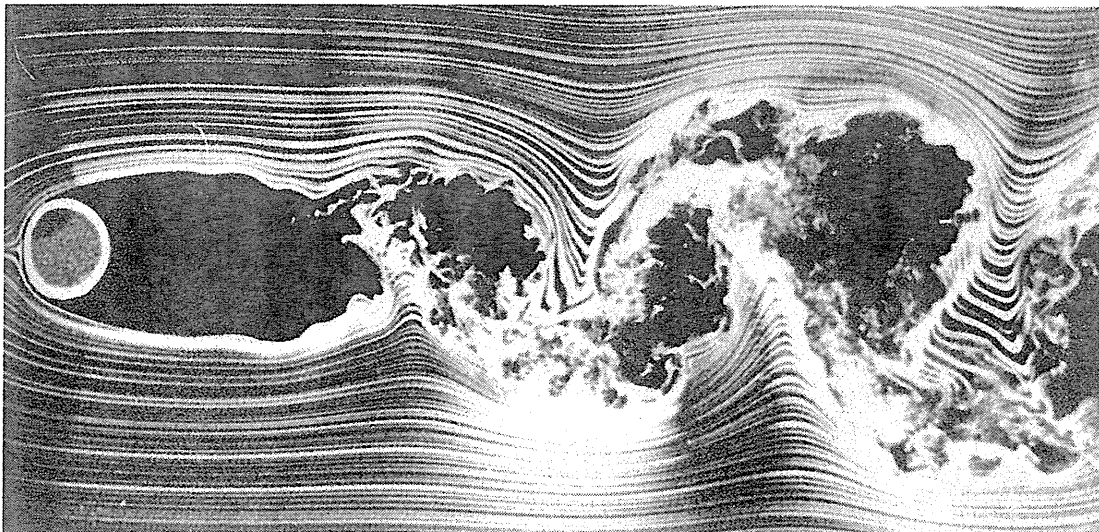
Écoulement turbulent

Le régime turbulent présente un fort taux de brassage, des variations localisées de la vitesse et la présence de nombreux tourbillons, le tout dans une dynamique très fluctuante. Toutes les considérations de symétrie éventuelles sont perdues.

Régime transitoire

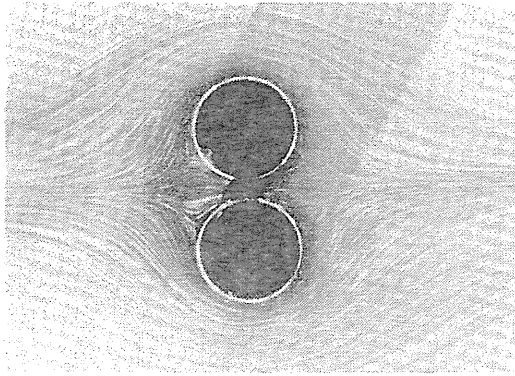
Entre ces deux écoulements existe une zone de transition, qui par une succession de bifurcations mène progressivement du régime permanent à la périodicité, puis à la turbulence par apparition d'un spectre de Fourier continu. Ces scénarios sont assez mal connus.

Il est important de retenir que l'approche difficile de la diversité des comportements est due au caractère non-linéaire des équations de Navier-Stokes.

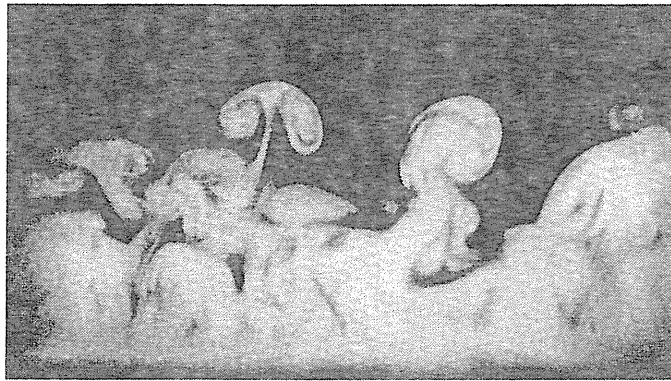


Photographie 1

Sillage turbulent en aval d'un cylindre. Remarquer les zones turbulentes et les lignes de courant de la partie laminaire pratiquement non déformées (photo T. Corke & H. Nagib).



Photographie 2
Écoulement laminaire autour de deux barreaux. Ici, le nombre de Reynolds n'est pas suffisant pour que le régime devienne turbulent (fluide très visqueux) (photo S. Taneda).



Photographie 3
Volutes apparaissant au-dessus d'une paroi chauffée (situation de convection naturelle) (photo M.R. Head & P. Bandyopadhyay).



Photographie 4
Instabilité de couche limite le long d'une plaque. Remarquer les zones turbulentes et les parties laminaires (photo R.E. Falco).

Les photographies 1 à 4 montrent quelques écoulements particuliers.

La nature de l'écoulement est déterminée par les plages de valeurs du ou des paramètres critiques :

- Pour un écoulement isotherme, ou en convection forcée, c'est le nombre de Reynolds qui détermine le caractère laminaire ou turbulent. Un ordre de grandeur de la valeur de transition est environ 2 000,
- Pour la convection naturelle, c'est le nombre de Rayleigh qui joue le rôle de paramètre critique. Un ordre de grandeur de la valeur de transition est environ 10^{10} .

3.5 - Loi de Newton. Nombre de Nusselt

Les équations précédentes sont difficiles à résoudre du fait notamment de leur caractère local et non-linéaire. Or, les informations disponibles sont généralement abondantes pour une estimation globale des échanges. Notamment, lorsque l'objectif est l'évaluation du flux qui quitte la paroi et est cédé au fluide, il suffit d'avoir des informations au proche voisinage de la paroi sans passer par la connaissance des champs de température et de vitesse dans tout le domaine fluide Ω_f .

Dans ce cas, la loi de Newton évalue la quantité de chaleur d^2Q qui quitte la surface dS par convection dans le sens de la normale, orientée vers l'extérieur du solide :

$$d^2Q = h_{cl}(T_p - T_f) dS dt \quad (3.5)$$

- avec - T_p température de surface de la paroi,
- T_f température caractéristique du fluide,
- h_{cl} coefficient d'échange convectif local ou coefficient local de Newton. Son unité est le $W m^{-2} ^\circ C^{-1}$.

La température caractéristique du fluide T_f est une température de référence qu'il faut spécifier dans chaque cas d'écoulement.

Pour les écoulements en milieu semi-infini, la température est conventionnellement la température du fluide à l'infini, supposée constante.

Pour les écoulements confinés, cette définition ne peut plus être appliquée et l'on choisit généralement une température moyenne du fluide. Par exemple, pour un écoulement en canalisation, on utilise la température moyenne dans la section du tuyau à une abscisse donnée. On peut aussi s'en tenir à la température maximale du fluide dans la section.

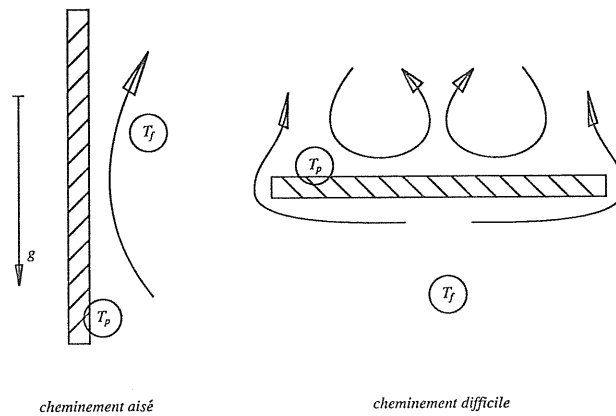


Figure 3.4
Différents cheminements du fluide en fonction de la géométrie.

Le choix de la température caractéristique du fluide influe directement sur le coefficient d'échange local h_{cl} . Il faut préciser le choix de la température caractéristique du fluide pour pouvoir définir le coefficient d'échange convectif local.

En pratique, le coefficient d'échange local h_{cl} dépend de plusieurs grandeurs, notamment :

- des températures du fluide et du solide,
- du régime de l'écoulement,
- de la nature du fluide,
- des géométries locales (aspect granuleux ou lisse du matériau) et globale (approvisionnement et évacuation de l'air facilité), figure 3.4.

En particulier, ce coefficient est beaucoup plus élevé dans le cas de la convection forcée.

Souvent il suffit d'évaluer la quantité de chaleur moyenne qui quitte la paroi solide en définissant un coefficient d'échange convectif global h_c

$$\Delta Q = h_c (T_p - T_f) S t \Delta t$$

$$\Phi = h_c (T_p - T_f) S$$

Dans cette formulation, les températures T_p et T_f sont moyennées.

A l'aide de ce coefficient d'échange global, nous pouvons définir un nouveau nombre adimensionnel, le *nombre de Nusselt*, est défini par

$$Nu = \frac{h_c D}{\lambda_f} \quad (3.6)$$

Ce nombre représente le rapport des grandeurs thermophysiques convectives aux grandeurs conductives du fluide.

3.6 - Lois de convection naturelle

La formulation de Newton est exacte puisque le coefficient h_{cl} est une fonction des différents paramètres et variables du système, et s'obtient par résolution des équations de la mécanique.

Pour contourner cette résolution, et afin de quantifier des échanges globaux, des lois empiriques reliant les nombres adimensionnels entre eux sont nécessaires.

Dans le cas de la convection naturelle, c'est la dilatation du fluide sous la différence de température qui induit la mise en mouvement. A partir de l'observation expérimentale liant les nombres de Nusselt, de Prandtl et de Grashoff (ou de Rayleigh), une relation est recherchée sous la forme :

$$Nu = f(Pr, Gr) = c(Pr Gr)^n \quad (3.7)$$

Les coefficients inconnus c et n dépendent bien sûr de la configuration, mais aussi de la nature du régime, laminaire, transitoire ou turbulent.

Quelques résultats sont proposés pour certaines configurations classiques. Ces lois empiriques ne donnent que des résultats approchés, et les valeurs des coefficients d'échanges ainsi calculées doivent être considérées avec un pourcentage d'erreur significatif.

3.6.1 - Plaque plane verticale

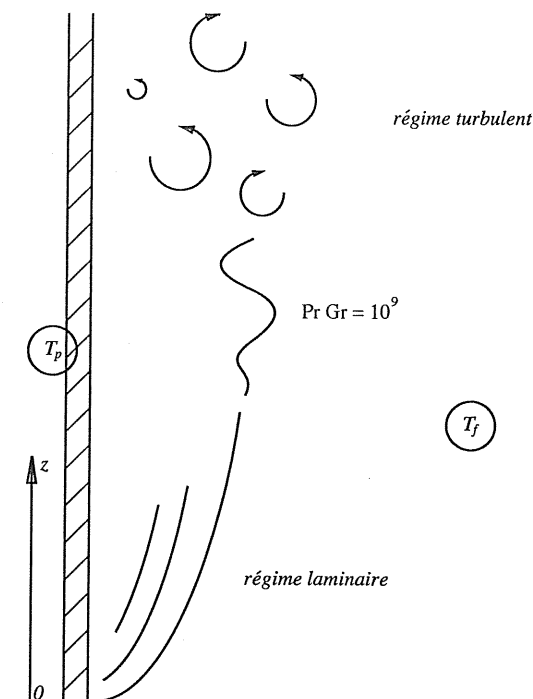


Figure 3.5
Différents régimes en convection naturelle.

Nous observons un écoulement laminaire au voisinage du bord d'attaque de la plaque, puis une zone de transition et enfin un écoulement turbulent si la plaque est suffisamment haute. La température du fluide est prise à l'infini et les nombres adimensionnels sont calculés à l'aide des propriétés thermophysiques du fluide à la température moyenne $\frac{T_p + T_f}{2}$.

La hauteur D_c à laquelle a lieu la transition entre régimes laminaire et turbulent est donnée par :

$$\text{Pr } Gr_c \approx 10^9$$

Le nombre de Grashoff est calculé avec la hauteur D de la plaque et les coefficients c et n valent approximativement [Mac Adams W.H.] :

	c	n
Régime laminaire	0,59	0,25
Régime turbulent	0,13	0,33

Ainsi, suivant la valeur du produit $\text{Pr } Gr$, l'une ou l'autre série de coefficients est utilisée pour calculer le nombre de Nusselt moyen sur la plaque, et il est possible de déduire le coefficient d'échange moyen sur la plaque.

L'abaque de la figure 3.6 récapitule ces lois pour une température d'air de 293 K et pour différentes hauteurs de paroi. Les courbes indexées par la hauteur D représentent le régime laminaire ; au-delà de l'interruption, c'est la courbe du régime turbulent qui est à considérer (h indépendant de la hauteur). Pour des hauteurs supérieures à 2 m, le régime est turbulent dès 1 °C d'écart.

3.6.2 - Cylindre horizontal

La longueur D utilisée pour le calcul du nombre de Grashoff est le diamètre extérieur du tube. La relation s'utilise avec les coefficients suivants [Mac Adams W.H.].

	c	n
Régime laminaire ($10^4 < \text{Pr } Gr < 10^9$)	0,53	0,25
Régime turbulent ($10^9 < \text{Pr } Gr < 10^{12}$)	0,13	0,33

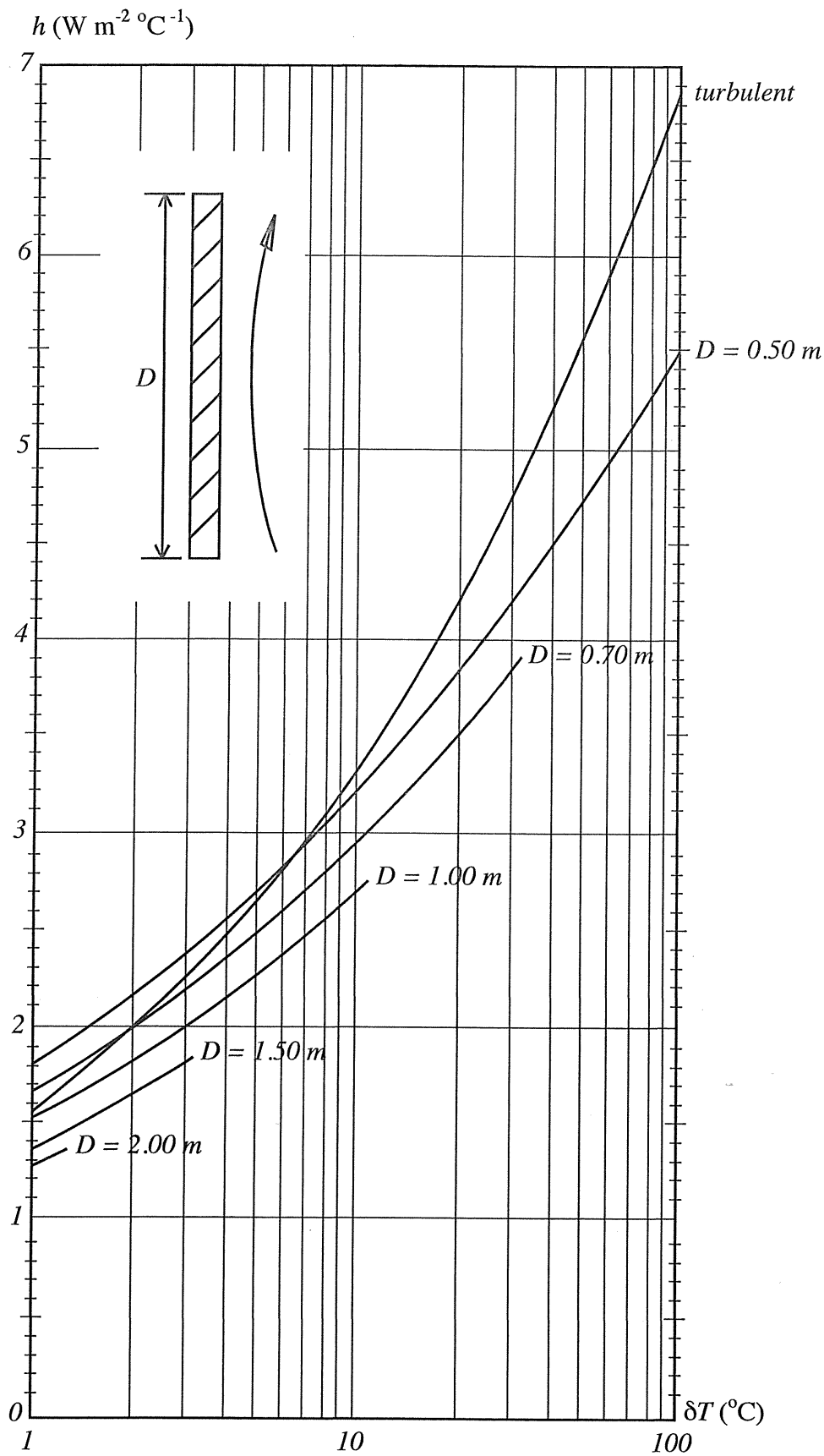


Figure 3.6
Abaque de convection naturelle sur plaque verticale pour l'air.

Ces coefficients ne sont valables que pour un diamètre $30 \mu\text{m} < D < 10 \text{ cm}$.

3.6.3 - Plaque horizontale de section carrée

La longueur caractéristique D est ici le côté du carré, sont identiques suivant que la face chauffée est dessus ou dessous.

- Face supérieure chauffée

	c	n
Régime laminaire ($10^5 < \text{Pr } Gr < 10^7$) [2]	0,54	0,25
Régime turbulent ($10^7 < \text{Pr } Gr$) [3]	0,14	0,33

- Face inférieure chauffée

Ce cas est plus délicat, les coefficients étant mal connus. Le tableau suivant récapitule les résultats recensés dans la littérature.

	c	n
$3 \cdot 10^5 < \text{Pr } Gr < 3 \cdot 10^{10}$ [Mac Adams W.H.]	0,27	0,25
$10^6 < \text{Pr } Gr < 10^{11}$ [Petit JP]	0,58	0,20

3.7 - Lois de convection forcée

En convection forcée, les échanges ont lieu principalement du fait de la vitesse imposée du fluide, généralement très supérieure à la vitesse du fait de la convection naturelle. Aussi, les lois de convection forcée lient les nombres de Nusselt, de Prandtl et de Reynolds, sous la forme :

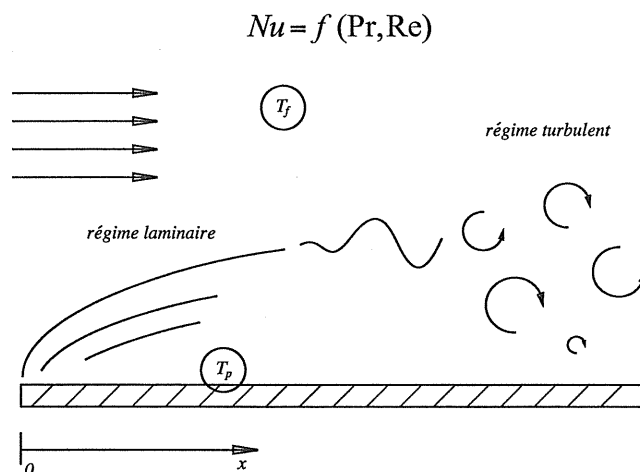


Figure 3.7
Convection forcée sur plaque horizontale.

3.7.1 - Écoulement parallèle à une plaque plane horizontale

De même qu'en convection naturelle et pour une plaque verticale, un écoulement laminaire au voisinage du bord d'attaque est observé, puis une zone de transition et enfin un écoulement turbulent, figure 3.7.

La zone de transition est mal cernée ; il est généralement admis que pour $Re(x) < 3 \cdot 10^5$, le régime est laminaire suivant [Taine J., Petit J.P.] :

$$Nu = 0,628 Pr^{0,33} Re^{0,5}$$

où les nombres de Reynolds et de Prandtl sont calculés sur la longueur de la plaque. La vitesse de référence U est la vitesse du fluide non perturbée par la présence de la plaque.

Pour $Re(x) > 5 \cdot 10^5$, le régime est devenu turbulent et la loi s'écrit [Taine J., Petit J.P.] :

$$Nu = 0,035 Pr^{0,33} Re^{0,8}$$

Les propriétés thermophysiques du fluide sont prises à la température moyenne $\frac{T_p + T_f}{2}$.

3.7.2 - Écoulement perpendiculaire à un cylindre

Les phénomènes convectifs sont très différents entre la partie au vent et la partie sous le vent ; en particulier, le nombre de Nusselt local est donné par une formule très complexe. La loi faisant intervenir le nombre de Nusselt global pour l'air est la suivante :

$$Nu = c Re^n$$

où les nombres de Nusselt et de Reynolds sont calculés avec le diamètre du cylindre. Les propriétés thermophysiques du fluide sont prises à la température moyenne $\frac{T_p + T_f}{2}$.

Les constantes c et n sont données par [Taine J., Petit J.P.] :

	c	n
4 < Re < 40	0,821	0,385
40 < Re < 4 000	0,615	0,466
4 000 < Re < 40 000	0,174	0,618
40 000 < Re < 250 000	0,0239	0,805

3.7.3 - Écoulement dans un conduit circulaire

La littérature est confuse sur le sujet. Pour la plupart des cas usuels, les nombres de Nusselt et de Reynolds sont calculés à l'aide du diamètre intérieur D du tube et de la vitesse moyenne dans la section.

L'écoulement à l'intérieur du tube à partir d'une certaine distance ne dépend plus de l'abscisse. Le profil de vitesse est établi à la distance L_m telle que [Schlichting H.]

$$\frac{L_m}{D} = 0,0288 \text{ Re}$$

Suivant les conditions aux limites imposées sur le contour, le profil de vitesse est donné par les relations suivantes :

- *Température de surface constante*

En régime laminaire, le profil de température est établi pour une longueur *supplémentaire* L_{th} (en plus de L_m) telle que [Shah R.K.] :

$$\frac{L_{th}}{D} = 0,0335 \text{ Pr Re}$$

Lorsque les profils de vitesse et de température sont établis, et pour une longueur L de tube ($L > L_m + L_{th}$) :

$$\text{Pr Re} \frac{D}{L} \leq 12 \quad Nu = 3,66$$

$$\text{Pr Re} \frac{D}{L} > 12 \quad Nu = 1,61 \left(\text{Pr Re} \frac{D}{L} \right)^{0,33}$$

En régime turbulent, les longueurs d'établissement sont plus courtes et on utilise la loi de Dittus [Dittus F.W., Boelter L.M.K.] :

$$Nu = 0,023 \text{ Pr}^{0,4} \text{ Re}^{0,8}$$

- *Flux de paroi constant*

En régime laminaire, la longueur d'établissement thermique est telle que [Shah R.K.] :

$$\frac{L_{th}}{D} = 0,0431 \text{ Pr Re}$$

Lorsque les profils de vitesse et de température sont établis, nous avons la loi suivante :

$$Nu = 4,36$$

En régime turbulent, la loi utilisée est la même que pour une température imposée à la surface.

Les régimes laminaires et turbulents sont déterminés par le nombre de Reynolds, instabilité purement mécanique. Sa valeur critique est environ 2 400.

3.8 - Données thermophysiques de l'air et de l'eau

Les données suivantes sont valables pour de l'air à 300 K :

$$\rho = 1,177 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$\mu = 1,85 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

$$\nu = 1,57 \times 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$$

$$C_p = 1006 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

$$\lambda = 0,0262 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

$$a = 2,22 \times 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$$

$$\beta = 1/T \text{ (K}^{-1}\text{)}$$

Les données suivantes sont valables pour de l'eau à 20 °C :

$$\rho = 1001 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$\mu = 1,00 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

$$\nu = 0,101 \times 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$$

$$C_p = 4182 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

$$\lambda = 0,597 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

$$a = 14,3 \times 10^{-8} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$$

$$\beta = 2,06 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$$

Chapitre 4

Transfert thermique par conduction

Introduction

4.1 - Caractéristiques fondamentales.	4.3
4.1.1 - Grandeurs physiques.	
4.1.2 - Loi de Fourier.	
4.1.3 - Coefficient de conductivité thermique.	
4.2 - Équation de la chaleur.	4.7
4.2.1 - Expression générale.	
4.2.2 - Autre approche de l'équation de la chaleur.	
4.2.3 - Equation de la chaleur en coordonnées cylindriques ou sphériques.	
4.2.4 - Conditions aux limites spatio-temporelles pour la résolution de l'équation de la chaleur.	
4.3 - Résolution analytique de l'équation de la chaleur.	4.17
4.3.1 - Différents types de régimes thermiques.	
4.3.2 - Transmission de la chaleur en régime permanent.	
4.3.3 - Transmission de la chaleur en régime variable.	
4.4 - Autres méthodes de résolution de l'équation de la chaleur.	4.33
4.4.1 - Analogie électrique.	
4.4.2 - Méthodes numériques.	
4.5 - Caractéristiques thermophysiques des matériaux.	4.34

Introduction

La principale caractéristique de la conduction est que l'énergie se propage par contact direct sans déplacement appréciable des molécules. En dehors du mécanisme interne du transfert au sein d'un système à l'échelle microscopique, l'effet observable est l'égalisation des températures. Cependant si les températures sont maintenues en différents points par l'apport ou l'évacuation de chaleur, il s'établit un écoulement continu de chaleur de la région chaude vers la région froide.

Dans un problème de conduction, on dispose donc d'un système matériel dont on connaît la géométrie et les caractéristiques physiques. Ce système est en contact avec des sources de chaleur. La connaissance de ces sources et des liaisons thermiques, constituent les conditions aux limites du système. Si l'on admet que la température a toujours une valeur bien définie en chaque point et à chaque instant le problème à résoudre est donc la connaissance de la température en tout point et son évolution au cours du temps. C'est la recherche du champ de température. Dans la plupart des cas, la connaissance des quantités de chaleur transmises est également primordiale.

En toute généralité, ce problème est très difficile à résoudre, parfois impossible avec des moyens simples de calcul. Il est donc nécessaire de choisir des hypothèses simplificatrices et d'utiliser des méthodes analogiques, graphiques et numériques.

4.1 - Caractéristiques fondamentales

La relation fondamentale de la transmission de la chaleur par conduction a été proposée par FOURIER en 1822.

Pour bien comprendre cette loi, il faut au préalable définir un certain nombre de grandeurs physiques.

4.1.1 - Grandeurs physiques

a) Flux de chaleur à travers une surface

C'est la quantité de chaleur Φ qui traverse la surface considérée pendant l'unité de temps. L'unité dans le système international est le Watt.

b) Densité de flux de chaleur

C'est la quantité de chaleur qui traverse l'unité de surface pendant l'unité de temps. C'est donc le flux de chaleur par unité de surface, noté φ . L'unité dans le système international est le Watt/m².

c) Surfaces isothermes

Considérons dans un corps homogène un champ de température T défini en chaque point et à chaque instant par la fonction $T = f(x, y, z, t)$, avec x, y, z variables spatiales, et t le temps.

Dans tout le corps, on peut définir à l'instant t des surfaces lieu des points ayant la même

température appelées surfaces isothermes.

Dans le cas particulier du régime permanent qui sera développé ultérieurement, la température est indépendante du temps et les surfaces isothermes sont fixes.

Deux surfaces isothermes ne peuvent se couper car on aurait alors deux températures différentes en un même point ce qui est physiquement impossible.

d) *Gradient de température*

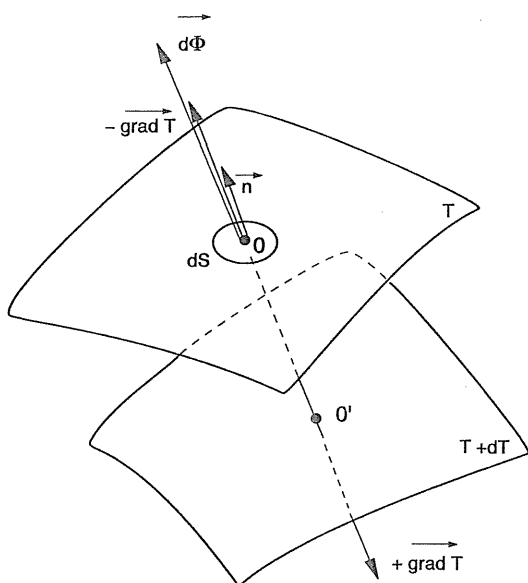


Figure 4.1

Considérons deux surfaces isothermes, $\Sigma(T)$ et $\Sigma'(T + dT)$, OO' la normale commune à ces deux surfaces, dn la distance OO' , figure 4.1.

On définit au point O le vecteur gradient de température $\vec{\text{grad}} T$ dont le module est égal à $\frac{\partial T}{\partial n}$. Du point de vue physique, le gradient de température représente donc le taux de variation de la température suivant la direction normale à l'isotherme. Le vecteur gradient est en chaque point normal à la surface isotherme passant par ce point.

4.1.2 - Loi de FOURIER

Considérons un milieu solide D dans lequel une surface élémentaire dS est orientée par sa normale unitaire \vec{n} , figure 4.2.

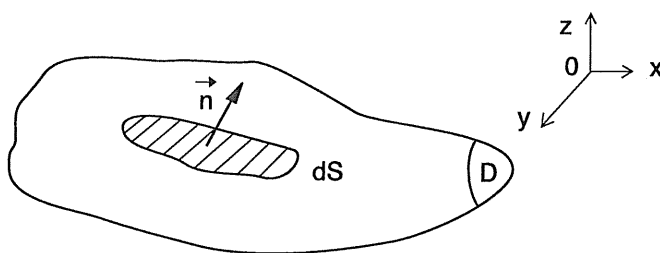


Figure 4.2

La quantité de chaleur d^2Q qui traverse la surface dS pendant l'intervalle de temps dt dans le sens de la normale \vec{n} est donnée par la loi de FOURIER :

$$d^2Q = -\lambda \vec{\text{grad}} T \cdot \vec{n} dS dt \quad (4.1)$$

La quantité $\vec{\text{grad}} T$ est le gradient de température défini suivant les trois axes Ox , Oy et Oz par :

$$\vec{\text{grad}} T = \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix}$$

λ est le coefficient appelé conductivité thermique du matériau.

On a également : $d\Phi = \frac{d^2Q}{dt} = -\lambda \vec{\text{grad}} T \cdot \vec{n} ds$ (flux de chaleur)

et : $\varphi = \frac{d\phi}{dS} = -\lambda \vec{\text{grad}} T \cdot \vec{n}$ (densité de flux de chaleur)

La présence du signe - dans le second membre des relations signifie que le flux de chaleur progresse dans le sens opposé au gradient de température c'est-à-dire des températures les plus élevées aux températures les plus basses.

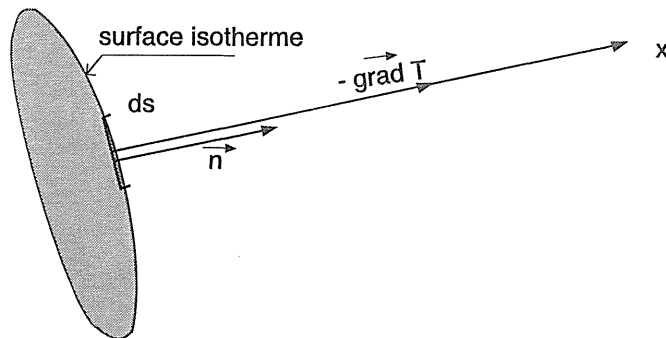


Figure 4.3

Si la surface dS est située sur une surface isotherme, les vecteurs $\vec{\text{grad}} T$ et \vec{n} sont colinéaires, figure 4.3.

$$\vec{\text{grad}} T \begin{cases} \frac{dT}{dx} \\ 0 \\ 0 \end{cases} \quad \vec{n} \begin{cases} 1 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$

et $d^2Q = -\lambda \frac{dT}{dx} dS dt$ ou $d\phi = -\lambda \frac{dT}{dx} dS$ ou $\varphi = -\lambda \frac{dT}{dx}$

4.1.3 - Conductivité thermique

La conductivité thermique est une caractéristique thermophysique des matériaux.

Les dimensions résultent de la formule de définition de la quantité de chaleur

$$d^2Q = -\lambda \text{ grad } T \cdot \vec{n} dS dt$$

Dans un système à 5 grandeurs fondamentales Masse M , Longueur L , Temps t , quantité de chaleur Q , Température T , on a :

$$[Q] = [\Phi][t] = [\lambda][T][L]^{-1} [L]^2 [t]$$

d'où :

$$[\lambda] = [Q][L]^{-1} [t]^{-1} [T]^{-1}$$

Dans le système international, λ s'exprime donc en Joule/s.m.K ou en Watt/m.K.

Les quantités de chaleur sont encore parfois présentées en calories ou en kilocalories, λ s'exprime en kilocalories par heure par mètre et par degré centigrade (kcal/h.m.°C).

Dans les ouvrages anglo-saxons les quantités de chaleur s'expriment en British thermal unit ou Btu (1 Btu = 0,252 kcal) et λ s'exprime en Btu par heure, par pied et par degré Fahrenheit (Btu/h.ft.°F).

Pour mémoire, les transformations d'unité sont résumées dans le tableau 4.1.

	Système International Watt/m.°C	Système ancien kcal/h.m.°C	Système anglo-saxon Btu/h.ft.°F
Système International Watt/m.°C	1	0,8598	0,5777
Système ancien kcal/h.m.°C	1,163	1	0,6719
Système anglo-saxon Btu/h.ft.°F	1,731	1,488	1

Tableau 4.1

Les valeurs numériques de λ varient dans de très larges limites depuis les corps bons conducteurs de la chaleur jusqu'aux corps très isolants.

Le tableau 4.2 présente les ordres de grandeur des conductivités thermiques de différents corps solides et fluides.

Nature du corps	λ en W / m.°C
- Gaz à la pression atmosphérique	0,006 - 0,15
- Matériaux solides isolants (Laine de verre, liège amiante)	0,025 - 0,18
- Liquides non métalliques	0,075 - 0,60
- Matériaux non métalliques (brique, pierre à bâtir, béton, bois ...)	0,10 - 2,2
- Métaux liquides	7,5 - 67
- Alliages métalliques	12 - 100
- Métaux purs	45 - 350

Tableau 4.2

Le coefficient λ dépend d'un très grand nombre de facteurs, les plus importants étant la direction dans le cas de corps anisotropes où existent des directions privilégiées de propagation de la chaleur, la température, la pression mécanique pour les solides mais surtout pression interstitielle de gaz ou vapeurs occlus dans des milieux poreux.

4.2 - Equation de la chaleur

4.2.1 - Expression générale

Considérons un champ de température $T(x, y, z, t)$ dans un volume Δ limité par une surface Σ d'un corps quelconque de masse volumique ρ , de chaleur massique à volume constant c , et de conductivité thermique λ , figure 4.4.

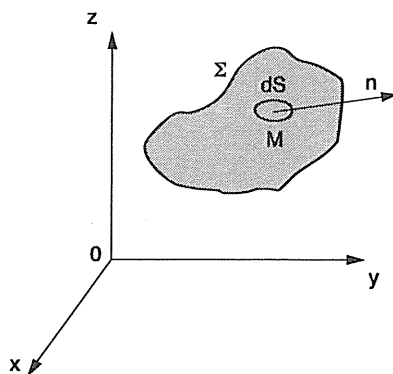


Figure 4.4

En un point M de la surface Σ , considérons un élément de surface dS et \vec{n} le vecteur unitaire de la normale en M orienté vers l'extérieur.

La détermination de la température impose la détermination du bilan énergétique du volume Δ .

Le calcul de la quantité de chaleur d^2Q_1 qui pénètre dans le volume Δ à travers dS pendant l'intervalle de temps dt est déduit par application de la formule de FOURIER.

$$d^2Q_1 = -\lambda \vec{n} \cdot \vec{\text{grad}}T \, dS \, dt$$

La quantité de chaleur totale qui pénètre dans le volume Δ à travers la surface Σ pendant dt est alors donnée par :

$$Q_1 = \iint_{(\Sigma)} -\lambda \vec{n} \text{ grad} T \, dS \, dt$$

En utilisant la formule d'OSTROGRADSKY :

$$\iiint_{\Delta} \text{div} \vec{V} \, dv = \iint_{(\Sigma)} \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS$$

On obtient :

$$Q_1 = \iint_{\Sigma} -\lambda \vec{n} \text{ grad} T \, dS \, dt = \iiint_{\Delta} \text{div} \left(-\lambda \text{ grad} T \right) \, dv \, dt$$

où dv est un élément de volume pris à l'intérieur de Δ .

Calculons maintenant la quantité de chaleur Q_2 créée dans le volume Δ . En effet, dans le cas général d'un corps quelconque il peut y avoir création de chaleur dans la masse.

Soit $p(x, y, z, t)$ le flux de chaleur créé par unité de volume.

Q_2 est alors donné par la formule :

$$Q_2 = \iiint_{\Delta} p(x, y, z, t) \, dv \, dt$$

Le bilan énergétique pour le volume Δ permettra d'écrire :

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

où Q_3 représentera la quantité de chaleur nécessaire à la variation de température du volume Δ . Si $\frac{\partial T}{\partial t} dt$ représente la variation de température du volume dv pendant dt , l'équation de la calorimétrie permet d'écrire :

$$d^2 Q_3 = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} dt \, dv$$

et :

$$Q_3 = \iiint_{\Delta} \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} \, dv \, dt$$

soit :

$$\iiint_{\Delta} \text{div} \left(-\lambda \text{ grad} T \right) \, dv \, dt + \iiint_{\Delta} p(x, y, z, t) \, dv \, dt = \iiint_{\Delta} \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} \, dv \, dt$$

d'où :

$$\text{div} \left(-\lambda \text{ grad} T \right) + p(x, y, z, t) = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

et en développant $\text{div} \left(-\lambda \text{ grad} T \right)$ il vient :

$$\lambda \operatorname{div} \left(\vec{\operatorname{grad}} T \right) + \vec{\operatorname{grad}} \lambda \cdot \vec{\operatorname{grad}} T + p = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

soit l'expression de l'équation de la chaleur :

$$\lambda \Delta T + \vec{\operatorname{grad}} \lambda \cdot \vec{\operatorname{grad}} T + p = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.2)$$

avec ΔT Laplacien de la température,

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad \text{en coordonnées cartésiennes.}$$

Cette dernière expression représente l'équation de la chaleur sous sa forme la plus générale possible sans aucune hypothèse sur le coefficient de conductivité λ .

Plusieurs cas particuliers peuvent être étudiés :

a) Le coefficient de conductivité λ ne dépend que de la température du point considéré $\lambda = f(T)$.

En calculant le produit scalaire $\vec{\operatorname{grad}} \lambda \cdot \vec{\operatorname{grad}} T$ l'équation de la chaleur peut se mettre sous la forme :

$$\lambda \Delta T + \frac{\partial \lambda}{\partial T} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] + p = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

b) λ ne varie pas avec la température ou sa variation est négligeable. C'est le cas particulier important d'un matériau homogène et isotrope avec un coefficient λ pouvant être considéré comme constant, la température étant fonction du temps.

L'expression devient alors :

$$\lambda \Delta T + p = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

c) λ ne varie pas avec la température et il n'y a pas de dégagement de chaleur interne ($P = 0$). On a :

$$\lambda \Delta T = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

Expression que l'on a l'habitude de mettre sous la forme :

$$a \Delta T = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.3)$$

avec : $a = \frac{\lambda}{\rho c_v}$, diffusivité thermique du matériau exprimée en m^2/s .

La diffusivité caractérise le milieu assurant la propagation de l'énergie, et a une valeur

constante pour de faibles écarts de température.

d) La température n'est plus fonction du temps. C'est l'étude des régimes permanents avec ou sans dégagement de chaleur.

Dans la plupart des cas, on suppose que la conductivité λ est une constante indépendante de la température. Il vient :

- avec dégagement de chaleur interne $\Phi \neq 0$: $\lambda \Delta T + p = 0$
- sans dégagement de chaleur interne $\Phi = 0$: $\Delta T = 0$, équation connue sous le nom d'équation de LAPLACE.

4.2.2 - Autre approche de l'équation de la chaleur

A titre d'exemple, une autre approche de l'équation de la chaleur peut être effectuée dans l'hypothèse d'un matériau homogène, isotrope où l'on peut supposer que le coefficient λ est égal à une constante indépendante à la fois du lieu et de la température.

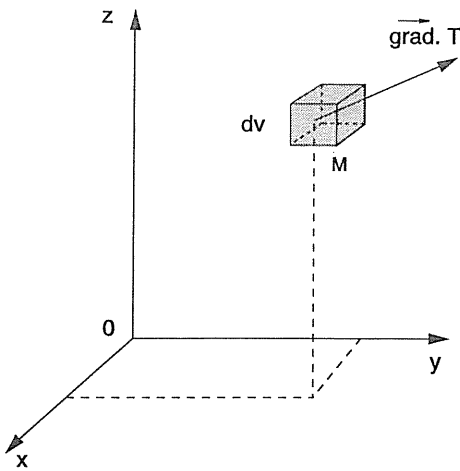


Figure 4.5

Considérons un volume dv du matériau placé dans un champ de température caractérisé par un vecteur $\vec{\text{grad}} T$, soient ρ et c_v la masse volumique et la chaleur massique, λ la conductivité du matériau.

L'établissement du bilan énergétique du volume dv impose le calcul de la quantité de chaleur élémentaire pénétrant dans le volume dv pendant l'intervalle de temps dt soit dq_1 , de la quantité de chaleur créée à l'intérieur de dv toujours dans le même intervalle de temps soit dq_2 , et d'écrire que la somme $dq_1 + dq_2$ est égale à la quantité de chaleur dq_3 nécessitée par l'élévation de température de dv pendant dt .

a) Calcul de $d^2 q_1$

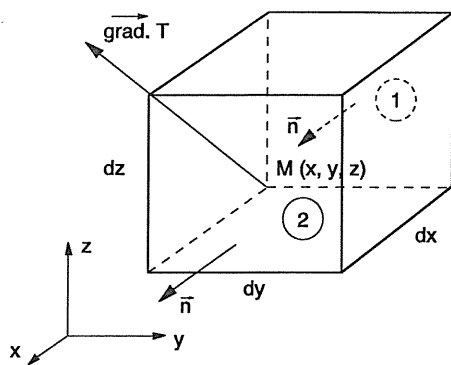


Figure 4.6

Par définition $dv = dx dy dz$

Considérons les deux faces parallèles perpendiculaires à l'axe des x , figure 4.6.

Soit (1) et (2) ces deux faces dans l'ordre des x croissants. Définissons les normales à ces deux faces (par exemple sens positif suivant l'axe des x).

Le calcul des quantités de chaleur traversant les faces (1) et (2) sous l'influence du vecteur $\vec{\text{grad}} T$ avec les conventions de signe de la formule de FOURIER permet d'écrire :

$$\text{Face (1)} : \quad d^2 q_x = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_x dy dz dt$$

$$\text{Face (2)} : \quad d^2 q_{(x+dx)} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{(x+dx)} dy dz dt$$

Avec le sens choisi pour les normales aux deux faces, $d^2 q_x$ est une quantité de chaleur qui pénètre dans dv , $d^2 q_{(x+dx)}$ est une quantité de chaleur qui sort.

Un calcul semblable permettrait pour les faces (3) et (4) (sens de y croissant) et pour les faces (5) et (6) (sens de z croissant) de calculer les quantités $d^2 q_y$ et $d^2 q_{(y+dy)}$ et $d^2 q_z$ et $d^2 q_{(z+dz)}$.

On obtient finalement la quantité de chaleur pénétrant dans dv pendant l'intervalle de temps dt soit $d^2 q_1$:

$$d^2 q_1 = (d^2 q_x - d^2 q_{(x+dx)}) + (d^2 q_y - d^2 q_{(y+dy)}) + (d^2 q_z - d^2 q_{(z+dz)})$$

tous calculs faits il vient :

$$d^2 q_1 = \lambda \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] dx dy dz dt$$

$$d^2 q_1 = \lambda \Delta T dv dt,$$

avec : ΔT expression du Laplacien.

b) Calcul de $d^2 q_2$:

Si on appelle p le flux de chaleur créé par unité de volume à l'intérieur du matériau on a simplement :

$$d^2 q_2 = p dv dt$$

c) Calcul de $d^2 q_3$:

Si l'élévation de température de dv pendant l'intervalle de temps dt est $\frac{\delta T}{\delta t} dt$, on a comme précédemment :

$$d^2 q_3 = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} dv dt$$

d) Bilan énergétique global

$$d^2 q_1 + d^2 q_2 = d^2 q_3$$

$$\lambda \Delta T dv dt + p dv dt = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} dv dt$$

$$\lambda \Delta T + p = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

Expression correspondant au cas traité, λ ayant une valeur constante.

4.2.3 - Equation de la chaleur en coordonnées cylindriques ou sphériques

a) Coordonnées cylindriques :

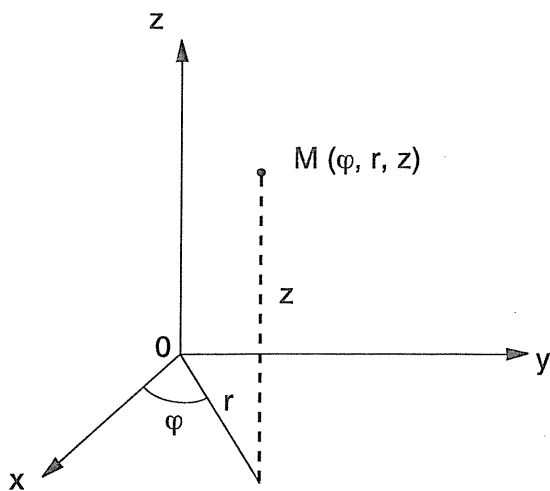


Figure 4.7

Toutes les expressions précédentes sont valables en coordonnées cylindriques (φ, r, z) à condition d'utiliser l'expression convenable du Laplacien qui est dans ce cas :

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

Dans certains problèmes à symétrie axiale cette expression se simplifie, la température n'étant plus fonction que de la variable spatiale r , $T = f(r, t)$.

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

On peut retrouver l'équation de la chaleur directement en faisant le bilan thermique non plus sur un élément de volume parallélépipédique ($dv = dx dy dz$) mais sur un volume élémentaire caractéristique de l'accroissement des coordonnées curvilignes choisies.

La démonstration sera faite dans le cas d'un système de révolution $T = f(r, t)$, en supposant le matériau homogène, isotrope et θ indépendant de la température.

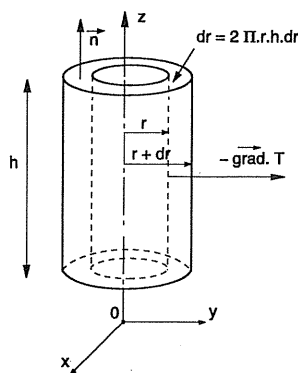


Figure 4.8

Le volume élémentaire choisi est l'espace compris entre deux cylindres d'axe Oz , de rayon r et $r + dr$, limité par deux plans perpendiculaires à Oz .

Le flux de chaleur à travers ces deux derniers plans est nul puisque la température dépend uniquement de r . Le produit scalaire $\vec{n} \cdot \vec{\text{grad}} T$ est nul.

On calculera donc uniquement la quantité de chaleur pénétrant dans le volume élémentaire à travers les deux surfaces latérales de l'élément dv .

- Surface interne :
$$dq_r = - \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_r 2\pi r h dt$$

- Surface externe :
$$dq_{r+dr} = - \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r+dr} 2\pi(r+dr) h dt$$

Avec les conventions de signe choisies, la quantité de chaleur pénétrant dans dv pendant l'intervalle de temps dt est égale à :

$$dq_r - dq_{r+dr} = \lambda 2\pi r h \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr dt$$

Cette quantité de chaleur sert à élever la température de dv de la valeur $\frac{\delta T}{\delta t} dt$,

d'où :
$$\lambda 2\pi r h \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr dt = \rho c_v 2\pi r h dr \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

$$a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial T}{\partial t}$$

Ceci est l'expression de l'équation de la chaleur dans le cas où le Laplacien a été écrit en coordonnées cylindriques, λ ayant une valeur constante.

b) Coordonnées sphériques :

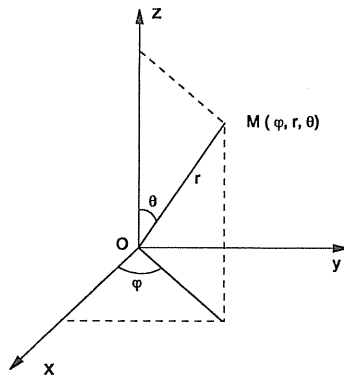


Figure 4.9

L'expression générale du Laplacien en coordonnées sphériques se déduit du Laplacien en coordonnées cartésiennes en utilisant les changements de variables suivants, figure 4.9 :

$$x = r \sin \theta \cos \varphi$$

$$y = r \sin \theta \sin \varphi$$

$$z = r \cos \theta$$

$$\mu = \cos \theta$$

Il vient :

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{\partial T}{\partial \mu} \right] + \frac{1}{r^2 (1 - \mu^2)} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}$$

Cette expression se simplifie dans le cas particulier d'un système présentant une symétrie sphérique. La température est alors une fonction qui ne dépend pas des variables φ et θ .
 $T = f(r, t)$.

Le Laplacien s'écrit :

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad \text{ou} \quad \Delta T = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r T)}{\partial r^2}$$

A titre d'exemple, on pourrait retrouver directement l'équation de la chaleur en faisant le bilan thermique au niveau d'un volume élémentaire égal à l'espace compris entre deux sphères de rayons respectifs r et $r + dr$.

4.2.4 - Conditions aux limites spatio-temporelles pour la résolution de l'équation de la chaleur.

L'équation générale de la chaleur crée une relation entre la fonction température T et les variables x, y, z et t . La solution mathématique de cette équation aux dérivées partielles, linéaires, du deuxième ordre admet en principe une infinité de solutions. Aussi, la résolution nécessite d'une part la connaissance de la condition initiale c'est-à-dire la répartition initiale des températures en tout point du milieu $T(x, y, z, 0)$ et d'autre part la loi de variation de la fonction température ou de sa dérivée normale sur la surface S .

- Condition initiale : c'est la répartition de température à l'instant $t = 0$ soit $T_0 = f(x, y, z, 0)$. Généralement cette condition est connue.

- Conditions aux limites : sur les frontières d'un matériau différents types de conditions aux limites peuvent apparaître dans les problèmes couramment rencontrés en transfert de chaleur.

1) La température est imposée sur la surface S , problème de DIRICHLET :

$$T_S = f(M_S, t)$$

2) La densité est imposée sur le pourtour S , problème de NEUMANN :

$$\varphi = - \lambda \left(\frac{dT}{dn} \right)_S = f(m_S, t)$$

où $\left(\frac{dT}{dn} \right)_S$ est la dérivée normale à la surface.

3) Transfert linéaire à la surface S , problème mixte ou de FOURIER : on précisera ultérieurement que le flux de chaleur échangé par convection entre une paroi solide à la température T_S et le fluide qui la baigne à la température T_g est donné par :

$$\varphi_c = h_c (T_S - T_g)$$

avec : h_c coefficient d'échange superficiel par convection.

L'étude du rayonnement thermique montre que la densité de flux échangé entre une surface unitaire à température T_s et des surfaces avoisinantes, à température moyenne T_p , est donnée par la formule :

$$\varphi_r = A (T_s^4 - T_p^4)$$

A est un facteur dépendant des propriétés de rayonnement des surfaces en regard (émissivité et absorptivité) et de la géométrie du problème (facteurs de forme).

Lorsque les températures T_s et T_p sont voisines, la linéarisation est possible en faisant l'approximation suivante :

$$T_s^4 - T_p^4 = 4 T_p^3 (T_s - T_p)$$

d'où
$$\varphi_r = 4 A T_p^3 (T_s - T_p)$$

$$\varphi_r = h_r (T_s - T_p)$$

En utilisant la loi de FOURIER le bilan énergétique à la surface s'écrira alors :

$$\left(\frac{dT}{dn} \right)_s = h_c (T_s - T_f) + h_r (T_s - T_p)$$

$$\left(\frac{dT}{dn} \right)_s = (h_c + h_r) (T_s - T_m) = h (T_s - T_m)$$

Expressions dans lesquelles :

- h est le coefficient d'échange superficiel global (convection + rayonnement).
- T_m est la température prenant en compte à la fois la température du fluide T_f et la température moyenne T_p des parois ou surfaces environnantes :

$$T_m = \frac{h_c T_f + h_r T_p}{h_c + h_r}$$

Dans la plupart des applications techniques en génie civil, on fait l'hypothèse $T_m = T_f = T_p$, dans l'hypothèse où les conditions de linéarisation sont respectées.

Le coefficient h_r prend en compte les échanges par rayonnement, grandes longueurs d'onde. En effet les températures de parois prises en compte (T_s et T_p) sont voisines de la température ambiante. Les énergies émises par rayonnement sont donc constituées de radiations situées dans l'infrarouge lointain (longueurs d'onde de l'ordre de 10 microns).

Le rayonnement courte longueur d'onde, rayonnement solaire par exemple, ne peut donc pas être inclus dans le coefficient h_r . Son action dans le bilan énergétique de la paroi devra être traitée indépendamment.

4) Le solide étudié est en contact avec un autre matériau. A l'interface S des 2 milieux

possédant des conductivités différentes λ_1 et λ_2 , la conservation du flux s'écrit :

$$\lambda_1 \overrightarrow{\text{grad}} T_1 = \lambda_2 \overrightarrow{\text{grad}} T_2 \quad \text{sur } S$$

Une deuxième condition est obtenue, dans le cas d'un contact parfait. Il s'agit de l'égalité des températures sur S , $T_1 = T_2$

Dans la réalité, cette condition n'est pas réalisée. Il y a discontinuité de la température au contact des deux matériaux, figure 4.10. La condition obtenue sur l'interface s'écrit alors :

$$T_1(S) - T_2(S) = R\varphi, \quad \varphi \text{ étant la densité traversant l'interface.}$$

R est un paramètre représentant la résistance thermique de contact.

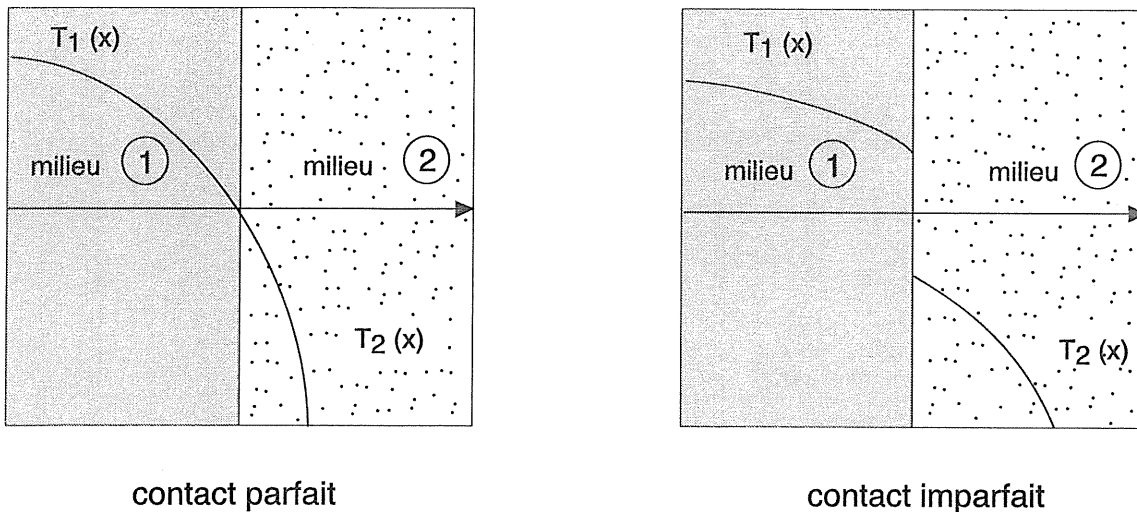


Figure 4.10

Dans les problèmes rencontrés généralement en isolation du bâtiment, on néglige cette résistance thermique de contact.

Les conditions aux limites rencontrées dans les problèmes de transfert thermique par conduction sont donc :

- conditions de DIRICHLET : température imposée sur la surface,

$$T_s = f(M_s, t)$$

- conditions de NEUMANN : densité de flux imposée à la surface,

$$\varphi = -\lambda \left(\frac{dT}{dn} \right)_s = f(M_s, t)$$

- conditions de FOURIER : densité de flux fonction linéaire de l'écart de température surface-milieu baignant la surface (milieu fluide),

$$\varphi = -\lambda \left(\frac{dT}{dn} \right)_s = h (T_s - T_M)$$

- contact entre deux matériaux,

$$-\lambda_1 \left(\frac{dT_1}{dn} \right)_s = -\lambda_2 \left(\frac{dT_2}{dn} \right)_s$$

$$T_1 = T_2 \quad \text{ou} \quad |T_1 - T_2| = R \lambda_1 \left(\frac{dT_1}{dn} \right) = R \lambda_2 \left(\frac{dT_2}{dn} \right)$$

4.3 - Résolution analytique de l'équation de la chaleur

4.3.1 - Différents types de régimes thermiques

Le paragraphe précédent mentionne l'équation de la chaleur pour deux types de régimes.

En fait il existe trois sortes de régime : le régime permanent, le régime transitoire et le régime variable. Le régime transitoire caractérise un système dont les sources subissent une brusque modification, faisant évoluer le champ des températures d'un état stationnaire initial ES_i à un nouvel état stationnaire final ES_f . La phase comprise entre ces deux états est la phase transitoire, pendant laquelle le champ instantané des températures dépend d'autant plus de l'état ES_i que le temps écoulé depuis l'instant initial est faible.

La durée de la phase transitoire est caractérisée par la constante de temps, grandeur spécifique du système. Elle permet de prédire la durée des phénomènes transitoires dont le système peut être le siège.

Dans le cas d'un régime variable, le champ instantané des températures évolue constamment. En effet, si à partir d'un état ES_i , le système est en contact avec des sources externes ou internes évoluant en fonction du temps, il n'atteint pas d'état ES_f .

Rappelons que le qualificatif de régime permanent, signifie qu'aucune des variables du système ne dépend du temps.

En régime variable, le comportement des matériaux est différent suivant leur épaisseur.

Pour les corps minces, la température sera considérée comme uniforme.

Pour les corps ou systèmes épais, la température sera une fonction spatio-temporelle.

La différentiation est effectuée à l'aide du nombre de BIOT, nombre sans dimension, rapport de la résistance thermique interne d'un corps à la résistance thermique de surface dans la direction de propagation.

Cette quantité a pour expression :

$$Bi = \frac{hl}{\lambda} \tag{4.4}$$

avec b = coefficient d'échange global
 l = grandeur caractéristique du système
 λ = conductivité du matériau

La pénétration de la chaleur en régime variable est caractérisée par le nombre de FOURIER, rapport de la quantité at et de dimension l^2 correspondant au carré de la profondeur de pénétration d'une perturbation thermique dans un corps au bout d'un temps t , au carré d'une longueur caractéristique du corps.

Cette quantité a pour expression : $F_0 = \frac{at}{l^2}$ (4.5)

4.3.2 - Transmission de la chaleur en régime permanent

La résolution analytique de l'équation de la chaleur adaptée au régime permanent est étudiée à l'aide d'un certain nombre de cas particuliers simples à cause de leur géométrie, à l'aide de l'équation suivante :

$$\lambda \Delta T + \text{grad } \lambda \cdot \text{grad } T + p = 0$$

4.3.2.1 - Problème du mur en conduction "morte", sans sources internes de chaleur

Considérons un matériau homogène et isotrope limité par deux surfaces planes parallèles de hauteur infinie, figure 4.11.

L'équation de la chaleur s'écrit $\lambda \Delta T + \text{grad } \lambda \cdot \text{grad } T = 0$

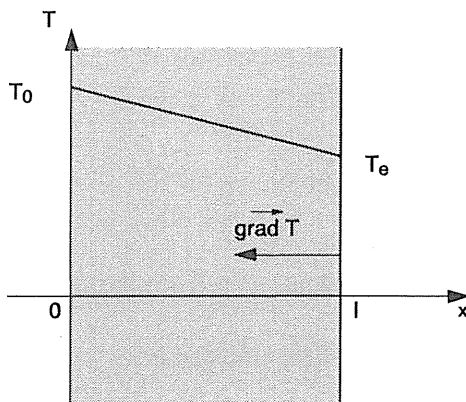


Figure 4.11

Les deux surfaces du mur sont maintenues à des températures fixes dans le temps, condition de DIRICHLET :

$$x = 0 : T = T_0$$

$$x = l : T = T_1$$

En raison de la nature du régime permanent, la condition initiale ne joue ici aucun rôle.

Le problème traité est un problème à une dimension. La température est uniquement fonction de la variable x .

Le Laplacien ΔT s'écrit alors : $\Delta T = \frac{d^2T}{dx^2}$

L'équation devient :

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{d\lambda}{dx} \frac{dT}{dx} = 0$$

C'est-à-dire :

$$\frac{d}{dx} \left(\lambda \frac{dT}{dx} \right) = 0$$

Deux cas sont à considérer :

1) Cas où λ est constant :

C'est le cas pratique le plus important et cette approximation est valable lorsque les températures T_o et T_1 sont voisines :

a) Détermination du champ de température :

L'équation précédente du champ se réduit à : $\frac{dT}{dx} = cte$

d'où : $T = Ax + B$

A et B sont deux constantes que l'on calcule en fonction des conditions aux limites, d'où la solution :

$$T = \frac{T_1 - T_o}{l} x + T_o$$

On obtient une répartition linéaire des températures, et les isothermes sont des plans parallèles aux faces du mur.

La répartition de température est indépendante de la valeur du coefficient de conductivité λ , donc indépendante de la nature du matériau qu'il soit conducteur ou isolant.

b) Calcul de la densité de flux de chaleur :

On applique la formule générale proposée par FOURIER. Il vient :

$$\varphi = -\lambda \text{ grad } T \vec{n} = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

$$\varphi = \lambda \frac{T_o - T_1}{l}$$

Cette formule montre que φ est indépendant de l'abscisse. Cette propriété est la caractéristique d'un système à densité de flux conservatrice. La densité de flux qui traverse le plan isotherme correspondant à une valeur de x est constante dans toute la traversée du mur.

2) Cas où la conductivité varie avec la température :

Pour de nombreux matériaux si le domaine de température n'est pas trop grand, on peut admettre une variation linéaire de λ avec la température.

$$\lambda = \lambda_o (1 + \alpha T)$$

La résolution de l'équation de la chaleur donne une répartition des températures en fonction de x de type parabolique, figure 4.12.

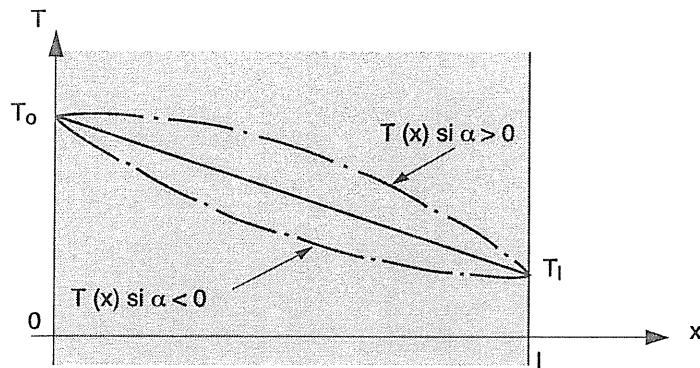


Figure 4.12

$$T(x) + 1/2 \alpha T^2(x) = \frac{T_l - T_o}{l} \left(1 + \alpha \frac{T_l + T_o}{2} \right) x + T_o + 1/2 \alpha T_o^2$$

A partir de la loi de FOURIER, on obtient une densité de flux, indépendante de l'abscisse (flux conservatif), donnée par la relation :

$$\varphi = \frac{T_o - T_l}{l} \lambda_o \left(1 + \alpha \frac{T_l + T_o}{2} \right)$$

ou :

$$\varphi = - \left(\overrightarrow{\text{grad } T} \right)_m \lambda_m$$

avec : $\left(\overrightarrow{\text{grad } T} \right)_m = \frac{T_l - T_o}{l}$, c'est-à-dire le gradient moyen de température, et λ_m est la valeur moyenne de la conductivité dans l'intervalle (T_o, T_l) .

4.3.2.2 - Problème du cylindre.

Ce cas correspond au problème du transfert de chaleur par conduction en régime permanent dans une tuyauterie cylindrique sans sources internes de chaleur, figure 4.13.

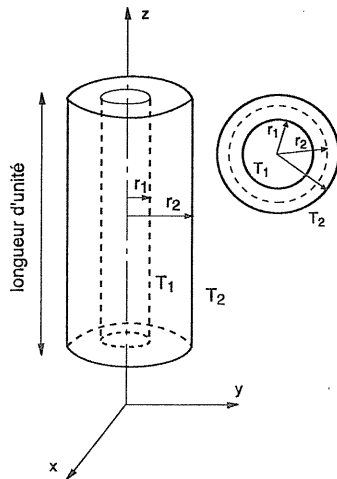


Figure 4.13

Le tube est parcouru par un fluide et la face intérieure ($r = r_1$) est prise à la température T_1 . La face extérieure ($r = r_2$) est à la température T_2 .

$$r = r_1 : T = T_1$$

$$r = r_2 : T = T_2$$

Les échanges de chaleur entre le fluide qui circule à l'intérieur du tube et la paroi interne, et les échanges extérieurs ne sont pas considérés. Ces phénomènes font intervenir la convection et le rayonnement, conditions aux limites de FOURIER. Les conditions aux limites sont donc du type de DIRICHLET.

Par raison de symétrie, les isothermes sont des cylindres coaxiaux et la température n'est fonction que du rayon r .

S'il n'y a pas de dégagement interne de chaleur ($\dot{p} = 0$) et si λ est constant, l'équation de la chaleur s'écrit :

$$\Delta T = 0 \quad \text{et} \quad \Delta T = \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0$$

$$\Delta T = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right)$$

La solution de cette équation différentielle est du type $T = \alpha \ln r + \beta$.

α et β sont deux constantes calculées à l'aide des conditions aux limites du problème.

Le champ de température est donné par l'expression :

$$T = \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln r + \frac{T_2 \ln r_1 - T_1 \ln r_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}}$$

que l'on peut mettre sous la forme :

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln \frac{r}{r_1}$$

Comme dans le problème du mur, la répartition de température est indépendante de la valeur du coefficient de conductivité λ lorsque celui-ci est constant.

Par ailleurs, le flux est conservatif. L'expression de FOURIER donne pour une surface

isotherme quelconque de rayon r :

$$\Phi = -2\pi\lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}} = 2\pi\lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Le calcul de flux peut être conduit par unité de longueur de canalisation dans l'hypothèse où λ est fonction de la température.

On définirait alors un coefficient moyen λ_m par la relation $\lambda_m = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} \lambda dT$.

Φ aurait pour expression
$$\Phi = 2\pi d_m \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

4.3.2.3 - Problème de la sphère

Considérons deux sphères concentriques de rayon r_1 et r_2 , limitant un volume de matière sans sources internes de chaleur, figure 4.14.

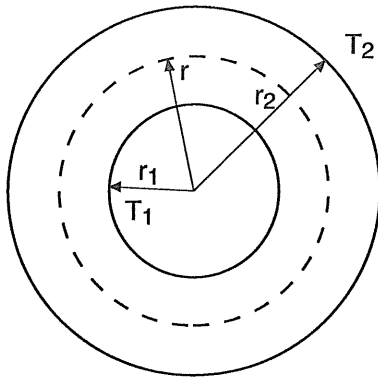


Figure 4.14

Avec des conditions aux limites de type DIRICHLET :

$$\begin{aligned} r = r_1 & : T = T_1 \\ r = r_2 & : T = T_2 \end{aligned}$$

L'équation de la chaleur s'écrit :

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dT}{dr} = 0 \text{ ou } \frac{1}{r} \frac{d^2 (rT)}{dr^2} = 0$$

soit en intégrant $\frac{d(rT)}{dr} = \alpha$

$$\text{d'où } T = \frac{\beta}{r} + \alpha$$

Les constantes β et α sont calculées avec les conditions aux limites. Il vient :

$$T = \frac{r_1 r_2 (T_1 - T_2)}{(r_2 - r_1) r} + \frac{T_2 r_2 - T_1 r_1}{r_2 - r_1}$$

ou

$$T = T_1 + \frac{r_1 r_2 (T_1 - T_2)}{r_2 - r_1} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right]$$

Comme dans le problème du cylindre, le flux est conservatif. Le calcul pour une isotherme quelconque est le suivant :

$$\Phi = -\lambda \left(\frac{dT}{dr} \right) 4\pi r^2, \text{ avec } \frac{dT}{dr} = -\frac{\beta}{r^2}$$

d'où :

$$\Phi = \lambda 4\pi\beta = 4\pi \lambda \frac{r_1 r_2 (T_1 - T_2)}{r_2 - r_1}$$

4.3.2.4 - Conduction à travers plusieurs corps

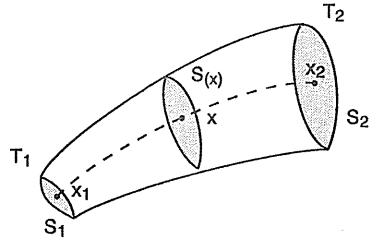


Figure 4.15

Considérons un tube de flux dans un matériau homogène et isotrope à l'intérieur duquel existe un gradient de température. Puisque le flux est conservatif, on a pour une surface $S(x)$:

$$\Phi = -\lambda(x) S(x) \left(\frac{dT}{dx} \right)_x$$

où $\left(\frac{dT}{dx} \right)_x$ est la valeur du gradient de température au point d'abscisse x .

Cette expression peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{dx}{\lambda_{(x)} S_{(x)}} = -\frac{dT}{\Phi}$$

En intégrant entre les limites x_1 et x_2 , figure 4.15, il vient :

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\lambda_{(x)} S_{(x)}} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi}$$

Par définition, on appellera résistance thermique du tube de flux considéré la quantité :

$$R_T = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\lambda_{(x)} S_{(x)}} \quad (4.6)$$

La conductance thermique est définie comme l'inverse de la résistance, soit :

$$K_T = \frac{1}{R_T}$$

L'expression s'écrit alors en fonction de T et Φ :

$$R_T = \frac{1}{K_T} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi}$$

Les résistances thermiques s'expriment dans le système d'unité S.I en °C/W.

Si l'on compare cette expression à la résistance électrique R_e que l'on définit en électricité à partir de la loi de POUILLET $R_e = \frac{V}{I}$, on établit une correspondance entre d'une part le flux de chaleur Φ et le courant électrique I , d'autre part entre la température T et la

différence de potentiel V . Cette remarque constitue le point de départ des méthodes d'analogie électrique.

Pour des formes simples comme le mur de dimensions latérales infinies, le cylindre ou la sphère, le calcul de R_T conduit aux expressions déjà trouvées.

a) Mur : le flux est égal à $\Phi = \lambda S \frac{\Delta T}{l}$, ce qui par comparaison donne :

$$R_T = \text{mur} = \frac{l}{\lambda S} = \rho_T \frac{l}{S}$$

ou ρ_T est appelé la résistivité thermique $\rho_T = \frac{1}{\lambda}$ par analogie avec la résistivité électrique ρ apparaissant dans la formule $R_e = r \frac{l}{S}$, résistance électrique d'un conducteur de longueur l et de section S .

On définit également une résistance thermique correspondant à une surface unité :

$$r_T = \frac{l}{\lambda}, \text{ exprimé en } m^2 \text{ } ^\circ C/W.$$

Pour le cas où plusieurs corps de résistances thermiques R_{T1}, R_{T2} , etc, sont placés en série, figure 4.16, on a en écrivant que le flux de chaleur est conservatif et pour un transfert de chaleur tel que les surfaces de séparation coïncident avec les isothermes $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$.

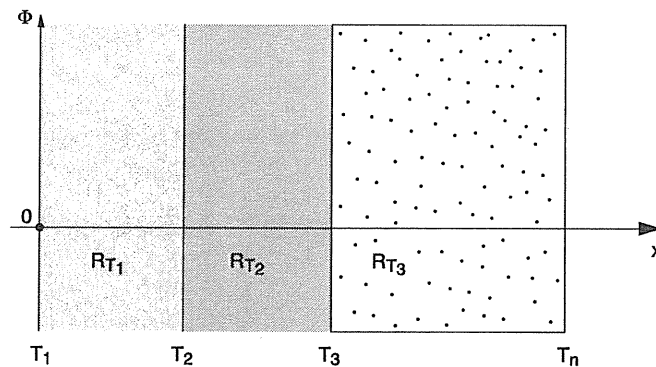


Figure 4.16

$$\Phi = \frac{1}{R_{T1}}(T_1 - T_2) = \frac{1}{R_{T2}}(T_2 - T_3) = \dots = \frac{1}{R_{T_{n-1}}}(T_{n-1} - T_n)$$

d'où :

$$\Phi = \frac{T_1 - T_n}{R_T}$$

avec :

$$R_T = \sum_{i=1}^n R_{Ti}$$

Les résistances thermiques des corps placés en série s'ajoutent.

Pour les corps placés en parallèle, les conductances thermiques s'ajoutent.

Ces problèmes ont de multiples applications techniques : calculs des revêtements et des isolations de wagons ou de chambres frigorifiques ou des panneaux composites utilisés dans le bâtiment, mesure des conductivités des solides.

b) Cylindre et sphère :

$$\Phi_{\text{cylindre}} = 2\pi\lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \text{ (pour une longueur unité)}$$

$$\Phi_{\text{sphère}} = 4\pi\lambda \frac{r_1 r_2 (T_1 - T_2)}{r_2 - r_1}$$

La comparaison avec la formule de définition de la résistance thermique, $R_T = \frac{T_1 - T_2}{\Phi}$, donne respectivement pour le cylindre et la sphère :

$$R_T, \text{ cylindre} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi\lambda} \text{ (pour une longueur unité)}$$

$$R_T, \text{ sphère} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi\lambda r_1 r_2}$$

Comme dans le cas du mur, il est possible de démontrer que les résistances thermiques de corps cylindriques ou de corps sphériques placés en série s'ajoutent. Les applications techniques sont là aussi importantes, par exemple le calcul de l'isolation thermique de canalisations de transport de fluides caloporteurs ou frigorifiques, ou la mesure des conductivités des solides.

Mais l'expérience montre que lorsque deux matériaux sont au contact, les températures des deux faces en regard sont en général différentes. Cela provient soit d'un mauvais contact physique avec interposition d'une couche d'air, soit de la présence d'une pellicule d'oxyde, etc...

Cette différence de température ($T - T'$) peut s'exprimer sous forme d'une résistance thermique de contact, $R_{TC} = \frac{T - T'}{\Phi}$. On connaît peu de choses sur ces phénomènes qui dépendent de la nature des corps en contact, de la pression mécanique exercée, de l'état des surfaces. Les mesures directes sont très délicates car il faut pouvoir mesurer directement la différence de température ($T - T'$).

Toutefois, en ce qui concerne les matériaux isolants, les corps poreux ou pulvérulents, ces résistances de contact peuvent être négligées. Il en est de même pour des surfaces métalliques soudées ou brasées.

4.3.2.5 - Problèmes multi-dimensionnels

Tous les problèmes résolus précédemment sont de géométrie simple, la température n'étant fonction que d'une seule variable spatiale, $T = f(x)$ dans le cas du mur et $T = f(r)$ pour le cylindre et la sphère.

La résolution de problèmes à deux ou trois dimensions nécessite une approche différente.

1) Position du problème :

Dans tout ce qui suit, nous supposons constante la conductivité du matériau.

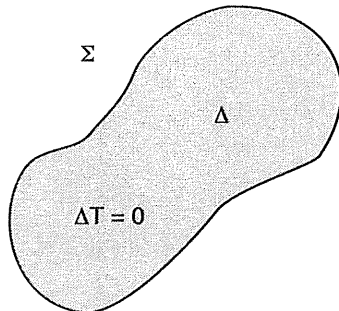


Figure 4.17

Résoudre le problème de Dirichlet dans un domaine Δ de frontière Σ , c'est trouver la fonction harmonique f dans Δ qui prend des valeurs fixées sur le contour.

Une fonction harmonique dans un domaine est une fonction continue dans $(\Delta + \Sigma)$, admettant les dérivées premières et secondes continues dans $(\Delta + \Sigma)$ et dont le Laplacien est nul, $\Delta f = 0$.

Résoudre ce problème, c'est trouver la fonction température $T = f(x, y, z)$ dans un domaine, qui prend des valeurs particulières sur le contour du domaine (conditions aux limites) et qui est solution de l'équation de Laplace $\Delta T = 0$.

On démontre qu'il existe une fonction harmonique et une seule dans Δ prenant une valeur donnée sur le contour. Ceci est important en thermique car si grâce à un moyen quelconque, on a trouvé une solution, on est sûr qu'elle est bonne et que cette solution est unique.

2) Méthode analytique de résolution :

On utilise la méthode de séparation des variables qui permet l'intégration complète de l'équation de Laplace dans les cas où la température dépend de plus d'une variable mais où la symétrie du problème reste élevée (par exemple plaque plane, parallélépipède etc...).

a) Problème à deux dimensions. L'équation de Laplace s'écrit :

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

On recherche une solution particulière de la forme $T = X(x) \cdot Y(y)$

Il vient :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = X' Y \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = X'' Y$$

et :

$$\frac{\partial T}{\partial y} = X Y' \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = X Y''$$

En remplaçant dans l'équation initiale et en divisant par $T = XY$ différente de zéro, on a :

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{X''}{X} = -\frac{Y''}{Y}$$

Le premier membre est uniquement fonction de x , le deuxième membre est uniquement fonction de y . L'égalité ne peut être vérifiée que si chacun d'eux est égal à une constante.

Il vient :

$$\frac{X''}{X} = k^2 \quad \text{et} \quad \frac{Y''}{Y} = -k^2$$

d'où

$$X = A e^{-kx} + B e^{+kx}, \text{ et } Y = C e^{-iky} + D e^{+iky}.$$

Des solutions particulières sont alors données par :

$$T = XY = (A e^{-kx} + B e^{+kx}) (C e^{-iky} + D e^{+iky})$$

A, B, C, D et k , sont des constantes quelconques que l'on déterminera avec les conditions aux limites du problème.

La méthode utilisée est la même lorsque l'on exprime le Laplacien en coordonnées cylindriques :

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}$$

Cherchons des solutions à variables séparées de la forme $T = R(r) \cdot \Phi(\varphi)$

Il vient :

$$r^2 \frac{R''}{R} + r \frac{R'}{R} = -\frac{\Phi''}{\Phi}$$

D'après un raisonnement déjà fait, les deux membres doivent être égaux à une même constante arbitraire k^2 .

$$r^2 \frac{R''}{R} + r \frac{R'}{R} = -\frac{\Phi''}{\Phi} = k^2 \quad \text{d'où} \quad r^2 R'' + r R' - k^2 R = 0$$

équation différentielle d'Euler, et $\Phi'' + \Phi k^2 = 0$.

La résolution s'effectue comme précédemment :

$$\Phi = A e^{ik\varphi} + B e^{-ik\varphi}$$

L'intégration s'obtient en cherchant des solutions particulières de la forme $R = r^\alpha$. Il vient :

$$R = C r^k + D r^{-k}$$

Des solutions particulières pour la fonction température sont alors données par :

$$T = R.\Phi = (A e^{+ik\varphi} + B e^{-ik\varphi}) (C r^k + D r^{-k})$$

où les constantes A, B, C, D et k sont des constantes que l'on déterminera par les conditions aux limites.

b) Problème à trois dimensions : l'équation de Laplace s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

Nous recherchons des solutions à variables séparées : $T(x, y, z) = X(x) Y(y) Z(z)$

On obtient $\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} = 0$, et successivement :

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} = -\frac{Z''}{Z} = k_3^2 = \text{Cte}$$

donc : $Z'' + k_3^2 Z = 0$

et $\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} = k_3^2$ d'où : $\frac{X''}{X} = k_3^2 - \frac{Y''}{Y} = k_2^2$

donc : $X'' - k_2^2 X = 0$ et $Y'' - k_1^2 Y = 0$

avec : $k_1^2 = k_3^2 - k_2^2$.

La résolution des trois équations différentielles précédentes permet d'écrire la forme des solutions particulières. Il vient :

$$T(x, y, z) = (A e^{k_2 x} + B e^{-k_2 x}) (C e^{k_1 y} + D e^{-k_1 y}) (E e^{ik_3 z} + F e^{-ik_3 z})$$

où $A, B, C, D, E, F, k_1, k_2, k_3$ sont des constantes arbitraires quelconques que l'on déterminera à l'aide des conditions aux limites du problème.

Comme nous l'avons dit déjà, le Laplacien en coordonnées cylindriques (r, φ, z) s'écrit :

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

Cherchons des solutions à variables séparées de la forme $T(r, \varphi, z) = R(r).\phi(\varphi).Z(z)$.

L'équation s'écrit : $\frac{R''}{R} + \frac{1}{r} \frac{R'}{R} + \frac{1}{r^2} \frac{\phi''}{\phi} + \frac{Z''}{Z} = 0$

donc :

$$\frac{Z''}{Z} = -k^2 \text{ et } \frac{R''}{R} + \frac{1}{r} \frac{R'}{R} + \frac{1}{r^2} \frac{\Phi''}{\Phi} = k^2$$

On obtient :

$$Z = A e^{ikz} + B e^{-ikz}$$

et

$$\frac{r^2 R''}{R} + r \frac{R'}{R} - k^2 r^2 = -\frac{\Phi''}{\Phi} = k'^2$$

d'où :

$$\phi = C e^{ik'\varphi} + D e^{-ik'\varphi}$$

et

$$r^2 R'' + rR' - (k'^2 + k^2 r^2)R = 0$$

Cette équation est dite équation différentielle de BESSEL que l'on peut mettre sous la forme suivante en utilisant le changement de variable $u = ikr$:

$$u^2 \frac{d^2 R}{du^2} + u \frac{dR}{du} + (x^2 - k'^2)R = 0$$

Soit $J(u)$ une intégrale particulière, les solutions particulières de ΔT s'écrivent alors :

$$T(r, \varphi, z) = J(ikr) \cdot (C e^{ik'\varphi} + D e^{-ik'\varphi}) \cdot (A e^{ikz} + B e^{-ikz})$$

Le calcul en coordonnées sphériques ne présente pas plus de difficultés. Il apparaîtra dans la solution des polynômes de LEGENDRE solutions de l'équation différentielle de LEGENDRE.

4.3.3 - Transmission de la chaleur en régime variable

Pour le cas où le coefficient de conductivité du matériau peut être considéré comme constant et où il n'y a pas de dégagement de chaleur interne, l'équation de la chaleur prend la forme suivante :

$$\frac{\lambda}{\rho c_v} \Delta T = \frac{\partial T}{\partial t} \text{ ou } \Delta T = \frac{\partial T}{\partial t}$$

Par simplification, la résolution de l'équation de la chaleur est traitée sous la forme unidimensionnelle, c'est-à-dire le cas où la température n'est fonction que d'une seule variable spatiale $T = f(x, t)$:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Cette équation est une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre admettant une infinité de solutions particulières. A l'aide de la condition initiale et des conditions aux limites, les solutions particulières correspondant au problème posé pourront être choisies.

4.3.3.1 - Résolution par la méthode de séparation des variables

1) Méthode d'intégration lorsque le processus thermique tend à un équilibre :

Avec la méthode de séparation des variables la température est supposée égale au produit de deux fonctions, l'une dépendant de x ($X(x)$) et l'autre de t ($Y(t)$), c'est à dire :

$$T(x,t) = X(x) \cdot Y(t)$$

$$\text{Il vient : } \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = X''(x) \cdot Y(t) \text{ et } \frac{\partial T}{\partial t} = X(x) \cdot Y'(t)$$

d'où en remplaçant dans l'équation de la chaleur, les dérivées partielles par ces relations, on obtient :

$$\frac{X''}{X} = \frac{1}{a} \frac{Y'}{Y}$$

Chacun des membres de l'équation étant indépendant l'un de l'autre, on peut remplacer cette équation par le système des deux équations différentielles suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{X''}{X} = \alpha \\ \frac{1}{a} \frac{Y'}{Y} = \alpha \end{array} \right\} \text{ où } \alpha \text{ est une constante quelconque.}$$

Le signe de la constante α est déterminé à partir de considérations physiques. Pour les processus thermiques qui tendent vers une répartition des températures constante à l'équilibre, α est négatif aussi pose-t-on généralement $\alpha = -k^2$.

On obtient alors :

$$X(x) = M \cos kx + N \sin kx$$

$$Y(t) = C e^{-k^2 \cdot a \cdot t}$$

où M , N et C sont des constantes.

Comme l'équation de la chaleur est linéaire, toute combinaison linéaire de solutions est aussi solution, d'où la solution générale :

$$T(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos k_n x + B_n \sin k_n x) e^{-k_n^2 a t}$$

Les constantes A_n , B_n et k_n sont déterminées à partir des conditions aux limites spatio-temporelles.

2) Méthode d'intégration lorsque une condition aux limites est une fonction périodique du temps :

A partir de l'expression de la température, on obtient : $T(x,t) = X(x) \cdot Y(t)$,

$$Y(t) = C e^{a\omega t}, \text{ donc } T(x,t) = C \cdot X(x) \cdot e^{a\omega t}$$

L'existence de conditions aux limites fonction périodique du temps (pulsation ω), implique des valeurs particulières pour la constante de séparation α . En effet, la solution générale du problème sera obligatoirement de la forme $T(x,t) = A \sin(\omega t + B)$ où l'amplitude A et le déphasage B sont des fonctions de la variable unique x .

L'équation s'écrit : $T(x,t) = C(x) \sin \omega t + D(x) \cos \omega t$

Par l'identification des équations, on obtient les deux valeurs que doit obligatoirement prendre la constante de séparation α .

$$\text{Il vient } \alpha = \frac{i\omega}{a} \text{ et } \alpha = -\frac{i\omega}{a}$$

Le système des deux équations différentielles s'écrit alors :

$$\frac{X''}{X} = \pm i \frac{\omega}{a} \text{ et } \frac{1}{a} \cdot \frac{Y'}{Y} = \pm i \frac{\omega}{a}$$

La résolution permet d'aboutir à quatre solutions particulières indépendantes et réelles qui sont :

$$T_1 = e^{kx} \cos(\omega t + kx)$$

$$T_2 = e^{kx} \sin(\omega t + kx)$$

$$T_3 = e^{-kx} \cos(\omega t - kx)$$

$$T_4 = e^{-kx} \sin(\omega t - kx)$$

$$\text{où } k = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}$$

La solution générale du problème est alors de la forme :

$$T(x,t) = A.T_1 + B.T_2 + C.T_3 + D.T_4$$

où A , B , C et D sont des constantes déterminées à partir des conditions aux limites du problème.

4.3.3.2 - Utilisation de la transformation de Laplace

La transformée de Laplace $\bar{T}(p)$ d'une fonction $T(t)$ est définie par l'intégrale

$$\bar{T}(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} T(t) dt$$

où p est un nombre réel ou imaginaire indépendant de t .

$\bar{T}(p)$ est appelée image ou transformée de la fonction originale $T(p)$.

L'application de cette transformation à la résolution de l'équation unidimensionnelle de la chaleur, $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t}$ permet d'écrire :

$$\int_0^\infty e^{-pt} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x,t) dt - \frac{1}{a} \int_0^\infty e^{-pt} \frac{\partial T}{\partial t}(x,t) dt = 0$$

Cette expression se met sous la forme :

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[\int_0^\infty e^{-pt} T(x,t) dt \right] - \frac{1}{a} \left(\left[T(x,t) e^{-pt} \right]_0^\infty + p \int_0^\infty e^{-pt} T(x,t) dt \right) = 0$$

La première intégrale représente $\frac{d^2 \bar{T}(x,p)}{dx^2}$. La deuxième représente $\bar{T}(x,p)$. Le terme entre crochets est nul lorsque t tend vers l'infini et correspond pour $t = 0$ à la répartition initiale des températures $T(x, 0)$,

$$\frac{d^2 \bar{T}(x,p)}{dx^2} - \frac{p}{a} \bar{T}(x,p) = \frac{T(x,0)}{a}$$

L'équation de la chaleur, équation aux dérivées partielles, a donc été remplacée par une équation différentielle. Si on fait le changement de variable

$$T^*(x,t) = T(x,t) - T(x,0)$$

qui entraîne $\bar{T}^*(x,p) = \bar{T}(x,p) + \frac{1}{p} T(x,0)$.

Dans le cas où la répartition initiale est uniforme, soit $T(x,0) = \text{cte}$, l'équation devient :

$$\frac{d^2 \bar{T}^*(x,p)}{dx^2} - \frac{p}{a} \bar{T}^*(x,p) = 0$$

$$\bar{T}^*(x,p) = A e^{-kx} + B e^{+kx}, \text{ avec } k^2 = \frac{p}{a}$$

La difficulté est maintenant de remonter à l'original par la transformation inverse. En pratique, dans la plupart des problèmes techniques simples, on peut utiliser des tables de transformées.

4.4 - Autres méthodes de résolution de l'équation de la chaleur

4.4.1 - Analogie électrique

L'analogie électrique utilisée au paragraphe 3.3.2.4 pour caractériser la conduction à travers plusieurs corps en série ou en parallèle, a mis en évidence les correspondances suivantes :

- *différence de potentiel en Volt / différence de température,*
- *courant électrique en Ampère / flux énergétique en Watt, en Kelvin,*
- *résistance électrique en Ohm / résistance thermique en K / W.,*
- *capacité électrique en Farad / capacité thermique en J / K.*

L'étude du régime variable impose l'introduction dans le circuit analogique de capacités ou de selfs afin de traiter les courants variables.

4.4.2 - Méthodes numériques

La résolution numérique de l'équation de la chaleur et des conditions aux limites spatio-temporelles est possible à partir de deux types de méthodes :

- méthodes aux différences finies : la discrétisation des variables est obtenue en décomposant le domaine étudié par un maillage de formes et de dimensions adaptés au système étudié.

Pour le régime permanent, il faut distinguer les méthodes de relaxation et de Gauss-Seidel. Pour le régime variable, les méthodes suivantes peuvent être appliquées : explicites, implicites, facteurs de forme.

Le principe général consiste à définir un certain nombre de noeuds à l'intérieur du système et à écrire l'équilibre thermique de chacun de ces noeuds en fonction des températures aux noeuds voisins.

- méthodes aux éléments finis : le système est assimilé à un ensemble d'éléments géométriques simples au sein desquels le champ de température est défini en fonction des températures aux noeuds de l'élément considéré.

Le principe consiste à écrire l'équilibre thermique de chacun des éléments en fonction de ses voisins.

Dans les deux cas, il y a donc un système d'équations linéaires à résoudre, avec une procédure identique utilisée par la discrétisation du temps.

Le développement de ces méthodes n'est pas traité dans ce cours.

4.5 - Caractéristiques thermophysiques des matériaux

Les tableaux 4.3 et 4.4 précisent les données thermophysiques de quelques matériaux.

Nature du solide	ρ Kg/m ³	T °C	W/m °C
I - Métaux et alliages			
- aluminium	2 700	0	209,3
- cuivre commercial	8 300	20	372,1
- fer (acier) : 99,2 % fer 0,2 %	7 800	0	45,3
- platine	21 400	0 100	70,0 71,4
- plomb	11 340	0 100	35,1 34,7
- zinc	7 130	0 100	112,8 109,9

Tableau 4.3a
Valeurs numériques du coefficient de conductivité.

Nature du solide	$\rho \text{ Kg/m}^3$	T °C	W/m°C
II - Matériaux de construction			
- pierres lourdes (granites, gneiss, basaltes...)	2 400 à 2 700	20	3,5
- calcaire	2 550	20	1,22
- sable (en moyenne)	1 500 à 1 800	20	0,93
- bétons			
. granulats lourds	2 200 à 2 400	25	1,75
. argile expansée	1 400 à 1 600	20	0,85
. béton de vermiculite	600 à 800	20	0,31
- amiante ciment et amiante ciment cellulose	1 800 à 2 200	20	0,95
- ciment durci		20	1,04
- plâtre (courant d'enduit)	100 à 1 100	20	0,46
- végétaux			
. bois naturels			
. (résineux, feuillus)	600 à 750	20	0,23
. bois naturels spéciaux			
. (balsa)	60 à 120	20	0,052
. fibres liège			
comprimé	100 à 150	20	0,10
expansé	150 à 250	20	0,048
- produits hydrocarbonés			
. asphalte pur	2 120	30	0,74
. bitume	1 100	20	0,18
- verre ordinaire	2 400 à 3 200	20	0,58 à 1,15
- polystyrène expansé moulé			
. Classe I	9 à 13	Température ambiante	0,044
. Classe II	13 à 16		0,042
. Classe III	16 à 20		0,039
. Classe IV	20 à 25		0,039
. Classe V	25 à 35		0,037
- mousse rigide de polychlorure de vinyle (PVC)			
. Classe I	25 à 35		0,031
. Classe II	35 à 48		0,034

Tableau 4.3b
Valeurs numériques du coefficient de conductivité.

Nature du corps	Masse volumique ρ kg/m ³	Chaleur massique C_p J/(kg.K)	Conductivité λ W(m.K)	Diffusivité a m ² /s
<u>Métaux et alliages</u>				
Argent	10 500	0,23 x 10 ³	418	1,71 x 10 ⁻⁴
Cuivre	8 940	0,38	389	1,14
Aluminium	2 700	0,86	200	0,86
Laiton (70 Cu, 30 Zn)	8 500	0,37	100	0,33
Acier (0,1 C)	7 850	0,49	46	0,12
Acier inOx 18/8	7 900	0,51	16	0,04
<u>Divers</u>				
Béton	2 300	0,96	0,92	0,42 x 10 ⁻⁶
Granit	2 600	0,87	2,5	1,10
Verre	2 530	0,84	1,2	0,58
Bois	410	1,25	0,23	0,45
PVC			0,16	
Polystyrène expansé	44		0,025	
Neige (poudreuse)	100	2,1	0,1	0,50
Amiante	577	0,816	0,16	
Laine de verre	200	0,67	0,04	

*Tableau 4.4
Données thermophysiques de quelques solides à 20 °C*

Chapitre 5

Transfert énergétique et transfert de masse

Introduction.

5.1 - Air sec.	5.3
5.1.1 - Constituants de l'air sec.	
5.1.2 - Grandeurs caractéristiques de l'air sec.	
5.2 - Air humide.	5.5
5.2.1 - Grandeurs caractéristiques de la vapeur d'eau.	
5.2.2 - Grandeurs caractéristiques de l'air humide.	
5.3 - Diagramme de l'air humide.	5.10
5.3.1 - Construction du diagramme.	
5.3.2 - Application à la détermination des caractéristiques de mélanges d'air.	
5.4 - Diffusion de vapeur d'eau.	5.13
5.4.1 - Diffusion en régime isotherme.	
5.4.2 - Diffusion sous gradient thermique.	
5.5 - Caractéristiques hygrothermiques de quelques matériaux.	5.15

Introduction

L'étude combinée des transferts thermiques et des transferts de vapeur dans les matériaux a des conséquences importantes au niveau des applications dans le domaine du Génie Civil et du Bâtiment.

Dans le bâtiment par exemple, les caractéristiques thermophysiques des matériaux constituant les parois varient en fonction de la température et de l'humidité.

Par ailleurs, l'air ambiant qu'il soit intérieur ou extérieur à une cellule de bâtiment, contient toujours une certaine quantité d'eau sous forme de vapeur parfois sous forme d'eau ou de brouillard, associée à d'autres composants physiques ou bactériologiques.

Cette étude encore appelée hygrothermie permet d'évaluer en particulier le risque de désordres entraînés par ces transports.

Ce chapitre traitera en première partie de l'air sec et de l'air humide, suivis par la présentation des diagrammes de l'air humide et des principes de la diffusion de vapeur.

5.1 - Air sec

5.1.1 - Constituants de l'air sec

La composition exprimée en volume de l'air sec est en général la suivante :

<i>Azote</i>	78 %
<i>Oxygène</i>	21 %
<i>Argon et autres gaz rares</i>	1 %
<i>Gaz carbonique</i>	0,03 %

A ces gaz, il convient d'ajouter des impuretés atmosphériques. Cette composition varie en fonction de plusieurs paramètres : altitude, température, sources de pollution et confinement des espaces.

L'évaluation du degré de pollution de l'air intérieur ou extérieur à un bâtiment prend en compte d'autres composants : aérosols, poussières, vapeur, toxicité virale ou bactérienne.

Un minimum de 12 % d'oxygène et un maximum de 5 % de gaz carbonique sont requis pour assurer un air de qualité respirable.

5.1.2 - Grandeurs caractéristiques de l'air sec

Par convention de notation, les grandeurs caractéristiques porteront un indice noté as. Par ailleurs, pour les applications courantes du bâtiment, les conditions thermophysiques des constituants gazeux de l'air sec sont éloignées des différents points de congélation, ils peuvent donc être assimilés à des gaz parfaits obéissant à la loi fondamentale :

$$pV = nRT$$

dans laquelle :

$$\begin{aligned}
p &= \text{pression, Pa} \\
V &= \text{volume massique, } m^3 / \text{kg} \\
R &= \text{constante des gaz parfaits, } 8,314 \text{ J/mole.K} \\
T &= \text{température absolue, K.} \\
n &= \frac{m_{as}}{M_{as}}, \text{ nombre de moles contenues dans le volume } V
\end{aligned}$$

Les conditions de pression et de température ont une influence sur les caractéristiques de l'air sec.

Celles-ci sont les suivantes :

- **Masse volumique** : masse de l'unité de volume d'air sec pour une température et pression donnée :

$$\rho_{as} = \frac{m_{as}}{V}, \text{ kg/m}^3 \quad (5.1)$$

Pour calculer ρ_{as} , l'équation caractéristique des gaz parfaits donne :

$$p_{as} V = \frac{m_{as}}{M_{as}} R T = n R T$$

avec :

$$\begin{aligned}
p_{as} &= \text{pression absolue de l'air sec, Pa} \\
V &= \text{volume de l'air sous la pression } p_{as}, m^3 \\
m_{as} &= \text{masse du volume } V, \text{ kg} \\
M_{as} &= \text{masse molaire de l'air sec, } 29 \text{ kg/kmole} \\
T &= \text{température absolue de l'air sec, K} \\
R &= \text{constante universelle des gaz parfaits}
\end{aligned}$$

La masse volumique de l'air sec s'exprime donc en fonction de p_{as} par la relation :

$$\rho_{as} = \frac{p_{as}}{287 T} \quad (5.2)$$

Sous une pression de 101325 Pa et à la température de 273,15 K, $\rho_{as} = 1,293 \text{ kg/m}^3$.

- **Volume massique** : l'inverse de la masse volumique de l'air est appelé volume massique, correspondant au volume occupé par l'unité de masse d'air sec à une pression et une température donnée :

$$\begin{aligned}
v_{as} &= \frac{1}{\rho_{as}} = \frac{V}{m_{as}}, m^3 / \text{kg} \\
v_{as} &= \frac{287 T}{\rho_{as}} \quad (5.3)
\end{aligned}$$

• **Chaleur massique** : quantité de chaleur qu'il faut fournir à l'unité de masse d'air sec pour élever sa température de un degré Celsius. D'un point de vue thermodynamique, la chaleur massique dépend du type de la transformation, isobare ou adiabatique. Les problèmes traités en conditionnement d'air correspondent pratiquement à des transformations isobares. Pour une telle transformation la quantité de chaleur nécessaire pour passer d'un état A à un état B s'écrit :

$$Q_{AB} = m_{as} C_{pas} (T_B - T_A)$$

avec :

m_{as} = masse d'air sec.

C_{pas} = la chaleur massique à pression constante de l'air sec.

T_A, T_B = températures de l'air sec à l'état A et à l'état B.

La chaleur massique à pression constante varie avec la température :

$$C_p = 1000 + 0,25 T$$

Ces variations sont faibles dans les configurations courantes du Bâtiment, de 1 002 kJ/kg °C à 0 °C et de 1,011 kJ/kg.°C à 60 °C pour une pression normale de 101 325 Pa. Aussi en pratique prend-on la valeur moyenne de 1 kJ/kg. °C.

• **Enthalpie** : quantité de "chaleur totale" contenue dans la masse m_{as} à une certaine température. L'enthalpie, comme l'énergie interne ou l'entropie, ne peut être définie qu'à une constante près. Aussi pour quantifier de façon absolue l'enthalpie il est nécessaire de choisir une référence.

L'état de référence correspondant à l'enthalpie nulle est pris pour l'air sec à 0 °C.

L'enthalpie d'une masse d'air m_{as} à la température T est $H_{as} = m_{as} C_{pas} T$

avec : H_{as} = enthalpie air sec, kJ

m_{as} = masse air sec, kg

C_{pas} = chaleur massique air sec, kJ/kg.K

T = température, °C

La notion d'enthalpie massique de l'air sec h_{as} correspond à l'enthalpie de l'unité de masse d'air sec :

$$h_{as} = \frac{H_{as}}{m_{as}} = C_{pas} T \quad (5.4)$$

5.2 - Air humide

5.2.1 - Grandeurs caractéristiques de la vapeur d'eau

Le deuxième constituant caractéristique de l'air humide est la vapeur d'eau. Comme pour l'air sec, il est possible de considérer que la vapeur d'eau se comporte comme un gaz parfait pour le même domaine de variations de température.

Par convention, l'indice v est utilisé pour les grandeurs caractéristiques de la vapeur d'eau.

Celles-ci sont les suivantes :

- **Masse volumique** : masse de l'unité de volume de vapeur d'eau à une température et pression donnée :

$$\rho_v = \frac{m_v}{V}, \text{ kg/m}^3$$

L'application de l'équation caractéristique des gaz parfaits permet d'écrire :

$$p_v V = \frac{m_v}{M_v} R T$$

avec :

- p_v = pression de la vapeur, Pa
- V = volume occupé par la vapeur, m^3
- m_v = masse de vapeur
- M_v = masse molaire de l'eau, 18 kg/k mole
- R = constante des gaz parfaits
- T = température de la vapeur, K.

En tenant compte des valeurs numériques de M_v et R , la relation s'écrit :

$$\rho_v = \frac{p_v}{462 T}$$

Le volume massique de la vapeur d'eau (v_v) est l'inverse de la masse volumique :

$$v_v = \frac{1}{\rho_v} = \frac{462 T}{p_v}, \text{ m}^3/\text{kg} \quad (5.5)$$

- **Chaleur massique** : la définition de la chaleur massique de la vapeur d'eau C_{pv} est similaire à celle relative à l'air sec. La quantité de chaleur correspond à la variation d'enthalpie du système entre deux états A et B.

$$Q_{AB} = m_v C_{pv} (T_B - T_A)$$

La variation de la chaleur massique de la vapeur d'eau en fonction de la température est relativement faible. De plus, comme son incidence pour le calcul des systèmes de conditionnement d'air est peu importante, il est admis de prendre une valeur constante égale à 1,83 kJ/kg. K.

- **Chaleur latente de vaporisation** : le changement de phase d'un système met en jeu

une énergie généralement importante. Cette énergie est soit absorbée par le système, réaction endothermique, soit cédée par le système, réaction exothermique.

Dans le cas de l'eau, le passage de l'état liquide à l'état vapeur nécessite pour l'unité de masse, une énergie appelée chaleur latente de vaporisation l_v .

Pour l'eau à 0°C, la chaleur latente de vaporisation est égale à 2 500 kJ/kg.

• **Enthalpie de la vapeur d'eau** : comme pour l'air sec, l'enthalpie de la vapeur d'eau ne peut se définir que si l'on définit un état de référence d'enthalpie nulle. Cet état est par convention l'eau (en phase liquide) à 0 °C.

L'enthalpie d'une masse m_v de vapeur d'eau à T degré est donc :

$$H_v = m_v(l_v + C_p T) = m_v(2500 + 1,83T), \text{ kJ.}$$

L'enthalpie massique de la vapeur d'eau est égale à :

$$h_v = \frac{H_v}{m_v} \quad (5.6)$$

5.2.2 - Grandeurs caractéristiques de l'air humide

L'air humide est constitué d'une masse d'air sec et d'une masse d'eau sous forme liquide ou gazeuse dans les conditions courantes. Le système de référence est ramené à l'air humide qui contient un kilogramme d'air sec. Les grandeurs sont dites alors spécifiques.

• **Pression de saturation de la vapeur d'eau** : les grandeurs caractéristiques sont définies à partir de l'application de l'équation des gaz parfaits au mélange, en rappelant que la pression partielle de chaque composant d'un mélange est la pression qu'il aurait s'il occupait seul le volume total du mélange,

soit par l'air sec :

$$p_{as} V = \frac{m_{as}}{M_{as}} R T$$

et pour la vapeur d'eau :

$$p_v V = \frac{m_v}{M_v} R T$$

Le nombre de moles du mélange $\frac{m}{M}$ est égal à la somme $\left[\frac{m_{as}}{M_{as}} + \frac{m_v}{M_v} \right]$, et $p = p_{as} + p_v$.

Cette loi dite de Dalton appliquée à l'air humide, permet de dire que la pression totale de l'air humide est égale à la somme des pressions partielles de l'air sec et de la vapeur d'eau.

La pression partielle de vapeur, appelée aussi tension de vapeur, dépend de la quantité vapeur d'eau contenue dans un volume V d'air humide et de la température de l'air.

A une température donnée, la pression de vapeur croît avec la masse de vapeur jusqu'à une

valeur maximale p_{vs} appelée pression de saturation de la vapeur d'eau.

Une représentation en température-pression des conditions d'équilibre entre phase liquide et vapeur donne ce que l'on appelle la courbe de saturation qui sépare la zone du liquide de la zone de vapeur. L'équation de cette courbe peut être écrite en utilisant la formule de DUPRE :

$$\text{Log } P_{vs} = \alpha - \frac{\beta}{T} - \delta \log T$$

• *Masse volumique de l'air humide* : rapport de la masse d'air humide m qui occupe le volume V .

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_{as} + m_v}{V} = \rho_{as} + \rho_v$$

soit :

$$\rho = \frac{P_{as}}{287 T} + \frac{P_v}{462 T}$$

avec : $p_{as} = p - p_v$, $\rho = \frac{p}{287 T} - 1,32 \cdot 10^{-3} \frac{p_v}{T}$ (5.7)

• *Humidité spécifique* : masse de vapeur d'eau qui est contenue dans la masse d'air humide qui renferme un kilogramme d'air sec.

$$w = \frac{m_v}{m_{as}}, \text{ kg / kg}_{as}$$

soit :

$$w = 0,622 \frac{P_v}{P_{as}}$$

$$w = 0,622 \frac{P_v}{p - P_v}, \text{ kg / kg}_{as} \quad (5.8)$$

ou :

$$w = 622 \frac{P_v}{p - P_v}, \text{ g / kg}_{as}$$

L'humidité spécifique à saturation est égale à :

$$w_{\max} = 622 \frac{P_{vs}}{p - P_{vs}}, \text{ g / kg}_{as}$$

• *Volume spécifique* : volume d'air humide qui contient un kilogramme d'air sec.

$$v' = \frac{V}{m_{as}} = \frac{1}{\rho_{as}}, \text{ m}^3 / \text{kg}_{as}$$

soit :

$$v' = \frac{287 T}{P_{as}} = \frac{287 T}{P - p_v} \quad (5.9)$$

Il est nécessaire pour certaines applications d'exprimer le volume spécifique en fonction de l'humidité spécifique.

$$v' = \frac{287 T}{P - \frac{wP}{0,622 + w}} = 462 \frac{T}{P} (0,622 + w)$$

$$v' = 462 (0,622 + w) \frac{T}{P}$$

Dans tous les problèmes de conditionnement d'air, on ne peut pas utiliser valablement le volume de l'air humide car ce volume, à pression constante, varie en fonction de la température. Il en est de même pour la masse car un équipement d'humidification peut modifier la masse en apportant de l'eau à l'air humide. La seule grandeur constante lors de toutes les transformations de conditionnement d'air est le kilogramme d'air sec. Le volume spécifique permet de faire le passage débit volumique d'air conditionné/débit massique d'air sec et vice-versa.

- **Humidité relative** : rapport de la pression partielle de vapeur de l'air humide à la température considérée à la pression partielle de vapeur saturante à la même température.

$$\varepsilon = \frac{p_v}{p_{vs}} \quad (5.10)$$

L'humidité relative ou degré hygrométrique n'indique donc pas directement la quantité de vapeur d'eau contenue dans l'air humide. Il situe "l'état d'humidité" de l'air humide par rapport à la saturation.

Autrement dit lorsque l'air humide a une humidité relative de 100 % cela ne signifie pas que la quantité de vapeur est importante, cela signifie que cette quantité de vapeur est maximale.

- **Enthalpie spécifique** : quantité de chaleur notée à compter à partir d'une référence à 0 °C rapportée au kg d'air sec.

Par convention à 0 °C :

$$q'_{as} = q'_{eau \text{ liquide}} = 0 \text{ kJ/kg}$$

$$q'_{m \text{ vapeur}} = 2 \text{ 500 kJ/kg}$$

La quantité q' est composée des quantités suivantes :

- $C_p t$, chaleur sensible du kilogramme d'air sec
- $w C_{pv} t$, chaleur sensible de w kg/kg vapeur d'eau
- $2 \text{ 500 } w$, chaleur latente de w kg/kg vapeur d'eau

soit pour l'air humide à la température sèche t :

$$q' = C_{pa} t + w C_{pv} t + 2500 w, \text{ kJ/kg}$$

avec C_{pv} , chaleur massique à pression constante de la vapeur d'eau.

Si le mélange contient w' kg d'eau liquide /kg, il faut ajouter le terme $C_{pe} w' t$ avec $C_{pe} = 4,187 \text{ kJ / kg.K}$.

Dans ces expressions t exprime la température mesurée en °C.

5.3 - Diagramme de l'air humide

5.3.1 - Construction du diagramme

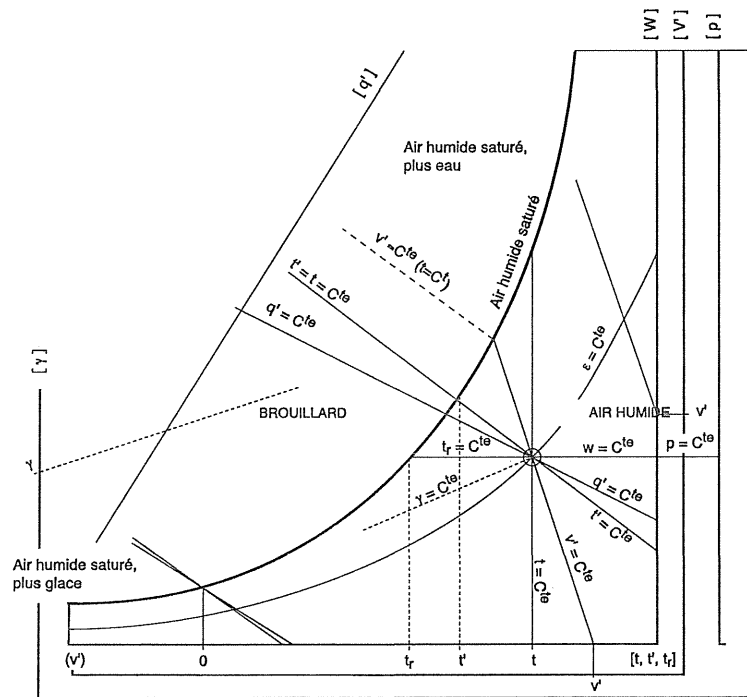
Les différentes grandeurs caractéristiques de l'air humide sont liées entre elles par des relations plus ou moins complexes.

Pour des raisons de simplification, une représentation graphique appelée diagramme de l'air humide ou diagramme psychrométrique est substituée aux relations de calcul.

A une pression donnée, l'air humide peut être caractérisé par deux paramètres. Il existe plusieurs types de diagrammes différant par le choix des caractéristiques de base. Dans le cadre de ce cours, le diagramme proposé est celui édité par l'Association des Ingénieurs en Climatologie, Ventilation et Froid.

Tous les diagrammes sont conçus pour caractériser l'air humide qui contient l'unité de masse d'air sec.

Ils sont construits à partir des différentes relations de calcul établies précédemment. Ainsi il est possible d'utiliser les courbes suivantes, figure 5.1 :



γ [kJ/kg] : taux de variation de l'enthalpie rapport   à la variation de l'humidité spécifique $\gamma = \frac{\Delta q'}{\Delta w}$.

p [Pa] : pression totale du mélange : air sec plus vapeur d'eau.

En traçant à partir d'un point tel que A une droite de pente γ correspondant à un rapport donné de la variation de q' à celle de w , on a immédiatement le lieu des points du diagramme répondant à ces variations.

Figure 5.1
Diagramme de l'air humide [AICVF]

- Courbe de saturation, correspondant à une humidité relative égale à 100 %, soit à une humidité spécifique maximale. Sur le diagramme, cette courbe délimite la zone inférieure pour laquelle l'air n'est pas saturé, composé, d'air sec et de vapeur d'eau, de la zone supérieure où l'air est sursaturé. Cette zone est dite zone de brouillard, avec présence d'air sec, de vapeur d'eau et d'eau liquide ou de glace.
- Courbes d'égale humidité relative E correspondant à l'ensemble de valeurs de l'humidité spécifique de saturation pour toutes les températures.
- Lignes d'égale enthalpie spécifique q' , d'allure asymptotique mais assimilées à des droites parallèles de pente négative en première approche, en égard au domaine de température considérée. Ces droites sont également appelées isenthalpes.
- Lignes d'égal volume spécifique v' , d'allure hyperbolique mais approchées par des droites.
- Température de rosée t_r , correspondant à l'intersection d'une droite représentative d'une humidité spécifique constante et de la courbe de saturation.

La température de rosée caractérise l'apparition du point de rosée et permet la prédiction des risques de condensation sur une surface.

Les lignes d'égale température de rosée sont des droites parallèles aux droites d'égale humidité spécifique.

- Température humide t' , paramètre accessible par des mesures simples et caractérisant l'humidité de l'air.

Un calcul d'erreur montre que l'erreur maximale faite sur t' est de l'ordre de 2 % si l'on considère les lignes d'égale température humide parallèles aux isenthalpes. Ceci est admis dans les calculs en pratique.

5.3.2 - Application à la détermination des caractéristiques de mélanges d'air

Si nous considérons deux quantités d'air humide dont les caractéristiques sont précisées par le tableau 4.1, les caractéristiques du mélange sont déterminées à partir des constituants, figure 5.2.

	Etat 1	Etat 2
Masse d'air sec	m_{as1}	m_{as2}
Température	t_1	t_2
Humidité spécifique	w_1	w_2
Enthalpie spécifique	q^{\odot}_1	q^{\odot}_2

Tableau 5.1

- La masse d'air sec du mélange est égale à la somme des masses d'air sec des constituants :

$$m_{asm} = m_{as1} + m_{as2}$$

- La masse d'humidité du mélange est égale à la somme des masses d'humidité des constituants :

$$m_{vm} = m_{v1} + m_{v2}$$

Donc :

$$w_m m_{asm} = w_1 m_{as1} + w_2 m_{as2}$$

$$w_m = \frac{w_1 m_{as1} + w_2 m_{as2}}{m_{as1} + m_{as2}}$$

L'enthalpie du mélange est égale à la somme des enthalpies des constituants en raison de la conservation de l'énergie :

$$Q'_m = Q'_1 + Q'_2$$

$$q'_m = \frac{q'_1 m_{as1} + q'_2 m_{as2}}{m_{as1} + m_{as2}}$$

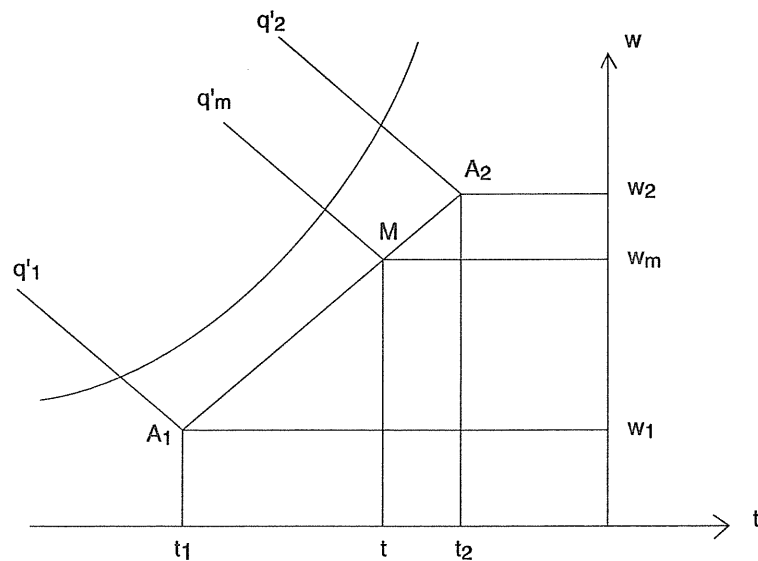


Figure 5.2
Mélange de deux airs humides

Les deux dernières relations définissent l'équation paramétrique de la droite A_1 et A_2 dans le système de coordonnées (w, q') . Le point M , caractéristique du mélange est le barycentre des deux points A_1 et A_2 ,

soit :

$$\frac{(MA_1)}{m_{as2}} = \frac{(MA_2)}{m_{as1}} = \frac{(MA_1) + (MA_2)}{m_{as1} + m_{as2}} = \frac{A_1 A_2}{m_{as1} + m_{as2}}$$

Les relations entre T , q' et w étant linéaires, la température du mélange est telle que :

$$t_m = \frac{t_1 m_{as1} + t_2 m_{as2}}{m_{as1} + m_{as2}}$$

La démarche opératoire pour obtenir le point de mélange est donc la suivante :

- 1) Porter les points A et B caractéristiques des 2 airs à mélanger sur le diagramme.
- 2) Tracer le segment AB.
- 3) Calculer par l'une des relations précédentes une des caractéristiques de l'air de mélange. Généralement on détermine la température de mélange.
- 4) Lire les caractéristiques du mélange sur le diagramme.

Plusieurs remarques complémentaires sont à noter :

- Le point mélange se trouve plus près du point affecté de la masse la plus grande.
- La loi du mélange est valable en sursaturation car l'enthalpie et l'humidité spécifique ne changent pas. Dans ce cas, la relation donnant la température du mélange n'est plus valable.

- Cette loi du mélange peut être généralisée à n masses d'air de propriétés différentes en utilisant la notion de barycentre.

5.4 - Diffusion de vapeur d'eau

5.4.1 - Diffusion en régime isotherme

Une paroi composée d'un matériau homogène non hygroscopique séparant deux ambiances à la même température mais avec des valeurs d'humidité différentes, est le siège d'un courant de diffusion de vapeur d'eau, figure 5.3.

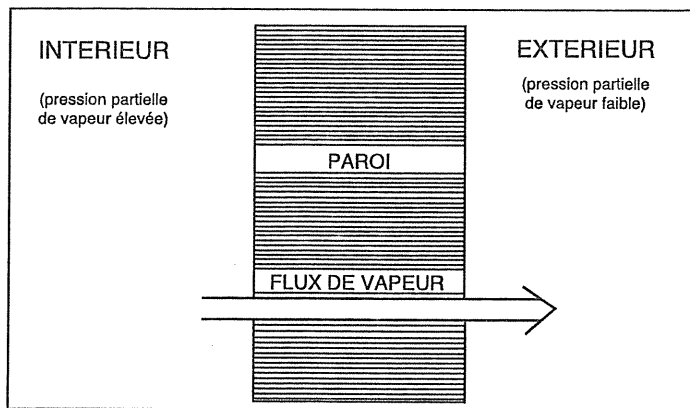


Figure 5.3

Ce phénomène obéit en régime établi à la loi de FICK :

$$g = \pi \frac{P_{v1} - P_{v2}}{e} \quad (5.11)$$

avec : g = densité du courant de diffusion, représentant la quantité de vapeur traversant la paroi par unité de temps et unité de surface.

e = épaisseur de la paroi, m

π = perméabilité à la vapeur d'eau, caractéristique du matériau, kg/m. s.Pa

P_{v1}, P_{v2} = pressions partielles de vapeur d'eau dans chaque ambiance, Pa.

La quantité $\frac{\pi}{e}$ est appelée perméance de la paroi s'exprimant en kg/m². s.Pa.

La loi de FICK peut s'écrire sous forme différentielle :

$$g = -\pi \frac{dp_v}{dx}$$

Le signe - indique que le courant de diffusion est dirigé vers les pressions décroissantes.

En réalité la perméabilité n'est pas une constante, fonction de l'humidité du matériau, elle-même fonction de la température de ce matériau, celle-ci étant par ailleurs liée à l'humidité par la conductivité du matériau. Le couplage hygrothermique est donc un problème théorique difficile à résoudre. Afin de simplifier l'approche calcul, les études du transfert de chaleur et du transfert d'humidité sont découplées en considérant les valeurs des paramètres λ et Π constantes.

En régime permanent, g est constant et la variation de la quantité p_v dans l'épaisseur de la paroi est donc linéaire.

Il convient de noter l'analogie entre les lois de FICK et de FOURIER.

Ceci implique en particulier la détermination des coefficients de transfert de surface, analogues aux coefficients d'échanges superficiels globaux h_i et h_e .

La valeur des coefficients de transfert est cependant telle que la résistance à la diffusion qui en résulte est négligeable devant celle de la paroi. Il est en général d'usage en première approche, d'admettre que la pression partielle de vapeur qui règne sur les faces de la paroi est égale à celle régnant dans l'ambiance en contact.

5.4.2 - Diffusion sous gradient thermique

Dans le cas général, les parois notamment les parois extérieures sont appelées à séparer des ambiances à des températures différentes.

Par ailleurs, pour la plage des températures considérée dans le domaine du bâtiment, la perméabilité des matériaux est peu influencée par la température.

L'étude de la diffusion de vapeur sous gradient thermique pour les parois monocouches ou multicouches constituées de matériaux non hygroscopiques, en régime permanent est réalisée par la généralisation de la loi de FICK et de l'analogie avec la loi de FOURIER.

Ainsi à partir des paramètres thermophysiques des matériaux, λ_i et Π_i , des caractéristiques des ambiances t et p_v , et de l'épaisseur des constituants i , il est possible de dresser les diagrammes suivants :

- diagramme des températures à l'intérieur de la paroi,
- diagramme des pressions de saturation de la vapeur d'eau à l'intérieur de la paroi,
- diagramme des pressions partielles de la vapeur d'eau à l'intérieur de la paroi.

L'étude comparative de ces diagrammes permet d'évaluer les risques de condensation de la vapeur d'eau dans les divers constituants d'une paroi, ainsi qu'au niveau superficiel de celle-ci. La condensation peut entraîner en effet des désordres au sein ou sur les parois.

5.5 - Caractéristiques hygrothermiques de quelques matériaux

Les tableaux 5.2 et 5.3 proposent les valeurs de la perméabilité et de la perméance de quelques matériaux.

Matériaux	Perméabilité, kg/ms Pa
Verre	$\cong 0$
Métal	$\cong 0$
Béton	$6\,240 \cdot 10^{-15}$
Brique pleine	$18\,720 \cdot 10^{-15}$
Plâtre (pièce préfabriquée)	$20\,800 \cdot 10^{-15}$
Béton cellulaire $\rho = 600 \text{ kg/m}^3$	$41\,600 \cdot 10^{-15}$
Pierre calcaire $\rho = 2\,000 \text{ kg/m}^3$ $\rho = 2\,500 \text{ kg/m}^3$	$9\,360 \cdot 10^{-15}$ $2\,080 \cdot 10^{-15}$
Laine minérale	$125\,000 \text{ à } 166\,000 \cdot 10^{-15}$
Polystyrène extrudé $\rho = 30 \text{ kg/m}^3$	$1\,870 \cdot 10^{-15}$
$\rho \text{ de } 35 \text{ à } 40 \text{ kg/m}^3$	$940 \cdot 10^{-15}$
Mousse de PVC $\rho = 33 \text{ kg/m}^3$	$730 \cdot 10^{-15}$
Polyuréthane à cellules fermées $\rho \text{ de } 30 \text{ à } 35 \text{ kg/m}^3$	$4\,160 \cdot 10^{-15}$
Mousse phénolique $\rho \text{ de } 30 \text{ à } 100 \text{ kg/m}^3$	$2\,080 \text{ à } 6240 \cdot 10^{-15}$

Tableau 5.2
Perméabilité de quelques matériaux

Matériaux	Perméabilité, kg/ms Pa
Enduit plâtre (15 mm)	$15 \cdot 10^{-10}$
Enduit mortier (15 mm)	$0,70 \cdot 10^{-10}$
Plâtre cartonné (10 mm)	$20 \cdot 10^{-10}$
Panneau de particule (15 à 22 mm)	$1,6 \text{ à } 2,5 \cdot 10^{-10}$
Feutre bitumé surfacé avec EAC	$< 0,02 \cdot 10^{-10}$
Feuille d'aluminium	
e > 40 μm	$0,02 \cdot 10^{-10}$
e = 15 μm	$0,3 \cdot 10^{-10}$
Feuille polyéthylène (100 μm)	$0,04 \cdot 10^{-10}$
Carreaux de plâtre 50 [mm]	$4,2 \cdot 10^{-10}$

Tableau 5.3
Perméance de quelques matériaux

BIBLIOGRAPHIE

Cette bibliographie n'est pas exhaustive. Elle est constituée d'ouvrages scientifiques généraux susceptibles d'aider la compréhension du cours.

- Les chiffres clés du Bâtiment, ADEME.
- Transmission de la chaleur et Thermodynamique. F. KREITH. Masson et Cie.
- Transmission de la chaleur. W.H. ADAMS. Dunod 1961.
- Conductivité thermique des solides, liquides, gaz. A. MISSENARD. Eyrolles.
- Conduction heat transfer. SCHNEIDER. Addison-Wesley.
- Thermal conductivity. R.P. TYE. Vol. 1 et 2. Academic Press. London and New-York.
- Radiation heat transfer. E.M. SPARROW and R.D. CESS. Brook/Cole publishing company.
- L'hygrothermique dans le bâtiment - M. CROIZET. Eyrolles 1970.
- Analytical Methods in Conduction Heat Transfer - Glen. E. MYERS. Mc Graw. Hill book Company.
- Conduction of Heat in solids. H.S. CARLSLAW and HJ.C. JAEGER. Oxford at the clarendon press. 2ème édition 1973.
- Initiation aux Transferts Thermiques - J.F. SACADURA coordonnateur - C.A.S.T. (Centre d'Actualisation Scientifique et Technique) I.N.S.A. Lyon - 1980.
- Transfert de Chaleur. Tomes 1, 2 et 3 J. CABROL. Collections techniques. Masson - 1789.
- Mc Adams W.H. (1961). Transmission de la chaleur. Dunod.
- Taine J., Petit J.P. (1989). Transferts thermiques. Mécanique des fluides anisotherme. Dunod.
- Schlichting H. (1968) Boundary-layer theory. Mc Graw Hill.
- Génie Energétique, Volumes BE1, BE2, BE3, BE4, BE5, BE6 Collections « Techniques de l'Ingénieur ».
- Bilan énergétique de la France pour 2009 et chiffres clés de l'énergie, commissariat général au développement durable, MEEDDM.
- Chiffres clés du climat, édition 2010, MEEDDM.

