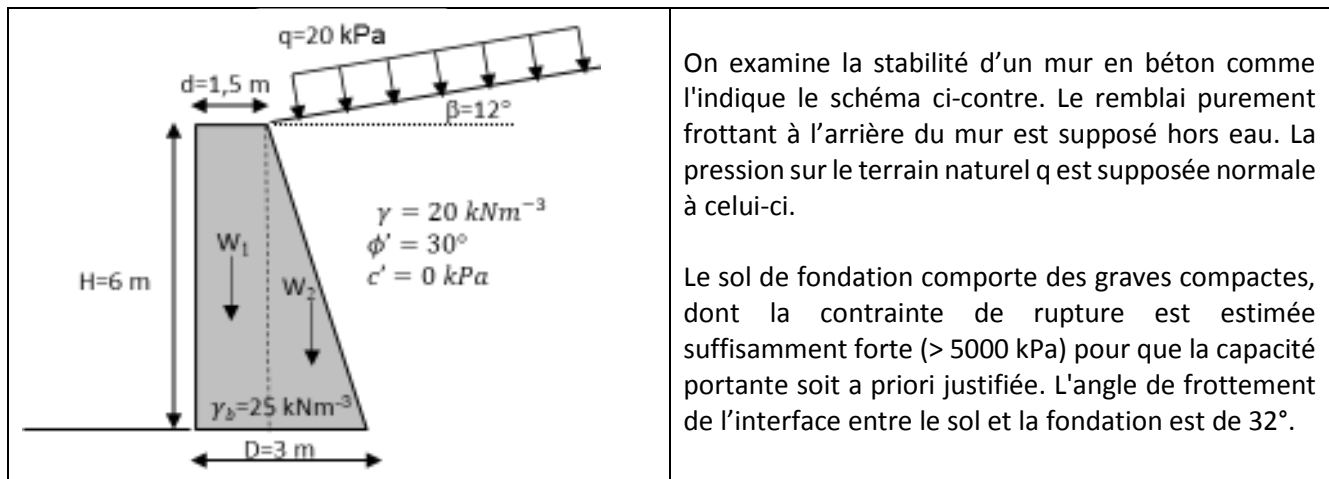


Mécanique des sols : test 2016 + solution

Q1. Dimensionnement d'un murs-poids (10 points)



On examine la stabilité d'un mur en béton comme l'indique le schéma ci-contre. Le remblai purement frottant à l'arrière du mur est supposé hors eau. La pression sur le terrain naturel q est supposée normale à celui-ci.

Le sol de fondation comporte des graves compactes, dont la contrainte de rupture est estimée suffisamment forte (> 5000 kPa) pour que la capacité portante soit a priori justifiée. L'angle de frottement de l'interface entre le sol et la fondation est de 32° .

- Déterminer les 2 coefficients de poussée liés respectivement au poids des terres et aux surcharges.
- Faire le bilan des efforts (poids du mur, poussée des sols). Les moments sont calculés au centre de la fondation.
- Déterminer les deux combinaisons d'actions (V_d, H_d, M_d) sur le sol sous-jacent du mur à l'état limite ultime en en considérant 2 cas de figures (1) cas G_{max} : même coefficient de majoration pour le poids du mur et les poussée des sols; (2) cas G_{min} : pas de majoration sur le poids du mur. On divise le mur en 2 parties comme l'indique la figure ci-dessus pour le calcul des moments dû à son poids.
- Déterminer pour chacune de ces combinaisons d'action les excentrement et les inclinaisons du chargement par rapport au sol de la fondation.
- Le mur est il justifié vis à vis des critères d'excentrement ?
- Le mur est il justifié vis à vis du glissement ?

1. Détermination de K_{ay} et K_{aq} .

$$\frac{\beta}{\phi} = \frac{12}{30} = 0,4; \quad \frac{\delta}{\phi} = \frac{2}{3}$$

Abaques: $K_{ay}(\lambda=10^\circ)=0,44$; $K_{ay}(\lambda=15^\circ)=0,484 \Rightarrow K_{ay}(\lambda = 14^\circ) = 0,475$

Abaques de K_{aq}

$$\Omega = 90 - \lambda + \beta = 90 - 14 + 12 = 88^\circ ; \quad \delta = 20^\circ (2/3\phi) ; \quad \alpha = 0^\circ$$

$$K_{aq}(85) = 0,336 \text{ et } K_{aq}(90) = 0,304 \Rightarrow K_{aq}(88^\circ) = 0,317$$

2. Faire le bilan des efforts. Les moments sont calculés au centre de la fondation

Longueur du parement : $L = \frac{H}{\cos \lambda} = 6,2m$

Poids du mur

$$W = W_1 + W_2 = \gamma_{\text{béton}} H d + \gamma_{\text{béton}} \frac{1}{2} H (D - d) = 225 \text{ kN/m} + 112,5 \text{ kN/m} = 337,5 \text{ kN/m}$$

Efforts de poussé : F_{ay} (au poids des terres) et F_{aq} (surcharges)

$$F_{ay} = \frac{1}{2} K_a \gamma (L)^2 = 181 \text{ kN/m}$$

$$F_{ayh} = F_{ay} \cos(\lambda + \delta) = 150,0 \text{ kN/m}$$

$$F_{ayv} = F_{ay} \sin(\lambda + \delta) = 101,7 \text{ kN/m}$$

$$F_{aq} = K_{aq} q L = 39,2 \text{ kN/m}$$

$$F_{aqh} = F_{aq} \cos(\lambda + \delta) = 32,5 \text{ kN/m}$$

$$F_{aqv} = F_{aq} \sin(\lambda + \delta) = 21,9 \text{ kN/m}$$

Calcul des moments appliqués au centre de la fondation

Bras de levier / centre de la semelle

$$L(W1) = \frac{d}{2} = 0,75m$$

$$L(W2) = \frac{2}{3}(D - d) = -0,5m$$

$$L(F_{ayh}) = \frac{H}{3} = 2,0m$$

$$L(F_{ayv}) = \frac{2}{3}(D - d) = -1m$$

$$L(F_{aqh}) = \frac{H}{2} = 3m$$

$$L(F_{aqv}) = \frac{1}{2}(D - d) = -0,75m$$

	F (kN/m)	bras de levier (m)	M (kNm/m)
W1	225,0	0,75	168,8
W2	112,5	-0,5	-56,3
F_{ayv}	101,7	-1,0	-101,7
F_{ayh}	150,6	2,0	301,1
F_{aqv}	21,9	-0,75	-16,5
F_{aqh}	32,5	3,0	97,5

3. Déterminer les deux combinaisons d'action (Vd, Hd et Md) à l'état limite ultime en situations durables et transitoires

	Vd (kN-m/m)	Hd (kN/m)	Md (kN/m)
ELU Gmax (1,35x(P+W))	622,5	247,1	530,5
ELU Gmin (1,35xP+W)	504,4	247,1	491,1

4. Déterminer pour les combinaisons d'action les excentremets et les inclinaisons de chargements

$$e=M/V$$

$$\tan\delta=H/V$$

	e (m)	δ
ELU Gmax 1,35x(P+W)	0,85	22°
ELU Gmin (1,35xP+W)	0,97	26°

5. Le mur est il justifié vis à vis des critères d'excentrement ?

Il faut vérifier qu'en ELU, $1 - 2e/B > a$, avec $a = 1/15 \sim 0.07$

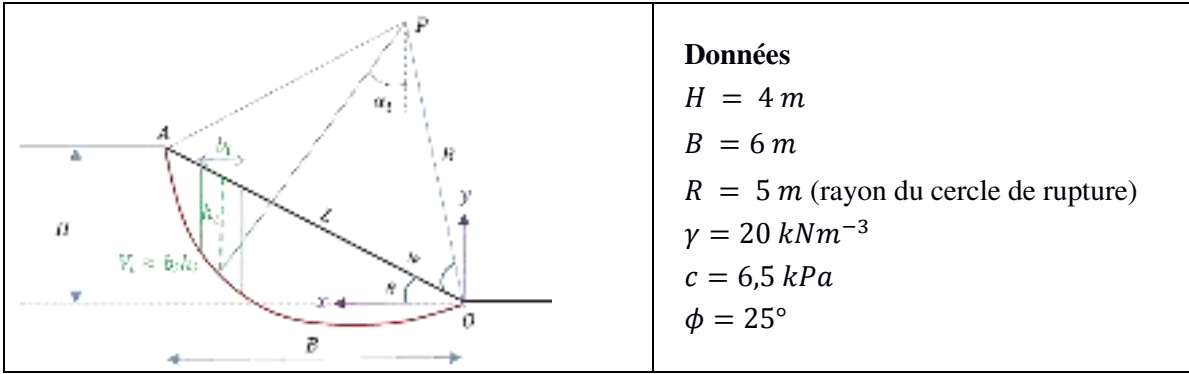
	e (m)	1-2e/B	a	critère excentrement vérifié ?
ELU Gmax 1,35x(P+W)	0,85	0,43	1/15	OUI
ELU Gmin (1,35xP+W)	0,97	0,35	1/15	OUI

6. Le mur est il justifié vis à vis du glissement ? On prendra pour angle de frottement d'interface entre le sol et la fondation une valeur de 32°.

Il faut vérifier que $H_d < R_{h;d}$ avec $R_{h;d} = \frac{V_d \tan \delta_{int}}{\gamma_{R,h} \gamma_{R,d}} = \frac{V_d \tan 32^\circ}{1,1 \cdot 1,1}$

cas de charge	Hd	Rh;d	critère glissement vérifié ?
ELU Gmax 1,35x(P+W)	247.1	321	OUI
ELU Gmin (1,35xP+W)	247.1	260	OUI

Q2. Stabilité d'un talus (5 points)



Données
 $H = 4 \text{ m}$
 $B = 6 \text{ m}$
 $R = 5 \text{ m}$ (rayon du cercle de rupture)
 $\gamma = 20 \text{ kNm}^{-3}$
 $c = 6,5 \text{ kPa}$
 $\phi = 25^\circ$

On doit appliquer la méthode de Fellenius pour estimer le facteur de sécurité vis-à-vis d'une rupture par glissement circulaire d'un talus. La géométrie du talus, la surface potentielle de rupture ainsi que les paramètres de résistance du terrain supposé homogène sont indiqués dans la figure ci-dessus. La nappe phréatique est supposée profonde. On va diviser la zone en glissement en **4 tranches** verticales d'une même largeur $b = B/4$. Montrer bien les calculs intermédiaires et aussi le tableau des valeurs numériques pour chaque tranche.

On commence d'abord à calculer les paramètres auxiliaires:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{H}{B}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4}{6}\right) = 33,7^\circ ; L = \sqrt{H^2 + B^2} = 7,21 \text{ m} ; w = \cos^{-1}\left(\frac{L}{2R}\right) = 43,9^\circ$$

$$\text{le centre du cercle: } x_p = R \cos(\theta + w) = 1,08 \text{ m} ; y_p = R \sin(\theta + w) = 4,88 \text{ m}$$

On établit ensuite le tableau en suivant la démarche présentées dans le cours puis calculer F:

i	xi-mi-tranche	yi-haut	yi-bas	hi = yh - yb	Vi	Wi	α_i (°)	dénom	Num	
1	0,75	0,5	-0,107	0,61	0,91	18,21	-3,8	-1,20	18,24	
2	2,25	1,5	0,021	1,48	2,22	44,36	13,6	10,39	30,14	
3	3,75	2,5	0,656	1,84	2,77	55,32	32,3	29,56	33,34	
4	5,25	3,5	2,126	1,37	2,06	41,23	56,5	34,39	28,28	
								Somme	73,15	110,00

Par exemple pour tranche 3 (partant du pied du talus):

- $x_3 = 2,5 \left(\frac{B}{4}\right) = 2,5 * 1,5 = 3,75; y_{3\text{-haut}} = 2,5 \left(\frac{H}{4}\right) = 2,5$
- $\sin\alpha_3 = \frac{x_3 - x_p}{R} = \frac{3,75 - 1,08}{5} = 0,534 \Rightarrow \alpha_3 = 32,3^\circ$
- $y_{3\text{-bas}} = y_p - R \cos\alpha_3 = 4,88 - 5 * \cos 32,3^\circ = 0,66 ; h_3 = y_{3\text{-haut}} - y_{3\text{-bas}} = 2,5 - 0,66 = 1,84$
- $W_3 = \gamma h_3 b = 20 * 1,84 * 1,5 = 55,3 ; Denom_3 = w_3 \sin\alpha_3 = 55,3 * \sin 32,3^\circ \sim 29,5$
- $Nom_3 = \frac{c b}{\cos\alpha_3} + w_3 \cos\alpha_3 \tan\phi = 6,5 * \frac{1,5}{\cos 32,3^\circ} + 55,2 * \cos 32,3^\circ * \tan 25^\circ \sim 32,3$

RM: peut comporter des petites différences entre un calcul manuel et par excel dues dues arrondies.

$$\text{On a } Num_i = \frac{c_i b_i}{\cos\alpha_i} + w_i \cos\alpha_i \tan\phi \text{ et } Denom_i = w_i \sin\alpha_i$$

$$\text{donc: } F = \frac{\sum\left(\frac{c_i b_i}{\cos\alpha_i} + w_i \cos\alpha_i \tan\phi\right)}{\sum w_i \sin\alpha_i} = \frac{110}{73,15} \approx 1,50$$

Q3. Pressiomètre: cavité cylindrique soumise à une pression interne (5 pts)

Considérons une cavité cylindrique de rayon a dans un massif de sol infini, isotrope et élastoplastique parfait. On applique une pression interne $P_i(t)$ croissante ($\dot{P}_i(t) > 0$) à partir de zéro initialement ($P_i(0) = 0$), semblable à celui déjà traité dans le cours. Le sol obéit au critère de **Mohr-Coulomb** défini par deux paramètres: (ϕ, C) : $f(\sigma) = \sigma_I - K_p \sigma_{III} - 2C\sqrt{K_p}$, dans laquelle σ_I and σ_{III} sont respectivement les contraintes principales majeures et mineures (contrainte positive en compression) et K_p le coefficient de butée. Les paramètres élastiques sont noté $(E, \nu = 1/2)$. A l'état initial, contraintes, déformations et déplacements sont nuls. Pour $P_i(t) < P_i^c$, le critère est nulle part atteint, et le sol est élastique partout. La répartition des contraintes (σ_r, σ_θ) dans cette phase élastique est donnée dans le cours.

1. Laquelle des deux contraintes principales (σ_r, σ_θ) est majeure (et l'autre mineure)? Expliquer pourquoi ce choix est cohérent avec la réalité physique (i.e. mode de chargement).

C'est σ_r la contrainte principale majeure et σ_θ mineure. La pression en paroi induit une augmentation de la contrainte radiale. Le diamètre de la cavité augmente et ceci devrait induire une variation de σ_θ dans le sens de traction. Comme les deux contraintes ont la même valeur initiale, c'est logique que $\sigma_r > \sigma_\theta$.

2. A quelle pression interne critique P_i^c le critère plastique est atteint? Il est atteint d'abord à quel endroit? Montrer clairement le critère $f(\sigma)$ comme une fonction du rayon r et de P_i pour justifier votre réponse.

En substituant les expressions des contraintes dans la phase élastique: avec $\sigma_I = \sigma_r = P_i(t) (a/r)^2$ et $\sigma_{III} = \sigma_\theta = -P_i(t) (a/r)^2$ dans la fonction critère, on obtient:

$$f(\sigma) = f(P_i, r) = (K_p + 1)P_i \left(\frac{a}{r}\right)^2 - 2C\sqrt{K_p}$$

$f(P_i, r)$ est monotone décroissante par rapport à r , elle est donc maximum en paroi où elle prend la valeur de:

$$f(P_i, a) = (K_p + 1)P_i - 2C\sqrt{K_p}$$

A faible valeur de P_i , le second terme domine et $f(P_i, r)$ est négatif partout, donc le massif est partout élastique. Comme $f(P_i, r)$ est maximum en paroi ($r = a$), c'est donc en ce point qu'elle s'annule le premier pour atteindre le critère plastique. L'équation $f(P_i, a) = 0$ conduit au résultat recherché:

$$P_i^c = \frac{2C\sqrt{K_p}}{K_p + 1}$$

Dans le cas limite $\phi \rightarrow 0$, et $K_p \rightarrow 1$ (critère de Tresca), on retrouve le cas traité dans le cours avec: $P_i^c = C$.

3. Que se passe-t-il pour des pressions internes $P_i(t) > P_i^c$?

Une zone plastique apparaît alors à partir de la paroi et se développe vers l'extérieur.

Q4. Questions courtes, réponses 5 lignes maxi (Bonus 3 pts)

1. Lorsqu'on a un écoulement descendant, la pression d'eau est-elle plus faible ou plus forte par rapport au cas hydrostatique (cas sans écoulement) ? Quelle est l'origine physique de cette différence ?
La pression d'eau est plus faible que le cas hydrostatique dans le cas d'un écoulement descendant, car les forces visqueuses de contact eau-grains induisent une dissipation donc une perte de charge, qui se traduit par une perte de la pression par rapport au cas sans écoulement.
2. On construit un bâtiment fondé sur des semelles sur un sol type limon argileux normalement consolidé. Le risque de rupture augmente-il avec le temps ou plutôt le contraire? Pourquoi ?

Le risque diminue avec le temps. Le poids du bâtiment engendre une augmentation instantanée de la contrainte (a) de cisaillement et (b) normale au sein du massif du sol. (a) ne peut être reprise que par les grains. (b) est dans un premier temps reprise par une surpression d'eau. Progressivement la surpression se dissipe et la contrainte normale effective augmente dans le temps (consolidation). La résistance au cisaillement du sol augmente donc aussi avec le temps rendant la fondation plus stable.

3. Quels sont les effets de l'eau sur la réduction de stabilité des talus, qui expliquent que la rupture de ceux-ci intervient souvent après une période pluvieuse ?

L'eau rentrant dans le massif de sol (a) augmente son poids qui représente la force motrice causant la rupture et (b) réduit en même temps la contrainte effective normale, ce qui diminue aussi la résistance au cisaillement mobilisable du sol par rapport à une rupture par glissement du terrain. Notons que le facteur (b) est souvent plus important que (a).