

TP MECA 1 : Extensométrie par jauges électriques : Poutres à profil triangulaire

M. RIVOIRARD Lucas - M. WALKER Raphaël - M. DUCHENE Alix

31 décembre 2012

Partie 1

Etude expérimentale

1.1 Mesures expérimentales

Choix du coefficient K Pour des soucis de simplification, nous avons calculé la moyenne de chaque facteurs de jauges K pour la structure 24948. Le résultat obtenue est

$$K = 2.053$$

On effectue le relever des valeurs expérimentales :

Jauges \ Charge (daN)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	7	-2	-7	-7	1	4	9	2	7	-9	2	3
5	78	22	-24	-60	-15	14	-116	-39	123	32	81	-77
10	155	47	-44	-116	-31	25	-249	-85	250	73	164	-165
15	238	74	-65	-178	-55	37	-392	-132	383	117	246	-256
20	319	100	-85	-236	-73	47	-530	-176	517	160	340	-338
15	234	72	-63	-176	-51	36	-386	-131	377	114	251	-248
10	157	45	-42	-117	-36	24	-249	-86	249	71	163	-161
5	78	21	-26	-63	-17	12	-119	-42	124	35	82	-78
0	6	-2	-7	-8	1	7	7	6	6	-4	0	3

1.2 Dépouillement

1.2.1 Question 1

Voir le graphique fourni en annexe.

1.2.2 Question 2 : rosette à 45 degrés

A l'aide de l'exercice E2.7 page 100 du poly comme recommandé dans l'énoncé et des valeurs expérimentales on calcule le tenseur des déformations :

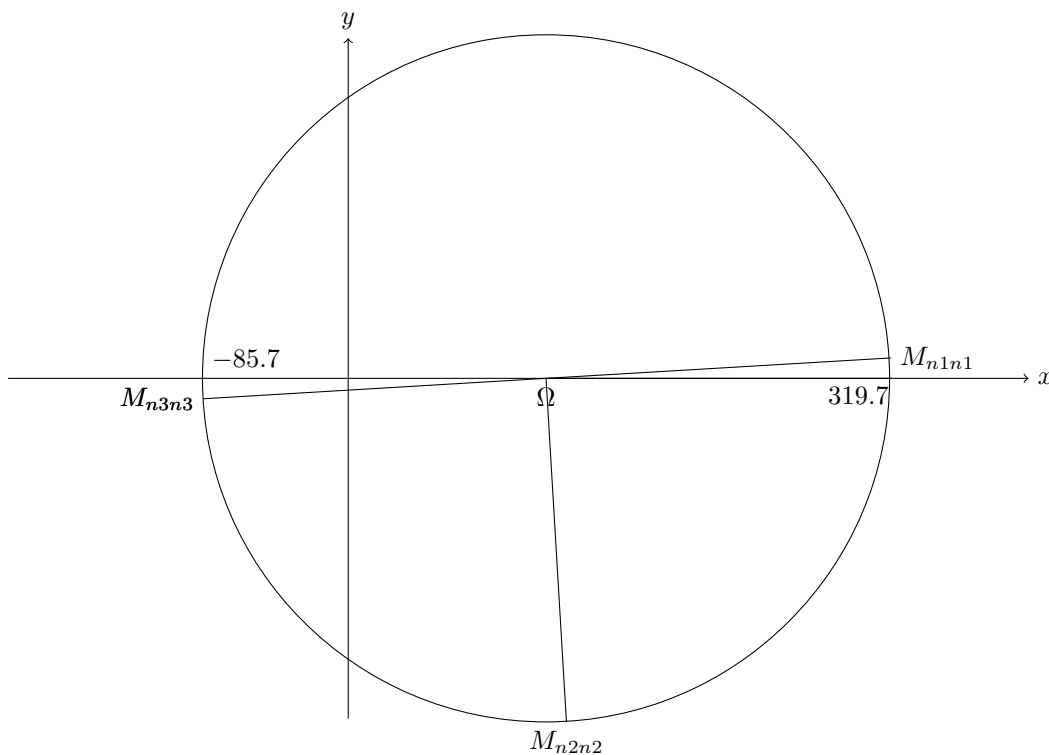
$$\epsilon = \begin{pmatrix} 319 & -17 \\ -17 & -85 \end{pmatrix}$$

On remarque que les directions principales du tenseur de déformation sont proches des vecteurs 1 et 3 définis par la rosette. En effet on retrouve que les déformations principales sont

$$\epsilon_1 = 319.7$$

$$\epsilon_2 = -85.7$$

Le cercle de Mohr obtenu :



1.2.3 Question 2 : rosette à 120 degrés

A l'aide du cercle de Mohr et de l'annexe B.5 du poly, nous obtenons, pour la rosette à 120 degrés et une charge de 20daN, les résultats suivants :

$$\epsilon = \begin{pmatrix} 77 & 0 \\ 0 & -251 \end{pmatrix}$$

$$\Omega = -87$$

$$R = 164$$

Voir le cercle de Mohr fourni en annexe.

Partie 2

Etude théorique

2.1 Question 1

Il faut vérifier que $\sigma_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ sur les portions OA et OB avec n le vecteur normale à ces portions

Pour OA on a $\vec{n} = \vec{e}_\theta$

$$\sigma_n = \sigma \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Pour OB on a $\vec{n} = -\vec{e}_\theta$ Donc de la même manière

$$\sigma_n = \sigma \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2.2 Question 2

D'après les équations indéfinies de l'équilibre, la seule équation non trivialement satisfaite est :

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{\sigma_{rr}}{r} = 0$$

On peut écrire

$$\sigma_{rr} = f(\theta) * g(r)$$

Ainsi

$$g'(r) + g(r)/r = 0$$

Donc

$$g(r) = r^\alpha$$

On remplace et on trouve $\alpha = -1$

D'où

$$\sigma_{rr} = \frac{f(\theta)}{r}$$

2.3 Question 3

Pour le caractère impair de f , sur la Fig.1, si on prend deux points A1 et A2 de paramètres respectifs r_1, r_2, θ_1 et θ_2 avec $r_1=r_2$ et $\theta_1=-\theta_2$ alors $\sigma_{r_1 r_1} = -\sigma_{r_2 r_2}$ d'où le caractère impair de f .

Pour trouver C on définit la partie de solide suivante :

- $\sigma \in [-\alpha, \alpha]$
- $z \in [-e/2, e/2]$
- $r \in [0, r_0]$ avec $r_0 \in]0, R[$

Ensuite on projette la force P sur e_r^z , on utilise la formule du bras de levier, et on multiplie la contrainte par la surface. On a alors :

$$(C * \sin(\frac{\theta}{r}) * r^2 * (\alpha - \cos(\alpha) \sin(\alpha)) * e = P * \sin(\theta) * r$$

Donc

$$C = \frac{P}{(\alpha - \cos(\alpha) \sin(\alpha)) * e}$$

2.4 Question 4

On cherche le tenseur linéarisé des petites déformations ϵ On se trouve dans le cas de déformation plane par rapport au plan orthogonal à e_z^z donc :

$$\epsilon_{rz} = \epsilon_{\theta z} = \epsilon_{zz} = 0$$

De plus au vu de la forme de σ , $\epsilon_{r\theta} = 0$ (pas de cisaillement)

on utilise

$$\frac{d^2 \epsilon_{rr}}{d\theta^2} + \frac{d^2 \epsilon_{\theta\theta}}{dr^2} = 0 \Leftrightarrow \nu = r^2$$

Et enfin on trouve ϵ :

$$\epsilon = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \frac{C \sin(\theta)}{r} & 0 & 0 \\ 0 & -r * C * \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Partie 3

Analyse et synthèse

Tout d'abord, il convient de préciser que lorsque la déformation est positive, il y a allongement dans le sens du capteur, réciproquement c' un raccourcissement lorsque le signe est négatif. Globalement, l'action des poids sur la structure tend à déformer et à pousser vers le bas la partie en contact avec ces poids. Tandis que l'autre extrémité, relié au bâti reste immobile, ce qui induit des déformation dans la poutre.

3.0.1 Question 1

Jauge 7 : signe négatif, on observe à raccourcissement car le poids agit sur l'extrémité et a tendance à rapprocher les deux extrémités du capteur.

Jauge 9 : signe positif, de même comme les jauges 7 et 9 sont placées symétriquement de part et autre de la poutre, on observe un allongement car le poids agit sur l'extrémité et a tendance à éloigner les deux extrémités du capteur.

Jauge 8 : le signe négatif de la jauge 8 s'explique par le fait que l'on a un allongement au niveau de la jauge 9 et que le coefficient de poisson du matériau est positif.

Jauge 10 : le signe positif de la jauge 10 s'explique par le fait que l'on a un raccourcissement au niveau de la jauge 7 et que le coefficient de poisson du matériau est positif.

Jauge 11 : signe positif, même explication que la jauge 9 puisqu'elle sur la même tranche. Néanmoins la valeur de déformation est plus faible car la jauge se situe plus loin que la jauge 9 du point de contact avec les poids.

Jauge 12 : signe négatif même explication que la jauge 7 puisqu'elle sur la même tranche. Néanmoins la valeur de déformation est plus faible car la jauge se situe plus loin que la jauge 7 du point de contact avec les poids.

Puisque les conditions d'expérience (valeur maximale du poids pas trop élevée) sont telles que nous restions dans le domaine linéaire alors on obtient des valeurs pour la déformation identique entre la charge et la décharge d'une jauge aux incertitudes de mesure près.

3.0.2 Question 2

D'après les expressions obtenues pour ϵ_{rr} et ϵ_{zz} dans la partie théorique et les résultats expérimentaux, nous obtenons les résultats suivants :

$$\sigma_{rr} \text{ théorique} = \frac{P \sin(\theta)}{er(\alpha - \sin(\alpha) \cos(\alpha))}$$

$$\text{Et } \sigma_{rr} \text{ expérimental} = \epsilon_{rr} * E$$

Avec $E = 75\,000\text{ Mpa}$

Tableau de valeur

Jauges	7	9	11	12
$\sigma_{rr\ th}$ en Mpa	-39.4	37.2	23.9	-23.9
$\sigma_{rr\ exp}$ en Mpa	-39.75	38.78	25.5	-25.35

Analyse On remarque que les valeurs théoriques sont proches des valeurs expérimentales aux erreurs de mesures près. En effet, la sensibilité et les erreurs du capteur de jauge et du matériel de mesure sont à prendre en compte. Ainsi avec une erreur relative de 6.27%, les résultats expérimentaux restent très largement convenables.

Remarque Les signes négatifs des contraintes des jauges 7 et 12 sont du à l'orientation des capteurs de jauges selon $-\vec{e}_r$

Puis pour les jauges 8 et 10

$$\sigma_{r\theta\ théorique} = \nu \sigma_{rr}$$

$$\text{Avec } \nu = 0.33$$

$$\text{Et } \sigma_{r\theta\ expérimental} = \epsilon_{r\theta} * E$$

Tableau de valeur

Jauges	8	10
$\sigma_{r\theta\ th}$ en Mpa	-13.00	12.27
$\sigma_{r\theta\ exp}$ en Mpa	-13.2	12.00

Analyse De même, les valeurs expérimentales et théorique sont très proche. Ici, l'erreur relative est encore plus faible car elle est de l'ordre de 2.25%.

Remarque Les signes négatifs des contraintes de la jauge 8 sont du à l'orientation des capteurs de jauges selon $-\vec{e}_\theta$

3.0.3 Question 3

D'après les dilatations mesurées par les jauges 7 et 8, on a

$$\nu = \frac{\epsilon_8}{\epsilon_7} = 0.332$$

D'après les dilatations mesurées par les jauges 9 et 10, on a

$$\nu = \frac{\epsilon_{10}}{\epsilon_9} = 0.309$$

Analyse Les résultats obtenus à l'aide des jauges 7 et 8 sont cohérents et très proches de la valeur théorique. Les résultats obtenu avec les jauges 9 et 10 sont plus éloignés de la valeur théorique mais encore relativement proche puisque l'erreur relative est de 6%.

3.0.4 Question 4

A l'aide des exercices E4.2 du polycopié, de la partie B.5 du polycopié et du logiciel nous obtenons les résultats suivants

Rosette à 45 degrés

$$E_{rr\ exp} = 319.7\mu\ def$$

$$E_{\theta\theta\ exp} = -85.7\mu\ def$$

De la formule obtenue dans la partie théorique on a :

$$E_{rr\ th} = 318.4\mu\ def$$

$$E_{\theta\theta\ th} = -86.8\mu\ def$$

Et

$$D1_{exp} = 0.97\vec{e}_r + 0.03\vec{e}_\theta$$

$$D2_{exp} = 0.97\vec{e}_\theta - 0.03\vec{e}_r$$

De la partie théorique on a :

$$D1_{th} = \vec{e}_r\ et\ D2_{th} = \vec{e}_\theta$$

Rosette à 120 degrés

$$E_{rr\ exp} = 77\mu\ def$$

$$E_{\theta\theta\ exp} = -251\mu\ def$$

De la formule obtenue dans la partie théorique on a :

$$E_{rr\ th} = 74.5\mu\ def$$

$$E_{\theta\theta\ th} = -259\mu\ def$$

Et

$$D1_{exp} = 0.82\vec{e}_r + 0.18\vec{e}_\theta$$

$$D2_{exp} = 0.86\vec{e}_\theta + 0.14\vec{e}_r$$

De la partie théorique on a :

$$D1_{th} = \vec{e}_r\ et\ D2_{th} = \vec{e}_\theta$$

Analyse Les résultats obtenus confirment l'hypothèse que les directions principales de déformations sont, dans le repère polaire défini sur la figure 1 sur sujet, les vecteurs \vec{e}_r et \vec{e}_θ